

DIE BERECHNUNG DER DREHSTROM-
KÄFIGLÄUFER-ASYNCHRONMASCHINE MIT
BERÜCKSICHTIGUNG DER ZUSATZVERLUSTE
BEI NETZ- UND UMRICHTERBETRIEB

Vom Fachbereich 18

Elektrotechnik und Informationstechnik der
Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Reinhard Hagen

(geboren am 07.01.1953 in Lustenau/Österreich)

Referent: Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. hc. Andreas Binder
(Institut für elektrische Energiewandlung,
Technische Universität Darmstadt)

Koreferent: Prof. Dr.-Ing. Martin Doppelbauer
(Elektrotechnisches Institut für hybridelektrische Fahrzeuge,
Karlsruher Institut für Technologie)

Tag der Einreichung: 07. Januar 2014

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Juli 2014

D17

Darmstadt, 2014

ERKLÄRUNG LAUT §9 PROMO

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Dissertation allein und unter Verwendung der angegebenen Literatur verfasst habe. Die Arbeit hat bisher noch nicht zu Prüfungszwecken gedient.

Darmstadt, den _____

Reinhard Hagen

AUFGABENSTELLUNG

Ziel der Arbeit ist es, ein ganzheitliches, analytisches Berechnungsprogramm für Asynchronmaschinen mit Käfigläufer zu erstellen. Der Schwerpunkt liegt auf der streng analytischen Berechnung der Zusatzverluste sowohl im Netz- wie auch im Umrichterbetrieb mit Berücksichtigung der Sättigungs-, Nutungs-, Stromverdrängungs- und Querstromeffekte. Auf dem Gebiet der Berechnung existieren viele Theorien und Arbeiten. Jede einzelne davon bietet gute Möglichkeiten zur Berechnung, jedoch wird nicht immer alles abgedeckt. Daher liegt es nahe zu versuchen, verschiedene Arbeiten und Theorien miteinander zu kombinieren, um so Probleme wie Querströme, Sättigung oder gegenseitige Nutzung ganzheitlich zu erfassen.

Die Arbeiten von *Oberretl* umfassen alle wesentlichen feldharmonischen Effekte in der Käfigläufer-Asynchronmaschine, jedoch nicht die dadurch bedingten Sättigungseinflüsse. *Jordan* und *Taegen* berücksichtigen auch diese Sättigungseinflüsse der Feldharmonischen. Die Arbeit von *Weppler* erfasst die Eisensättigung des Haupt- und Streufelds getrennt, ohne eine Zerlegung der Feldverteilung in Feldharmonische zu benötigen. *Schetelig* hat diese Maschinenmodelle später verfeinert. Es soll hier deshalb vornehmlich eine Kombination der Theorien von *Weppler*, *Schetelig* und *Taegen* erfolgen und diese mit dem Fokus auf die Berechnung der Zusatzverluste angewendet werden. Letztlich soll als Resultat ein zeitgemäßes Berechnungsprogramm in einer objektorientierten Sprache (Delphi Object-Pascal für Windows) zur Verfügung stehen.

OBJECTIVES

The aim of this work is to develop a universal analytical calculation software for induction machines with squirrel cages. The main focus is the strict analytical calculation of the stray load losses (additional losses) at line operation as well as at frequency converter operation, taking into account saturation, slotting, current displacement effects and interbar currents. In the field of calculation there are many theories and publications. Each of them offers good possibilities for calculation, but not always everything is covered. Therefore it is obvious to try to combine the different approaches and so to cover problems better, like interbar currents, saturation or mutual slotting.

The work of *Oberretl* includes all field harmonic effects in cage induction machines except their saturation influence. *Jordan* and *Taegen* take also these saturation effects into account. *Weppeler* considers the saturation of the main and stray field separately without the need of considering the field distribution as a sum of field harmonics. *Schetelig* later refined *Weppeler's* methods. Therefore in this work the combination of the theories of *Weppeler*, *Schetelig* and *Taegen* will be preferably used and specially applied to the calculation of additional losses. At the end an up-to-date calculation software in a object-oriented programming language (Delphi Object-Pascal für Windows) should be available as the result.

KURZFASSUNG

Ziel der Arbeit war die Programmierung eines analytischen Berechnungsprogramms für Asynchronmaschinen mit Käfigläufer. Die Berechnung soll mit Hilfe der bis heute vorhandenen Theorien alle Effekte in der Maschine möglichst gut nachbilden. Ein zentraler Punkt ist die möglichst exakte Berechnung der Magnetfelder im Luftspalt, in den Zahnköpfen und in den Zahnschäften, zusammen mit deren spezifischen Sättigungseffekten, welche durch Sättigungsfaktoren oder Ersatzluftspalte zum Ausdruck kommen. Die Berücksichtigung der Nutschlitze erfolgt ebenso nach verschiedenen Verfahren. Diese Methoden werden einerseits im Programm so eingesetzt, wie es am sinnvollsten erscheint, oder können andererseits vom Programmbenutzer auch optional angewählt werden. Ein weiterer Schwerpunkt sind die mit Hilfe der Magnetfelder berechneten Zusatzverluste bei Netzbetrieb. Dabei wird zunächst ein Kapitel dem Thema ‚Ummagnetisierungsverluste‘ und ‚Verschlechterung durch Bearbeitung‘ gewidmet. Sodann erfolgt die Berechnung der Zusatzverluste in Form von Pulsationsverlusten in den Zahnschäften und im Joch, den Oberflächenverlusten im Zahnkopf, den Querstromverlusten und den Oberstromverlusten im Läufer sowie der Verluste im elektrisch leitfähigen Gehäusemantel. Bei Umrichterbetrieb mit Spannungszwischenkreis und Pulsweitenmodulation der Ausgangsspannung wird vom Ausgangsspannungsspektrum dieser Spannung ausgegangen. Als Modulationsverfahren zur Erzeugung des Spannungsspektrums wird die Raumzeigermodulation verwendet. Diese Spannungs-Oberschwingungssysteme können Mit-, Gegen- oder Nullsysteme bilden. Die durch diese Systeme entstehenden zusätzlichen Verluste in der Maschine werden durch Überlagerung berechnet, die zugehörigen Sättigungsfaktoren werden im Wesentlichen vom Grundsystem bestimmt. Weitere kurze Kapitel beschäftigen sich überblicksmäßig mit der sekundären Ankerrückwirkung sowie den Pendelmomenten.

Das Berechnungsprogramm ‚KLASY5‘ basiert auf dem Fortran-Programm ‚KLASY‘ der TU-Wien (Dissertation Prof. *Binder*, Diplomarbeiten von Dipl.-Ing. *Stefan*, Dipl.-Ing. *Bauhofer*, Dipl.-Ing. *Elkner*), welches aufgrund dieser Arbeit umgeschrieben, erweitert und aktualisiert wurde. Als Datenbasis dient eine relationale Datenbank (MS Access©), bestehend aus der Teildatenbank ‚Motoren.mdb‘ mit der Detailtabelle ‚Motor‘ und den Mastertabellen ‚Statorblech‘ und ‚Rotorblech‘ und der Datenbank ‚Elektroblech.mdb‘, die die Kennwerte von Elektroblechen enthält. Das Programm läuft unter dem Betriebssystem Windows (seit der Version XP). Die Berechnungsergebnisse wurden an ca. 40 Beispielmotoren ausgetestet. Die Ergebnisse sind zufriedenstellend und in guter Übereinstimmung mit den Messergebnissen.

ABSTRACT

The aim of this work was to develop an analytical calculation software for induction machines with squirrel cages. The calculation should model all effects in the machine by means of well known existing theories up to now. An important point is to get a close-to-reality calculation of the magnetic fields in the airgap, in the tooth tips and in the tooth bodies together with their specific saturation effects, which are expressed by saturation factors or equivalent airgaps. The slot openings are also considered by means of different methods. These methods are applied in the program according to their reasonable use at different positions, but at some points the program user may choose between them as an extra feature. An additional focus is the calculation of the additional losses at line operation. For this reason one chapter is dedicated to the topic of iron losses and the topic of deterioration of magnetic properties of steel sheets by manufacturing. Then the calculation of the additional losses is presented in the form of pulsation losses in the teeth bodies and in the yoke, surface losses in the teeth tips, losses by interbar currents, losses by current harmonics in the rotor cage as well as losses in the conductive housing. For calculation of the induction motor with a voltage-source frequency converter with pulsewidth modulated output voltage the treatment starts with the harmonic spectrum of the output voltage as motor supply voltage. The space vector modulation is used as method for the pulse width modulation. With this technique three phase harmonic voltage systems as positive, negative or zero sequence systems can appear. The so caused additional losses in the machine are calculated by means of superposition, the saturation factors are essentially determined by the fundamental voltage system. Other short chapters give an overview of the secondary armature reaction as well as the ripple torque.

The calculation software ‚KLASY505’ is based on the Fortran software ‚KLASY5’ from TU Vienna (Ph. D. Thesis Prof. *Binder*, Diploma thesis from Dipl.-Ing. *Stefan*, Dipl.-Ing. *Bauhofer*, Dipl.-Ing. *Elkner*), which was rewritten, expanded and actualized in this work. A relational database (MS Access©) serves as the database, consisting of the subdatabase ‚Motoren.mdb’ with the detail table ‚Motor’ and the master tables ‚Statorblech’ and ‚Rotorblech’ and the subdatabase ‚Elektroblech.mdb’, which contains the specific values of laminated steel. The software runs in the 32 bit operating system Windows© (since version XP). The results have been tested by means of approximately 40 sample machines. The results are satisfying and in good conformity with the measurement results.

DANKSAGUNGEN

Der Autor bedankt sich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. *A. Binder* für die Idee und das Zustandekommen der Arbeit, die vielen Anregungen und die Geduld bei der schwierigen Betreuungsarbeit mit einem externen Dissertanden.

Ein herzlicher Dank geht an Herrn Dr.-Ing. *T. Knopik* für seine Hilfsbereitschaft, die zahlreichen Diskussionen und FEM-Simulationen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. *F. Taegen* sei ebenso gedankt für die Beantwortung meiner zahlreichen Fragen sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. *K. Oberretl* für die Erklärungen seiner Theorie im Vorfeld dieser Arbeit.

Herrn Dr.-Ing. *K.-H. Ketteler* danke ich für die Beantwortung meiner Fragen zu seiner Dissertation.

Herrn Ing. *A. Huber* danke ich für die Ermutigung zu dieser Arbeit und für die Literaturbeschaffung.

Herrn Dr. *K.-H. Zeiner* danke ich für die Durchsicht der Arbeit und die Formatierung, Herrn Dipl.-Ing. *E. Rusch* und Herrn Dipl.-Ing. *G. Reichl* für die Erstellung der Bilder.

Nicht zuletzt sage ich einen großen Dank an meine Familie und meine Gattin *Verena*, die diese Arbeit überhaupt ermöglicht hat.

INHALTSVERZEICHNIS

Formelzeichen und Symbole	10
1 Einleitung und analytische Berechnungsgrundlagen	15
1.1 Die Arbeiten von <i>Weppler</i> als Basis	16
1.1.1 Einige Bemerkungen zur geschlossenen Läufernut	20
1.1.2 Weitere Details zum Ersatzschaltbild nach <i>Weppler</i>	29
1.2 Die Arbeiten von <i>Taegen</i>	39
1.3 Die Arbeit von <i>Schetelig</i>	47
1.4 Die Arbeiten von <i>Oberretl</i>	50
2 Das Luftspaltfeld	53
2.1 Allgemeine Betrachtungen	53
2.2 Nutberücksichtigung	54
2.2.1 Faktoren bei der Rechteckfeldnäherung	54
2.2.2 Die Modellierung der Nutungsfelder bei einseitiger Nutung	61
2.2.3 Zweiseitige Nutung und Nutdifferenzfelder	69
2.3 Die Luftspaltfeldberechnung nach <i>Taegen</i>	73
2.4 Die Sättigungsüberwellen des Hauptfeldes	85
3 Die Sättigung der langwelligen Läuferrestfelder	92
4 Die Bestimmung der netzfrequenten Flüsse im Stator	96
4.1 Wahl des Koordinatensystems	96
4.2 Der Nutstreufluss im Zahnkopf	98
4.3 Bestimmung des netzfrequenten Flusses in Eck- und Mittelzahn	100
4.4 Die Bestimmung des netzfrequenten Jochflusses	108
5 Die Berechnung des hochfrequenten Zickzack-Streuflusses	110
5.1 Die höherfrequenten Anteile des Zickzack-Streuflusses im Ständerzahn	110
5.2 Die genauere Bestimmung der Flusspulsationen im Ständer	116
5.3 Die Sättigungsüberschwingungen des Zickzack-Streuflusses	119
6 Die Berechnung der Ummagnetisierungsverluste	123
6.1 Der Einfluss der Feldverdrängung	123
6.2 Erhöhung der Ummagnetisierungsverluste durch Bearbeitung	125
6.3 Einfluss der rotierenden Feldkomponente auf die Hystereseverluste	129
6.4 Behandlung von Überlagerungsfeldern	129
7 Die Zusatzverluste der Asynchronmaschine mit Käfigläufer im Netzbetrieb	132
7.1 Der klassische Ansatz nach <i>Richter</i>	132
7.1.1 Klassische Oberflächenverluste im Leerlauf	132
7.1.2 Klassische Oberflächenverluste bei Last	134
7.1.3 Klassische Pulsationsverluste im Leerlauf	135

7.1.4	Klassische Pulsationsverluste bei Last	135
7.2	Die Berechnung der Zusatzverluste in KLASYS05	136
7.3	Stromwärmeverluste durch Läuferoberströme und Querströme	137
7.4	Verluste durch Pulsationen in den Ständerzähnen und im Ständerjoch	138
7.5	Die Oberflächen- und Pulsationsverluste im Läufer	138
7.5.1	Pulsationen im Zahnschaft für ungeschrägte Läuferfuten nach <i>Taegen</i>	141
7.5.2	Flusspulsationen im Zahnschaft für ungeschrägte Läufer nach <i>Schetelig</i>	144
7.5.3	Flusspulsationen im Zahnschaft für geschrägte Läuferfuten nach <i>Schetelig</i> / <i>Weppler</i>	148
7.5.4	Einfluss der Schrägung auf die Läuferzusatzverluste	155
7.5.5	Oberflächenverluste im Zahnkopf	160
7.6	Mantelverluste im leitfähigen Gehäuse	166
7.7	Vergleich mit Messungen der Zusatzverluste nach der IEC-Norm	167
7.8	Messung der lastabhängigen Zusatzverluste nach IEC 60034-2	168
8	Die Zusatzverluste im Umrichterbetrieb	171
8.1	Methodik der Verlustberechnung	171
8.2	Frequenzspektren bei Raumzeigermodulation und Regular Sampling	172
8.3	Vorgehensweise bei der Berechnung der Oberschwingungs-Ströme	177
8.4	Vergleich zwischen Berechnung und Messung	181
8.4.1	Die Messungen von <i>Heimbrock</i> , Maschine V	181
8.4.2	Messung der Zusatzverluste nach IEC 60034-2 (Ausgabe 1998)	186
8.4.3	Vergleich der gemessenen und berechneten Oberschwingungs-Zusatzverluste bei Maschine IV mit halbgeschlossenen, ungeschrägten Futen	188
9	Die sekundäre Ankerrückwirkung	190
9.1	Der vereinfachte Ansatz nach <i>Heller</i>	190
10	Die synchronen Oberwellenmomente (Pendelmomente)	193
10.1	Die Ursachen der synchronen Oberwellenmomente	193
10.2	Verwendete Formeln	195
10.3	Berechnete Beispiele	199
11	Zusammenfassung	209
	Anhang A: Stromverdrängung in einer Doppelkäfignut	212
	Anhang B: Maschinendaten	226
	Literaturverzeichnis	231
	Publikationen	236
	Lebenslauf	237

FORMELZEICHEN UND SYMBOLE

a	-	Anzahl paralleler Wicklungszweige je Strang bei Drehfeldmaschinen
A	A/m	Strombelag
A	m ²	Fläche
b	m	Breite
B	T	magnetische Induktion (magnetische Flussdichte)
d_E	m	Eindringtiefe
D, R	m	Bohrungsdurchmesser, Bohrungsradius
f	Hz	elektrische Frequenz
F	N	Kraft
g	-	ganze Zahl
h	m	Höhe
H	A/m	magnetische Feldstärke
I	A	elektrische Stromstärke
I_{SB}	A	Laststrom im Sinne von <i>Weppler</i> [10]
j	-	imaginäre Einheit
S	A/m ²	elektrische Stromdichte
J	kgm ²	polares Trägheitsmoment
k	-	Ordnungszahl, Ordnung eines Oberschwingungssystems
k_{FU}	-	Ordnung des Oberschwingungssystems
k_C	-	Carter-Faktor
k_d	-	Zonenfaktor
k_{Fe}	-	Eisenfüllfaktor
k_p	-	Sehnungsfaktor
k_R, k_X	-	Stromverdrängungsfaktoren
k_w	-	Wicklungsfaktor
k_h	-	Hauptfeldsättigungsfaktor
$k_{ns,s}$	-	Nutslitzsättigungsfaktor der Ständernut (Nutstreuung)
$k_{ns,ra}$	-	Nutslitzsättigungsfaktor der Läufernt, oben (Nutstreuung)

$k_{\text{ns,rb}}$	-	Nutschlitzsättigungsfaktor der Läufernut, Mitte (Nutstreuung)
K_{zk}	-	integraler Zahnkopfsättigungsfaktor des Spaltstreufusses
k_{zk}	-	lokaler Zahnkopfsättigungsfaktor des Spaltstreufusses
l	m	Länge (axial)
l_{Fe}	m	Netto-Eisenlänge
L_{sh}	H	Ständerhauptfeldinduktivität
L_{sg}	H	Ständerstreufeldinduktivität
L_{R}	H	Hauptfeldinduktivität einer Läufermasche
L_{rh}	H	Hauptfeldinduktivität des Läufers je Stab
L_{rg}	H	Läuferstreufeldinduktivität
m	-	Strangzahl
m	kg	Masse
m, n		Maschennummer
M	H	Gegeninduktivität
M	Nm	Drehmoment
n	1/s	Drehzahl
N_{s}	-	Windungszahl je Strang
N_{c}	-	Spulenwindungszahl
p	-	Polpaarzahl
P	W	Wirkleistung
P_{d}	W	Drehfeldleistung
P_{r}	W	Rotorverlustleistung
P_{f}	W	Reibungsverlustleistung
q	-	Lochzahl (Nuten pro Pol und Strang)
Q	-	Nutzahl
R_{s}	Ω	elektrischer Widerstand der Ständerwicklung je Strang
R_{r}	Ω	elektrischer Widerstand einer Läuferhalbmasche (stabbezogen)
R_{R}	Ω	elektrischer Widerstand einer Läuferhalbmasche (ringbezogen)
R_{Fe}	Ω	Ersatzwiderstand für Ummagnetisierungsverluste
s	-	Schlupf
s_{Q}	m	Nutöffnungsbreite

S	-	Schrägungsmaß
t	s	Zeit
T	s	Periodendauer
U	V	elektrische Spannung
U_{sh}	V	Hauptfeldspannung
\ddot{u}_U, \ddot{u}_I	-	Spannungs- und Stromübersetzungsverhältnis
v	m/s	Geschwindigkeit
v_{10}	W/kg	Ummagnetisierungsverluste bei 1,0 T, 50 Hz je 1 kg
v_{15}	W/kg	Ummagnetisierungsverluste bei 1,5 T, 50 Hz je 1 kg
V	A	magnetische Spannung, Erregung
V	m ³	Volumen
W	J	Energie
w	m	Spulenweite
x	rad	Umfangskoordinate
X	Ω	Reaktanz
y	-	Weite einer Spule, gezählt in Nutteilungen
z_Q	-	Leiterzahl pro Nut
Z	Ω	Impedanz
α_Q	rad	Nutenwinkel
x	rad	Umfangswinkel
ε	-	Schrittverkürzung in Nutschritten
δ	m	Luftspaltweite
δ', δ''	m	Ersatzluftspaltweite
η	-	Wirkungsgrad, Kopplungsfaktor
Θ	A	elektrische Durchflutung
θ	A	elektrische Durchflutung, normiert
Θ_{QsB}	A	Durchflutung einer Nut durch den Laststrom nach <i>Weppler</i> [10]
κ	S/m	elektrische Leitfähigkeit
Λ	Vs/(Am ²)	magnetischer Leitwert
λ	-	geometrischer, magnetischer Leitwert
μ	Vs/(Am)	magnetische Permeabilität

μ_0	Vs/(Am)	magnetische Permeabilität des Vakuums ($4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/(Am))
ν, μ	-	Polpaarzahl einer Oberwelle
ξ_{ns}	-	Nut Schlitzfaktor
ζ	-	Nutungsfaktor
χ	-	Schrägungsfaktor
σ	-	Blondel'scher Koeffizient der Gesamtstreuung, Streuziffer
σ_o	-	Streuziffer der Oberfelderstreuung
τ_Q	m	Nutteilung
τ_p	m	Polteilung
φ	rad	Phasenwinkel
Φ	Wb	magnetischer Fluss
Ψ	Vs	magnetische Flussverkettung
V	A	magnetische Spannung
ω	1/s	elektrische Kreisfrequenz
Ω_m	1/s	mechanische Winkelgeschwindigkeit

Verwendete Indizes

s	Stator, synchron
r	Rotor
z	Zahn
y	Joch
m	Mitsystem, mechanisch
g	Gegensystem
ns	Nut Schlitz
h	Hauptfeld
e	erweitert, elektrisch
u	unten
o	oben, Oberwelle
c	Carrier (Träger)
t	tangential

S	Spaltstreuung
σ	Streuung
zk	Zahnkopf
sat	Sättigung
zus	zusätzlich (Zusatzverluste)

Abkürzungen

ARW Ankerrückwirkung

ggT größter gemeinsamer Teiler

$$\text{sic}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

PWM Pulsweitenmodulation

OS Oberschwingung

SSV Serienschaltverbindung

SNT Statornutteilung

RNT Rotornutteilung

FU Frequenzumrichter

NH Nutharmonische

Gw Grundwelle

KO Koordinatensystem

FEM Finite-Elemente-Methode

LL Leiter-Leiter

1 Einleitung und analytische Berechnungsgrundlagen

Die Berechnung von elektrischen Maschinen beruht heutzutage hauptsächlich auf der Anwendung der Methode der finiten Elemente (FEM). Dies hat Vor- und Nachteile. Der Vorteil dieser Berechnungsmethodik ist die realitätsnahe Berechnung der magnetischen Felder und Drehmomente bei gegebenen Primärströmen (statische Berechnung) bzw. der Berechnung der zeitlich veränderlichen Drehmomente, Flüsse, Ströme und Stromverdrängungseffekte im Zeitschrittverfahren (transiente Analyse). Bedeutend aufwändiger wird jedoch die Berechnung dreidimensionaler Effekte, der Ummagnetisierungsverluste und die Berücksichtigung nicht sinusförmiger Anregungen (Spannungen und Ströme) z. B. im Umrichterbetrieb. Ebenso nachteilig ist die Schwierigkeit der Interpretation der Ergebnisse z. B. bei der Frage, woher die Verluste kommen oder welche Maßnahmen zur Verbesserung des Betriebsverhaltens zu ergreifen sind. Ebenso nachteilig sind die langen Berechnungszeiten. Der Weg über die analytische Berechnung wiederum bringt mehr Transparenz im Bezug auf die Interpretation der Berechnungsergebnisse, ein tieferes Verständnis der physikalischen Effekte und deutlich geringere Rechenzeiten. Was die Qualität der Berechnungsergebnisse betrifft, so wurde in [20] eine gute Übereinstimmung zwischen analytischer Berechnung (KLASY05) und der Berechnung mit FEM festgestellt. Die Berechnungsergebnisse selber betreffen zunächst nur einen speziellen Betriebspunkt. In der Praxis, speziell bei Betrieb mit Umrichter, sind jedoch Kennlinien bzw. Kennfelder über den ganzen Betriebsbereich nötig. Analytische Programme sind diesbezüglich leicht erweiterbar. Ein möglicherweise zufriedenstellender Mittelweg wäre die Kombination der beiden Berechnungsmethoden, wobei z. B. die Magnetcharakteristik (das Leerlauffeld) mittels FEM und der Rest analytisch berechnet werden könnte. Ebenso wäre - z. B. im Falle von geschlossenen Läuferfalten - eine partielle FEM-Analyse (in diesem Fall der Läuferfalten) denkbar.

Was die analytischen Berechnungsgrundlagen betrifft, so werden in dieser Arbeit die verschiedenen elektromagnetischen Erscheinungen in der Drehstrom-Asynchronmaschine mit Käfigläufer durch verschiedene Theorien von verschiedenen Autoren berücksichtigt. Überblicksmäßig lassen sich die Effekte und die zugehörige Quellen-Literatur folgendermaßen aufstellen:

- Sättigungsfaktoren und Spaltstreufloss: Theorie nach *Weppler* [10]
- Gegenseitige Nutung: Theorie nach *Weppler* [22] oder *Taegen* [25]
- Querströme: Theorie nach *Weppler* [21]
- Luftspaltfeld (Radialfeld): Theorie nach *Taegen* [24]
- Netzfrequenter und höherfrequenter Spaltstreufloss: Theorie nach *Schetelig* [11]
- Läuferoberströme: Theorie nach *Taegen* [25] oder *Weppler* [10, 22]
- Sättigung der langwelligen Läuferfelder: Theorie nach *Taegen* [27]
- Pulsationsverluste im Rotorzahn: Theorie nach *Taegen* [45] oder *Weppler* [10]
- Oberflächenverluste im Rotorzahnkopf: Theorie nach *Weppler* [10] und *Taegen* [28]

Andere Theorien (z. B. *Loeser* [13]) werden im Programm KLASYS05 optional angeboten. Im Folgenden wird auf die grundlegenden Arbeiten von *Weppler* [10] als Basis für die weitergehenden Überlegungen eingegangen. Die Berechnungsverfahren in [10] werden dabei als bekannt vorausgesetzt, und es wird an diese unmittelbar angeknüpft. In den folgenden Abschnitten 1.1 bis 1.4 werden die wichtigsten Basis-Arbeiten erläutert. In den Kapiteln 2 bis 6 werden dann jene ausgewählten Berechnungsmethoden vorgestellt, die für die Berechnung der Zusatzverluste relevant sind.

1.1 Die Arbeiten von *Weppler* als Basis

Wie in der Arbeit von *Weppler* [10] dargestellt, erfolgt die Bestimmung der Motorströme aus einem Ersatzschaltbild auf physikalischer Basis. Das Ersatzschaltbild (Bild 1.1-3) ist in diesem Zusammenhang ein Grundwellenersatzschaltbild, in welchem die Sättigung des Hauptfeldes (Faktor k_h) sowie jene der Spaltstreufelder (Faktoren K_{zk} , k_{zk}) und der Nutstreufelder (Faktoren $k_{ns,sa}$, $k_{ns,sb}$, $k_{ns,ra}$, $k_{ns,rb}$) berücksichtigt werden. Aus dem daraus ermittelten Ständer-Grundschwingungsstrom lassen sich die Läuferoberströme ermitteln. Die Berücksichtigung der gegenseitigen Nutung erfolgt mit dem erweiterten Kopplungsfaktor [22]. Die Berücksichtigung der Querströme im Rotor (Grund- und Oberströme) erfolgt mit dem komplexen Schrägungsfaktor [21]. Ein wesentliches Merkmal ist die Berücksichtigung des vom Magnetisierungsstrom und vom Laststrom abhängigen Spaltstreuflosses im

Ersatzschaltbild, wobei letzterer aus dem sogenannten Zickzack-Streufeld und aus einem von der Schrägung abhängigen Teil besteht (siehe Bild 1.1-1 und 1.1-2).

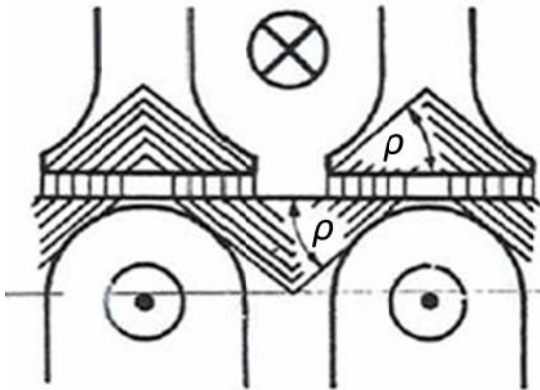


Bild 1.1-1: Idealisierte Zickzack-Fluss-Feldlinien [10]

Beim Zickzack-Streufeld handelt es sich um ein Feld, das als Luftspaltfeld beim idealen Kurzschluss (Schlupf $s \rightarrow \infty$) auftritt, in den Zahnköpfen ‚quer‘ verläuft und sich im Statorjoch schließt.

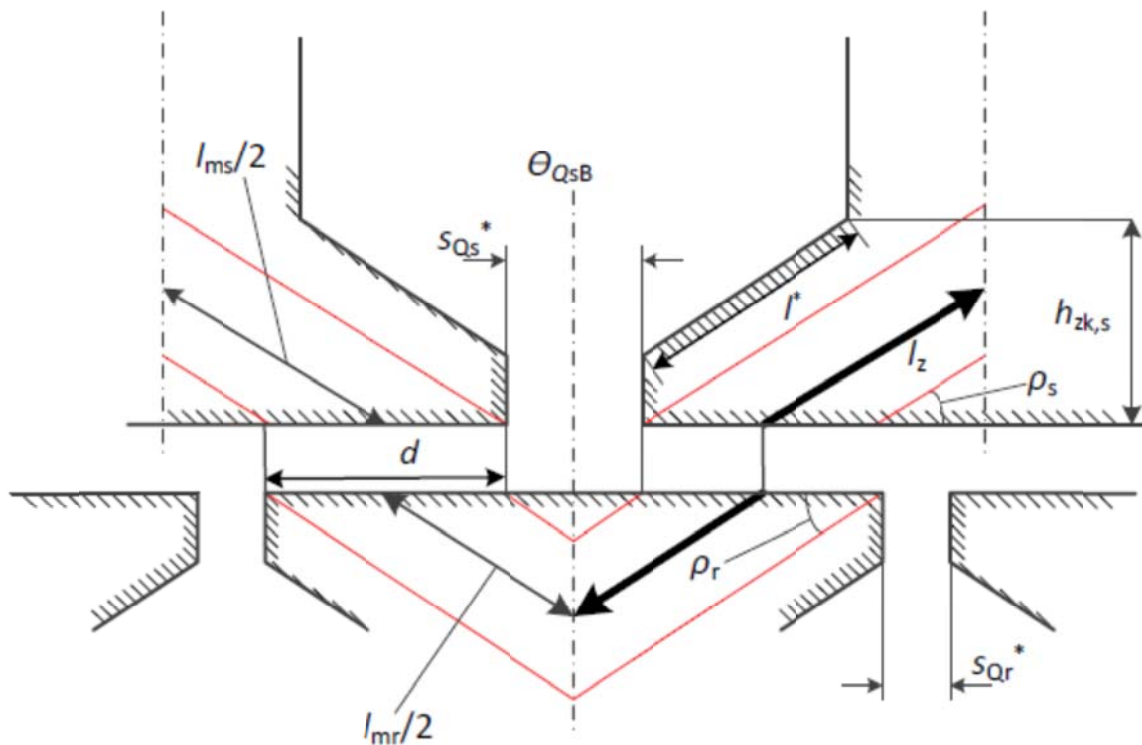


Bild 1.1-2: Relative Position zwischen Statornut und Rotornut bei maximalem Zickzack-Streufeld der Statornut

Die Größen s_{Qs}^* und s_{Qr}^* (Bild 1.1-2) sind dabei die effektiven Nutschlitzbreiten für stromdurchflossene Nuten (siehe Gleichungen 4.3-16 und 4.3-17). Alle Sättigungsfaktoren werden nach der Methode von *Weppeler* iterativ in verschachtelten Schleifen berechnet.

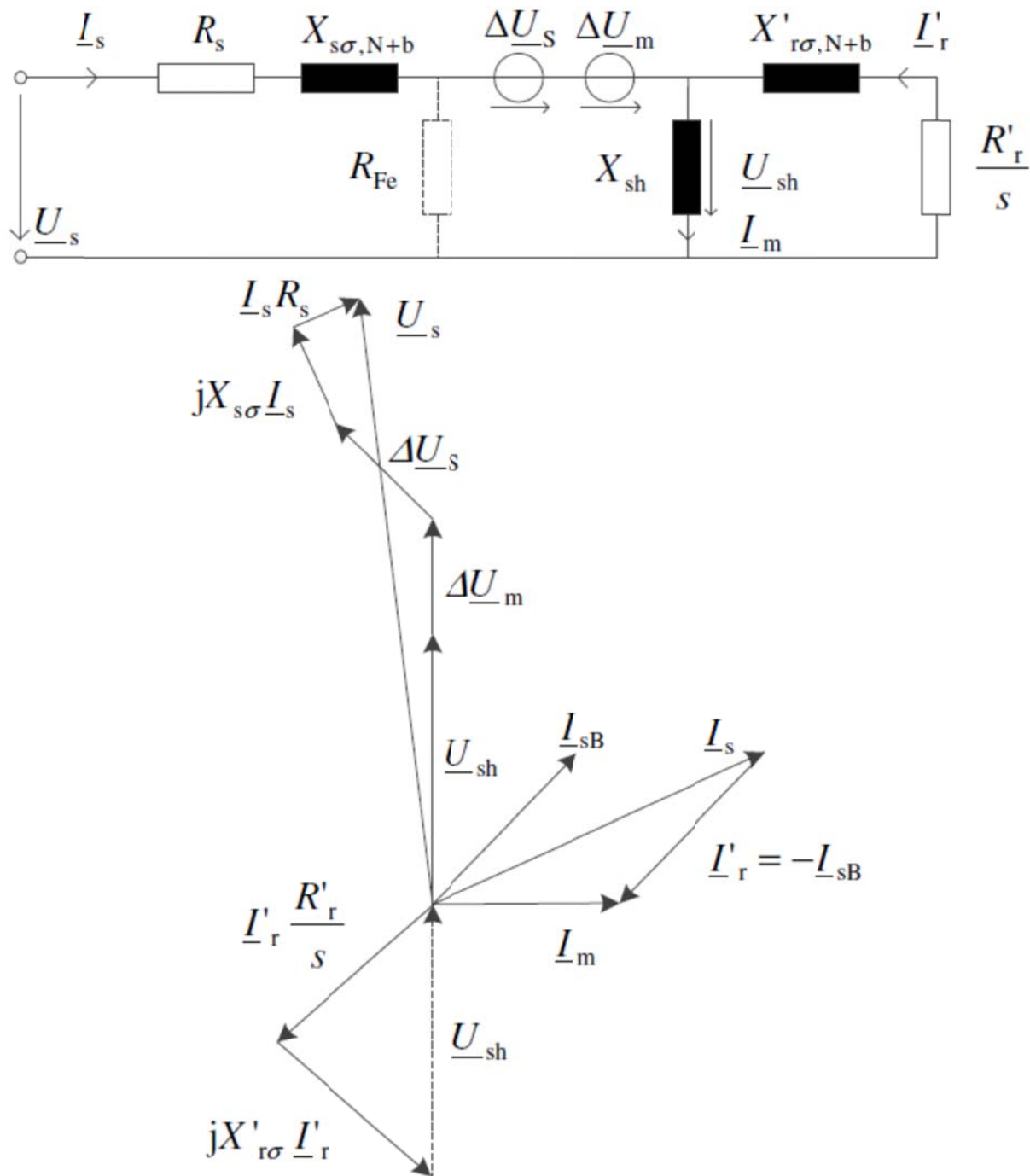


Bild 1.1-3: Ersatzschaltbild der Käfigläufer-Asynchronmaschine je Strang nach [10] mit Zeigerdiagramm bei Sinusbetrieb. Der Widerstand R_{Fe} wurde vernachlässigt.

Im Ersatzschaltbild (Bild 1.1-3) ist das Grundwellenfeld als Hauptfeld im Luftspalt durch die Hauptfeldreaktanz X_{sh} repräsentiert. Das Nut- und Stirnstreufeld im Stator und Rotor wird durch $X_{s\sigma, N+b}$ bzw. $X'_{r\sigma, N+b}$ erfasst. Die Oberfelder im Luftspalt werden durch die Zusatzspannungsquellen berücksichtigt (siehe weiter unten). Die Hauptfeldspannung \underline{U}_{sh} fällt an X_{sh} ab. Alle Phasenwinkel gehen von den Strömen, positiv gezählt entgegen dem Uhrzeigersinn, aus und sind dann positiv.

φ_s = Winkel zwischen \underline{U}_s und \underline{I}_s

φ_{rr} = Winkel zwischen $-\underline{U}_{sh}$ und \underline{I}'_r

φ_{sB} = Winkel zwischen \underline{U}_s und \underline{I}_{sB}

φ_m = Winkel zwischen \underline{U}_s und \underline{I}_m

φ_r = Winkel zwischen \underline{U}_s und \underline{I}'_r

$$\varphi_{sB} = \varphi_r - \pi \quad (1.1-1)$$

$$\Delta \underline{U}_s = -j \cdot \underline{I}'_r \cdot X_{\sigma,s} \quad (1.1-2)$$

$$\Delta \underline{U}_m = j \cdot \underline{I}_m \cdot X_{\sigma,m}(k_h) \quad (1.1-3)$$

$$X_{\sigma,s} = X_{\sigma,z}(K_{zk}) + X_{\sigma,\chi}(k_h) \quad (1.1-4)$$

In (1.1-3) ist $X_{\sigma,m}$ die Reaktanz der doppeltverketteten Ständerstreuung.

Die netzfrequenten Zusatzspannungsquellen $\Delta \underline{U}_m$ und $\Delta \underline{U}_s$ werden durch Oberfelder induziert, die nur mit der Ständerwicklung verkettet sind. $\Delta \underline{U}_m$ stellt die Wirkung der Oberfelder des Leerlauffeldes dar, das im Wesentlichen auf den Hauptfeldwegen im Eisen radial verläuft. $\Delta \underline{U}_s$ stellt das Kurzschlussfeld dar, das in den Zahnköpfen in Querrichtung verläuft (Bild 1.1-1). Das netzfrequente Kurzschlussfeld (für $s \rightarrow \infty$), das durch die Impedanz

$$\underline{Z}_{\sigma,s} = j \cdot X_{\sigma,s} = j \cdot X_{\sigma,z} + j \cdot X_{\sigma,\chi} \quad (1.1-5)$$

repräsentiert wird, besteht im Luftspalt aus dem Zickzackstreufeld und einem Streufeldanteil durch die Schrägung. Wie später gezeigt wird, kann der Zickzackstreufeld in höherfrequente harmonische Anteile zerlegt werden. Jeder Anteil der Ordnung g umfasst die Wirkung aller Läuferrestfelder der Ordnungszahl $g = g_r$ (siehe Kapitel 5), die alle mit derselben Frequenz die Ständerwicklung induzieren.

Der Hauptfeldsättigungsfaktor k_h in (1.1-3) wird auch durch die Nutschlitzsättigungsfaktoren k_{ns} und den integralen Zahnkopfsättigungsfaktor K_{zk} beeinflusst, da das Nutstreufeld und der Spaltstreufeld auch die Hauptfeldwege mitsättigt. Es liegt also eine Art Verkopplung zwischen den Sättigungseffekten von Haupt- und Streufeld vor.

Der Einfluss der Nutöffnungen auf die Feldgrundwellenamplitude wird durch die Verwendung des Carter'schen Faktors k_C berücksichtigt. Theoretisch hängt k_C ebenso von den Sättigungsfaktoren ab wie alle anderen nutschlitzabhängigen Faktoren. Trotzdem wird k_C in allen Formeln von Weppeler als Konstante verwendet, da der Sättigungseinfluss pauschal in den oben genannten Sättigungsfaktoren erfasst wird.

1.1.1 Einige Bemerkungen zur geschlossenen Läufernut

Die Sättigung der Zahnköpfe führt zu einer Änderung der magnetisch wirksamen Nutschlitz bzw. Nutöffnungen, besonders bei geschlossenen Läufernuten. *Weppler* empfiehlt für diesen Fall einen geometrischen Ersatznutschlitz von 0,01 mm als Startwert für die Sättigungsberechnung. Bei *Weppler* ist der Zickzack-Streufeld für die Sättigungsverhältnisse im Zahnkopf maßgebend, der Hauptfluss hat nur geringen Einfluss. Die magnetische Spannung für den am Rand der Zahnflanke parallel dazu verlaufenden Nutstreufeld wird bei *Weppler* durch den Spaltstreufeld bestimmt und geht der magnetischen Spannung für den Nutschlitz verloren. Daraus ergibt sich iterativ der Sättigungsfaktor $k_{ns,a}$. Wie erwähnt, wird in [10] die Vorsättigung durch das Hauptfeld B_h zwar beim lokalen Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} berücksichtigt, nicht aber beim Nutstreufeld-Sättigungsfaktor k_{ns} , da der Einfluss gering ist. Letztlich ist diese Berechnung für geschlossene Läufernuten sehr problematisch. *Heller* gibt in [37] einen Ausdruck für eine fiktive, gesättigte Nutöffnung an, die aber nur von der jeweiligen Nutdurchflutung abhängt:

$$o = 2.2 \cdot R \cdot \varphi \cdot \left[1 + \frac{a}{2 \cdot R} + \left(\frac{\varphi}{2} \right)^2 \right] \text{ in cm mit}$$

$$\varphi = 0.42 \cdot \sqrt{\frac{a}{R}} \cdot \sqrt[5]{\frac{\Theta^2}{2 \cdot a \cdot R}}$$

R ...Radius der Rundnut (oder oberer Teil Birnennut) in cm

a ...Steghöhe in cm

$$\Theta = I_{\text{Stab}}/1000$$

Diese Variante kann als Option alternativ zur Methode von *Weppler* im Programm KLASYS05 angewählt werden. Eine weitere Möglichkeit wäre die Berechnung nach *Birch* [42]. Wie auch bei *Heller* ist auch dort die Berechnung der magnetisch wirksamen Nutöffnung nur vom Nutstrom abhängig.

Im Folgenden wird der Fall effektive Nutschlitzbreite größer als geometrische Nutschlitzbreite näher behandelt. Gerade bei den geschlossenen Nuten (mit einem geometrischen Quasi-Ersatznutschlitz von 0,01 mm) tritt oft der Fall auf, dass die effektive Nutschlitzbreite s_{qr}^* größer ist, als die geometrische. Ebenso ist die den Nutstreufeld abgrenzende Schlitzhöhe h_4' (siehe Gleichungen 4.3-11 und 4.3-12) größer als die geometrische. Dies rührt daher, dass sich das Nutstreufeld nicht nur im Schlitzwandbereich ausbildet, sondern dass Feldlinien auch vom Zahnkopf in den eigentlichen Luftspalt eintreten

und sich dann über den benachbarten Zahnkopf schließen (Bild 1.1.1-1). Dieser Teil entspricht dem klassischen Zahnkopfstreufeld, welches sich speziell bei Synchronmaschinen mit den großen Luftspalten ausbildet. Der restliche Teil entspricht dem Spaltstreufluss. Anhand eines konkreten Beispiels sei dies mit Hilfe der konformen Abbildung verdeutlicht.

Beispiel 1.1.1-1:

Geg.: $\delta = 3 \text{ mm}$, $s_Q = 2 \text{ mm}$, $h_4 = 3 \text{ mm}$, $l_{Fe} = 340 \text{ mm}$.

Die effektive Nutschlitzbreite beträgt gemäß (4.3-16) $s_Q^* = 2,856 \text{ mm}$ und die nach [10] berechnete Grenzhöhe ist

$$h'_4 = h_4 - 0,5 \cdot (s_Q - s_Q^*) = 3,428 \text{ mm}.$$

Mittels der konformen Abbildung [11] kann nun die reale z -Ebene mit $z = x + j \cdot y$ in die w -Ebene mit $w = u + j \cdot v$ transformiert werden durch

$$z(w) = \frac{\delta}{\pi} \cdot \left[\ln \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{w+p}{w-1}}}{1 - \sqrt{\frac{w+p}{w-1}}} \right) + \frac{s_{Qr}}{\delta} \cdot \arctan \left(\sqrt{\frac{w+p}{w-1}} \cdot \frac{s_{Qr}}{2 \cdot \delta} \right) \right] \quad (1.1.1-1)$$

$$\text{mit } p = \frac{2 \cdot \delta^2}{2 \cdot \delta^2 + s_{Qr}^2}. \quad (1.1.1-2)$$

Wird die maximale Feldstärke mit $H_{\max} = j \cdot 1$ normiert, ergibt sich das maximale skalare Potential mit $V = j \cdot \delta \cdot H_{\max}$. Das komplexe skalare Potential lautet dann allgemein:

$$P(w) = -V - j \cdot \frac{V}{\pi} \cdot \ln(w - p) \quad (1.1.1-3)$$

mit dessen Hilfe z. B. Feldstärken oder Flüsse berechnet werden können. So z. B. die Feldstärke mit

$$H(w) = H_{\max} \cdot \sqrt{\frac{w+p}{w-1}}. \quad (1.1.1-4)$$

Es handelt sich in diesem Beispiel um den Fall, wie er im Bild 1.1.1-1 dargestellt ist. Zur Verifizierung werden nun die Flüsse Φ_1 und Φ_2 berechnet und zwar so, dass diese durch Probieren bzw. Variieren von u im Punkt u_a gleich groß werden. Statt ∞ wird der Wert 10000 verwendet. Dies entspricht einem z von $z(10000) = 9,753 + j \cdot 3 \text{ mm}$, also $x = 9,753 \text{ mm}$ von der Nutmitte entfernt. Durch Probieren wurde ein $u = u_a = 2,45$ gefunden bei welchem die beiden Flüsse

$$\Phi_1 = l_{\text{Fe}} \cdot \mu_0 \cdot [P(-10000) - P(-p)] = j \cdot 3,557 \cdot 10^{-9} \text{ Wb}$$

$$\Phi_2 = l_{\text{Fe}} \cdot \mu_0 \cdot [P(-10000) - P(u_a)] = j \cdot 3,558 \cdot 10^{-9} \text{ Wb}$$

ungefähr gleich groß sind. Man erhält damit ein $z(2,45) = 1,83 + j \cdot 3 \text{ mm}$ mit einem Realteil von 1,83 mm, welcher größer als $\frac{s_Q}{2}$ ist. Dadurch liegt quasi der Beweis vor, dass es sich um die erwähnte Feldverteilung handelt.

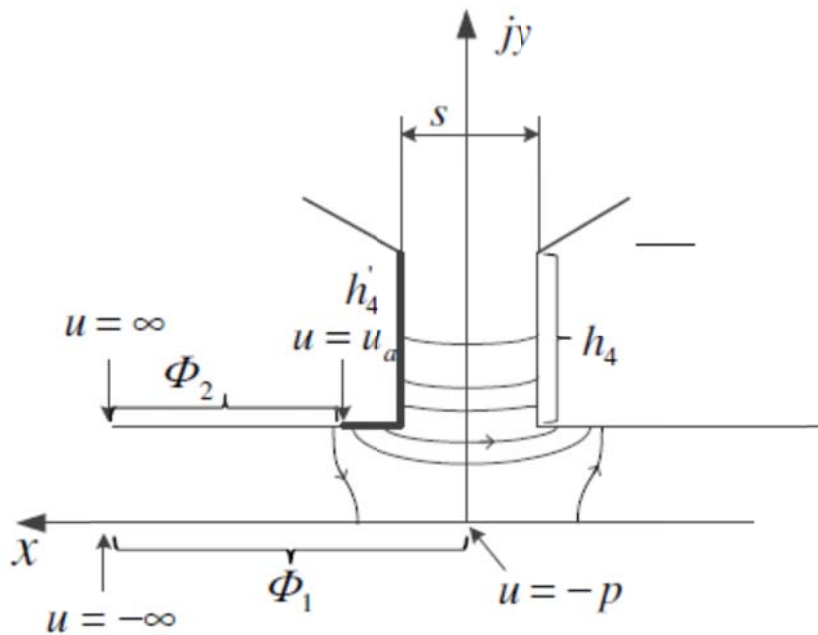


Bild 1.1.1-1: Feldverlauf für effektive Nutschlitzbreite > geometrische Nutschlitzbreite. Der stark gezeichnete Rand entspricht der Höhe h'_4 .

Da die Formel für die effektive Nutschlitzbreite exakt ist, ist es auch korrekt, diese zu verwenden. Die Ersatzhöhe $h'_4 = 3,428 \text{ mm}$ nach *Weppeler* ist jedoch problematisch, wie auch die folgende Abschätzung zeigt:

$$h_4 + 1,83 - \frac{s_Q}{2} = 3,83 \text{ mm} \approx h'_4$$

Dies liegt vor allem daran, dass der Berechnung von h'_4 idealisierte kreisbogenförmige Feldlinien zugrundeliegen. Die Zahnkopfstreuhöhe $h_4^* = h'_4 - h_4 = \Delta h$ und somit der Zahnkopfstreuleitwert $\lambda_{zk} = \frac{h_4^*}{s_Q}$ würde in diesem Fall den Wert von $\lambda_{zk} = 0,214$ ergeben.

Speziell für den Fall $s_Q^* > s_Q$ kann die Berechnung von h'_4 bzw. von $h_4^* = h'_4 - h_4 = \Delta h$ verbessert werden. Dazu wird das bekannte Feldlinienbild der stromdurchflossenen Nut auf den Fall zweier gegenüberliegender stromdurchflossenen Nuten angewendet (Spiegelung) und

im Sinne einer Uminterpretation die Nutschlitzbreite mit $2 \cdot \delta$ und der Luftspalt mit $\delta = \frac{s_Q}{2}$ angesetzt. Das Feldbild entspricht dann dem Fall Nut gegenüber Zahn. Aus der so berechneten effektiven Nutschlitzbreite für stromdurchflossene Nut kann dann die Zahnkopfstreuhöhe und somit der Leitwert $\lambda_{zk} = \frac{\Delta h}{s_Q}$ berechnet werden. Der alternative Weg zur Bestimmung von h'_4 wäre also folgender:

- Bestimmung von $\lambda_{zk} = \frac{\Delta h}{s_Q}$ aus dem Fall stromdurchflossener Nut gegenüber Zahn
- daraus Δh berechnen
- daraus $h'_4 = h_4 + \Delta h$ berechnen

Für das obige Beispiel würde sich ein Wert von $\lambda_{zk} = 0,453$ ergeben bzw. $h'_4 = 3,906$ mm.

Der angenommene Feldlinienwinkel ρ (Bilder 1.1-1, 1.1-2, 1.1.1-2) hat entscheidenden Einfluss auf die Flussdichte in den Zahnköpfen und damit auf die Sättigung. Dieser Feldlinienwinkel ρ des Zickzackstreufusses im Bereich der Nutöffnung muss bei *Weppeler* bekannt sein. Bei offenen Nuten lässt sich dieser Winkel aus geometrischen Überlegungen annähernd bestimmen, ebenso bei geschlossenen Nuten. Speziell für geschlossene Nuten wurde im Berechnungsprogramm eine freie Eingabemöglichkeit für diesen Winkel vorgesehen, falls dieser z. B. aus einer numerischen Feldberechnung zuvor ermittelt wurde.

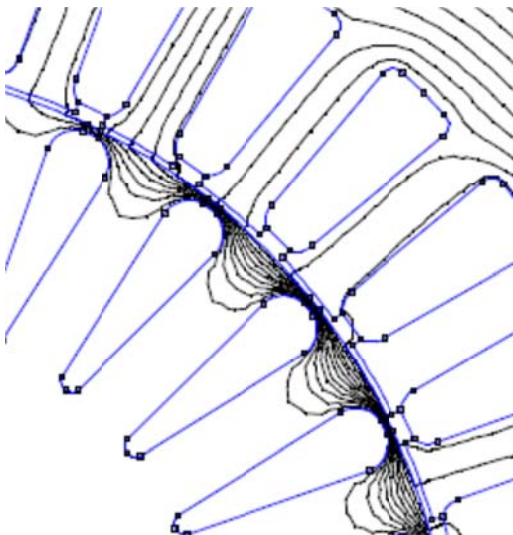


Bild 1.1.1-2: Kurzschlussfeld der Maschine IX, berechnet mit dem Feldberechnungsprogramm FEMM 4.2. Eingepägter Ständerstrom 70,72 A. $2p=4$, 36 Stator- und 28 geschlossene Rotornuten.

Die Vorsättigung der Zahnflanken durch das Hauptfeld bei der Berechnung des Nutschlitz- und des Zahnkopfsättigungsfaktors wird wie folgt berücksichtigt.

In der Zahnflanke wirkt die tangentielle Komponente B_{ht} des Hauptfeldes, welche von *Weppler* mit Hilfe des Feldlinienwinkels ρ bestimmt wird. Speziell bei geschlossenen Nuten wird diese Vorsättigung der Läufernut jedoch zu gering berechnet, denn die Sättigungsverhältnisse durch das Hauptfeld sind innerhalb des Stegs der geschlossenen Nut stark unterschiedlich und meist sehr hoch. Die mittels FEM an der Oberfläche des Rotors festgestellten Permeabilitätswerte (Bild 1.1.1-2) weisen gegenüber *Weppler*'s analytischem Verfahren auf noch stärker gesättigte Bereiche bereits im Leerlauf hin. Dieser Effekt rührt von starken lokalen Sättigungen neben den Stegen und ist somit analytisch sehr schwer zu erfassen, ähnlich der Barrierensättigung wie man sie bei den PM-Rotoren mit vergrabenen Magneten kennt.

Die Bilder 1.1.1-3 bis 1.1.1-6 illustrieren Beispiele für die Sättigung durch das Hauptfeld im Leerlauf für verschiedene Rotornuten am Umfang. Die Berechnungen erfolgten mit dem Feldberechnungsprogramm FEMM 4.2 an einer 4-poligen Maschine (Maschine X) mit 36 Ständer- und 28 Läufernuten, Leiterzahl pro Nut $z_Q = 47$, Draht $2 \times 0,71$ mm Durchmesser, Wicklungstemperatur 20°C , Ständerstrom $I_s = 7,07$ A.

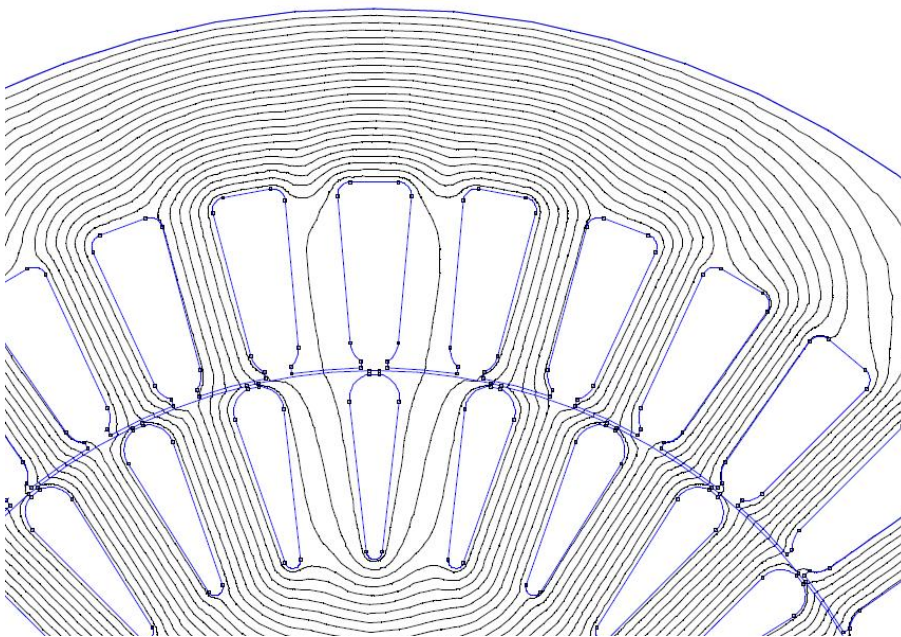


Bild 1.1.1-3: Maschine X im Leerlauf, Übersicht, Hauptfeld horizontal verlaufend, Stellung Nut-Nut

Im Stegbereich der geschlossenen Rotornut bei der senkrechten Mittellinie der Läufernut (Bild 1.1.1-4) herrscht eine tangentielle Induktion von 1,8 T bereits im Leerlauf bei Bemessungsfluss.

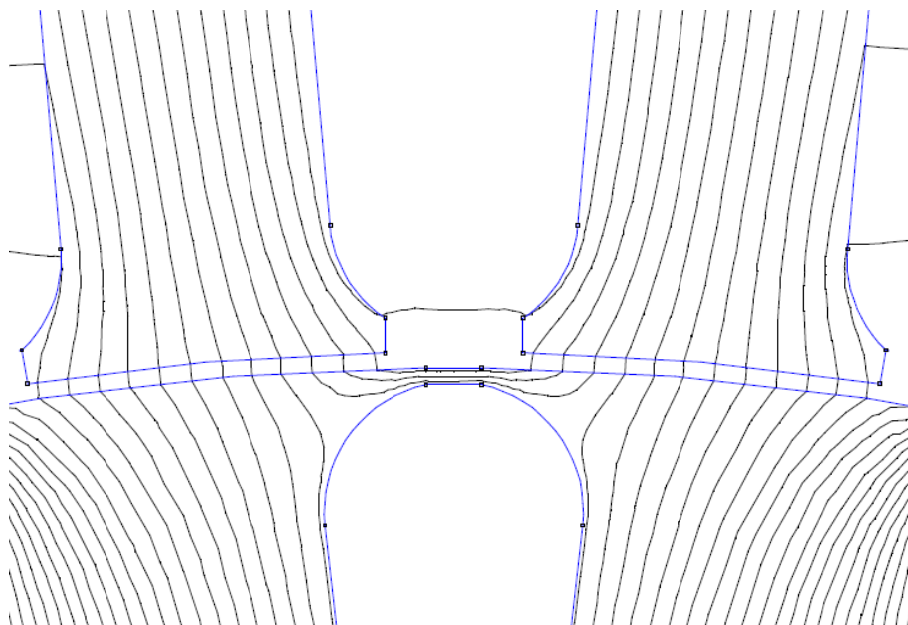


Bild 1.1.1-4: Wie Bild 1.1.1-3, Vergrößerung der mittleren Nutpaarung. Maschine im Leerlauf, Stellung Nut-Nut, im Rotor-Steg treten 1,8 T in tangentialer Richtung auf.

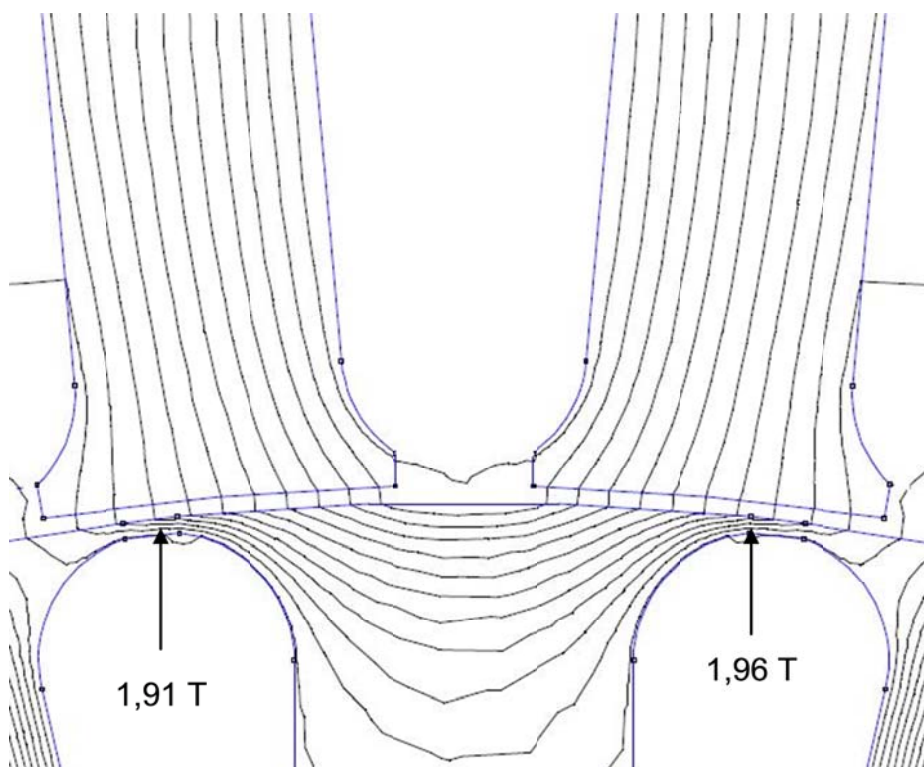


Bild 1.1.1-5: Wie Bild 1.1.1-4, jedoch Stellung Statornut-Rotorzahn. In den Rotorstegen tritt tangential eine Flussdichte von ca. 1,95 T auf.

In Bild 1.1.1-5 erkennt man in der Stellung Statornut-Rotorzahn eine erhöhte Flussdichte und damit Sättigung links und rechts des Rotornut-Steps.

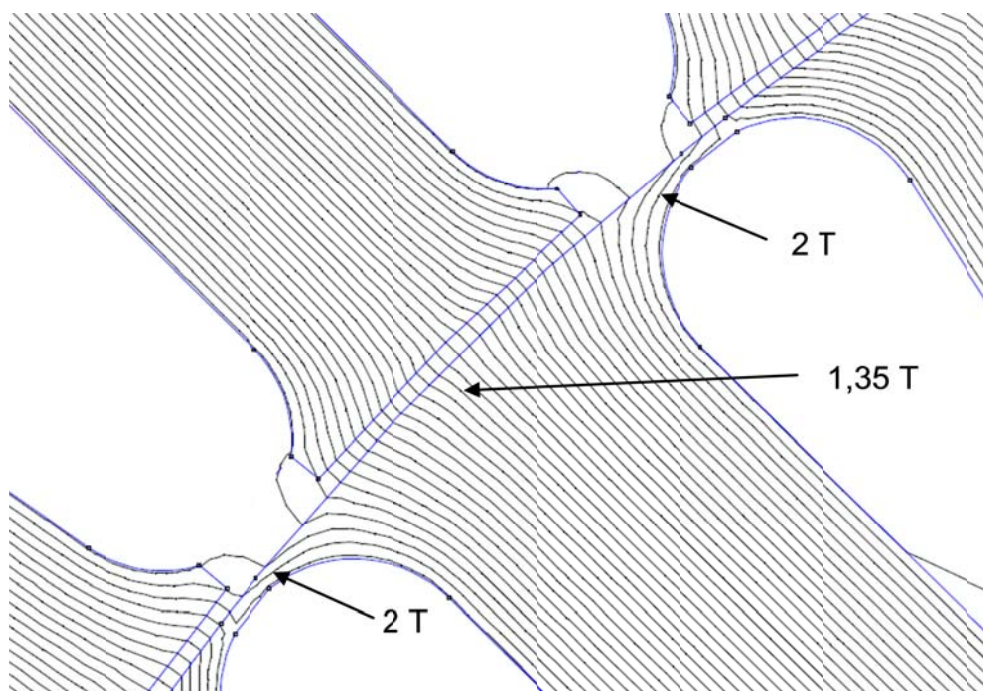


Bild 1.1.1-6: Wie Bild 1.1.1-4 jedoch Stellung Statorzahn-Rotorzahn

In Bild 1.1.1-6 erkennt man in der Stellung Statorzahn-Rotorzahn ebenfalls eine erhöhte Flussdichte und damit Sättigung links und rechts des Rotornut-Steps.

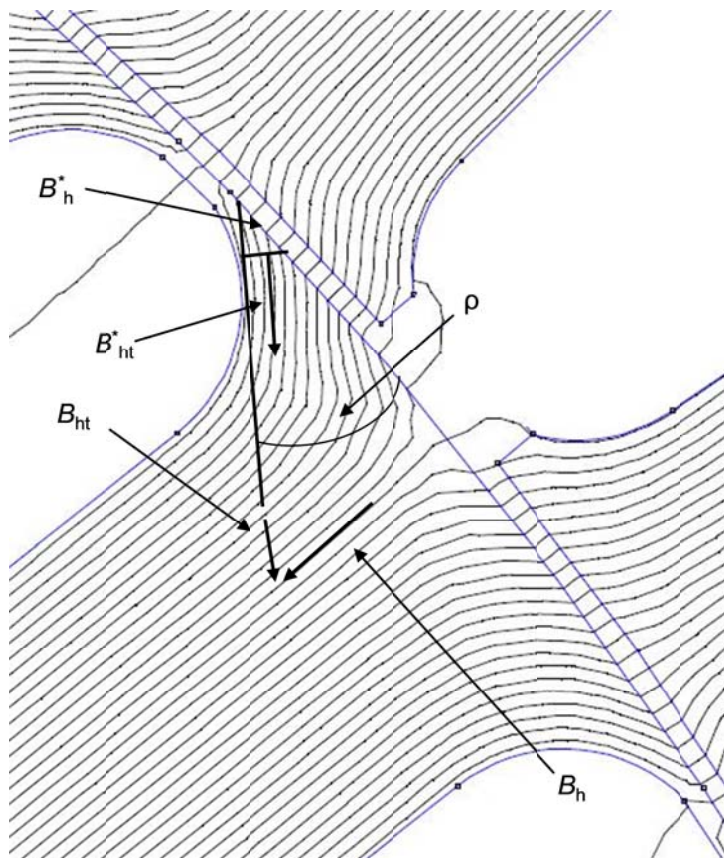


Bild 1.1.1-7: Detail zu Bild 1.1.1-5, Maschine im Leerlauf ($s = 0$), Induktionsverteilung im Rotorsteg bei der Position Statorzahn-Rotornut.

In Bild 1.1-11 und Bild 1.1-12 ist die Situation bezeichnet, wie sie in [10] zu finden ist. Die dort verwendete tangentielle Hauptfeldinduktion B_{ht} gemäß Bild 1.1.1-8 wird hier auf eine andere Art und Weise berechnet und B_{ht}^* genannt.

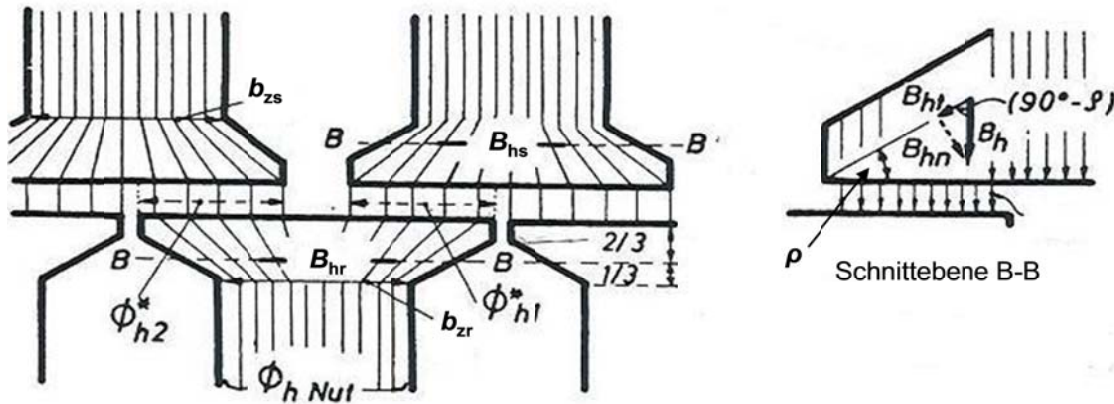


Bild 1.1.1-8: Vorsättigung der Zahnköpfe durch das Hauptfeld B_h [10]

Diese ergibt sich aus der Nut-Zahn-Geometrie zu

$$B_{ht}^* = \frac{0,5 \cdot \Phi_{hNul}}{0,5 \cdot (\tau_{Qr} - b_{zs}) \cdot l_{Fe} \cdot k_{Fe}} \cdot \frac{\tau_{Qr} - b_{zs}}{\tau_{Qr} - s_{Qs}} \cdot \frac{1}{\sin(\rho)} = \frac{\Phi_{hNul}}{l_{Fe} \cdot k_{Fe} \cdot (\tau_{Qr} - s_{Qs}) \cdot \sin(\rho)} \quad (1.1.1-5)$$

Dabei ist $\Phi_{hNul} = \Phi_{h1}^* + \Phi_{h2}^*$.

B_{ht}^* wird dabei numerisch auf 2,5 T begrenzt. Deshalb wurde in KLASYS05 die Möglichkeit eines Gewichtungsfaktors G geschaffen, der zwischen B_{ht} gemäß *Weppler* und B_{ht}^* gemäß (1.1.1-6) gewichtet. Wenn das Gewicht G zwischen 0 und 1 liegt, dann ist

$$B_{ht, gew} = B_{ht} + (B_{ht}^* - B_{ht}) \cdot G. \quad (1.1.1-6)$$

Wenn G größer als 1 ist, dann ist

$$B_{ht, gew} = G \cdot B_{ht}^*. \quad (1.1.1-7)$$

Das Gewicht G muss vom Benutzer eingegeben werden. Auf diese Weise wird die analytische Methode nach *Weppler* mit den Ergebnissen der FEM-Berechnung korrigiert, je nach Vorgabe des Wertes G .

Aufgrund der beschriebenen Erkenntnisse aus der numerischen Feldberechnung ergeben sich somit weitere Maßnahmen zur rechnerischen Behandlung der geschlossenen Nut. Die iterative Berechnung des Sättigungsfaktors $k_{ns, ra}$ nach *Weppler* wurde derart erweitert, dass auch die Hauptfeld-Vormagnetisierung berücksichtigt wird (Bild 1.1.1-9).

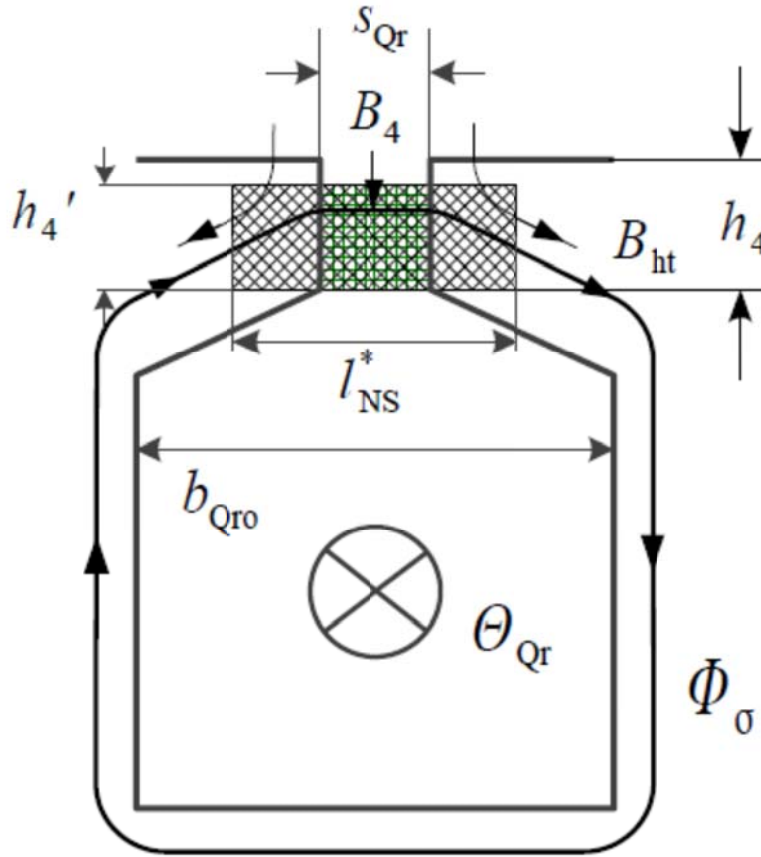


Bild 1.1.1-9: Halbgeschlossene Nut, Läufernutslitzsättigung auf der Länge l_{NS}^* zufolge des Eigenfelds B_4 der Nutdurchflutung Θ_{Qr} mit Vormagnetisierung

Es gilt, wenn mit H_{4Fe-} und H_{4Fe+} die Feldstärken im Eisen links und rechts des Nutschlitzes bezeichnet werden,

$$H_4 \cdot s_{Qr} + H_{4Fe+} \cdot (l_{NS}^* - s_{Qr}) \cdot 0,5 + H_{4Fe-} \cdot (l_{NS}^* - s_{Qr}) \cdot 0,5 = \Theta_{Qr} \cdot n_{rz} \quad (1.1.1-8)$$

bzw.

$$\Theta_{Qr} \cdot n_{rz} - H_4 \cdot s_{Qr} - H_{4Fe+} \cdot (l_{NS}^* - s_{Qr}) \cdot 0,5 - H_{4Fe-} \cdot (l_{NS}^* - s_{Qr}) \cdot 0,5 = f(k_{ns,ra}) = 0. \quad (1.1.1-9)$$

Es wird im Eisen die nichtlineare $B(H)$ -Kennlinie verwendet. Daher gilt

$$H_4 = \frac{B_4}{\mu_0} \text{ und im benachbarten Eisenbereich} \quad (1.1.1-10)$$

$$H_{4Fe+} = H(B_4 + B_{ht}) \text{ sowie} \quad (1.1.1-11)$$

$$H_{4Fe-} = H(B_4 - B_{ht}). \quad (1.1.1-12)$$

Dabei ist n_{rz} ist ein aus dem lokalen Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} vorab berechneter Faktor der den Anteil der magnetischen Spannung für den Nutstreiffluss im Nutkopf repräsentiert, wie es in [10] erläutert wird. Somit erhält man für die Funktion f folgenden Ausdruck:

$$f = n_{rz} \cdot \Theta_{Qr} - \left(\frac{B_4}{\mu_0} \cdot s_{Qr} + 0,5 \cdot (l_{NS}^* - s_{Qr}) \cdot (H_{4Fe+} + H_{4Fe-}) \right). \quad (1.1.1-13)$$

Gesucht wird somit B_4 im Schlitzbereich s_{Qr} mit der regula falsi als Nullstelle von Gl. (1.1.1-13) beginnend mit einem geeigneten Startwert für B_4 . Der Sättigungsfaktor ist nach erfolgter Iteration

$$k_{ns,ra} = \frac{B_4}{\hat{B}} \text{ mit} \quad (1.1.1-14)$$

$$\hat{B} = \frac{\Theta_{Qr} \cdot \mu_0}{s_{Qr}}. \quad (1.1.1-15)$$

Bei geschlossenen Nuten ist gemäß *Weppler* s_{Qr} ein fiktiver, sehr kleiner Wert $s_{Qr} = 0,01 \text{ mm}$, wie schon erwähnt wurde. Die Sättigungslänge l_{NS}^* wird gemäß [10] mit halber oberer Nutbreite $\frac{b_{Qro}}{2}$ angenommen (Bild 1.1.1-9).

Der bereits erwähnte Zickzack-Streufluss wird in Abschnitt 1.1.2 und den folgenden Kapiteln detailliert behandelt. Es sei vorweggenommen, dass der Zickzack-Streufluss einer geschlossenen Läufernut gemäß (5.1.3) relativ klein sein wird, da sich der minimale Zickzack-Streuflusses (in Stellung Statornut-Rotornut) über den Steg der Läufernut relativ gut ausbilden kann. Demgegenüber wird der Läufernutstreufluss wesentlich erhöht sein. Die Behandlung der geschlossenen Nut bei hohen Frequenzen zufolge Stromüberschwingungen bei Umrichterbetrieb wird im Kapitel 8.3 und folgende behandelt.

1.1.2 Weitere Details zum Ersatzschaltbild nach *Weppler*

Ein weiteres wesentliches Detail bei der Berechnung der Asynchronmaschine ist die Erfassung der Querströme zwischen benachbarten Rotorstäben. In [21] hat *Weppler* einen komplexen Schrägungsfaktor $\underline{\chi}_v$ zur Erfassung der Querströme für das v -te Oberfeld abgeleitet. Die Frequenzabhängigkeit des Querwiderstandes wird vernachlässigt. Es soll erwähnt werden, dass, wie in [16] festgestellt, der Querwiderstand von der Stromverdrängung im Läuferstab nicht beeinflusst wird. Die in der Käfigmasche induzierte Spannung bzw. elektrische Feldstärke ist davon nicht abhängig. Die elektrischen Feldlinien gehen stets von der gesamten Nutseitenwandfläche aus und treiben somit immer einen Querstrom über die gesamte Nutseitenwandfläche. *Weppler* löst die Differentialgleichung für homogenen Querwiderstand R_q in [21]. Der Querstrom führt zur einer y -Abhängigkeit des v -ten Rotoroberstroms $\underline{I}_v(y)$ von der Maschinenachse und bildet die Erregung $\underline{\mathcal{Q}}_v(y)$. Dies führt zur resultierenden Induktion $\underline{B}_{sv}(y)$, aus welcher *Weppler* wiederum den resultierenden Fluss $\underline{\Phi}_{sv}$

erhält, welcher eine Funktion des Ständerstroms \underline{I}_s und eines fiktiven Rotorstroms \underline{I}_{rv} ist. Dieser Rotoroberstrom \underline{I}_{rv} hängt aufgrund der Einführung des komplexen Schrägungsfaktors $\underline{\chi}_v$ nicht mehr von der Koordinate y in Richtung Maschinenachse ab. Folglich hängt er nur vom Ständerstrom \underline{I}_s und vom komplexen Schrägungsfaktor $\underline{\chi}_v$ ab. Der Ausdruck für $\underline{\chi}_v$ ist in [26] zu finden. Die Verwendung des komplexen Schrägungsfaktors $\underline{\chi}_v$ im Grundwellenersatzschaltbild nach *Weppler* (Bild 1.1-3) stellt sich wie folgt dar. *Weppler* leitet in [21] zunächst einen Ausdruck (1.1.2-2) für die Drehfeldleistung P_{dv} des v -ten Ständeroberfeldes aus der Rotorverlustleistung P_{rv} ab, der unabhängig von einem Ersatzschaltbild gültig ist. Es ist

$$P_{rv} = Q_r \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{(s_v \cdot X_{rhv})^2}{\underline{Z}_{lv} + 2 \cdot R_R} \cdot \left(2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \eta_v^2 \right)^2 \cdot I_s^2 \cdot \underline{\chi}_v^2 \right\} = s_v \cdot P_{dv} \quad (1.1.2-1)$$

mit

$$P_{dv} = Q_r \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{s_v \cdot X_{rhv}^2}{\underline{Z}_{lv} + 2 \cdot R_R} \cdot \left(2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \eta_v^2 \right)^2 \cdot I_s^2 \cdot \underline{\chi}_v^2 \right\}. \quad (1.1.2-2)$$

In (1.1.2-1) und (1.1.2-2) ist \underline{Z}_{lv} (1.1.2-3) die Längsimpedanz eines Rotorstabs und R_R der auf den Stabbereich umgerechnete Widerstand eines Ringabschnitts zwischen zwei benachbarten Maschen,

$$\underline{Z}_{lv} = R_{\text{Stab},v} + j \cdot s_v \cdot (X_{\text{Stab},v} + X_{rhv}) \quad (1.1.2-3)$$

mit der v -ten Rotorstreureaktanz $X_{\text{Stab},v}$, X_{rhv} die v -te Rotorhauptfeldreaktanz und k_{wv} der v -te Ständerwicklungsfaktor. Nach Umrechnung erhält man (1.1.2-4) aus (1.1.2-2) zu

$$P_{dv} = m \cdot \operatorname{Re} \left\{ \frac{s_v \cdot X_{shv}^2}{R'_{rv} + j \cdot s_v \cdot (X'_{r,\sigma,v} + X_{shv})} \cdot \eta_v^2 \cdot I_s^2 \cdot \underline{\chi}_v^2 \right\}, \quad (1.1.2-4)$$

wenn das Widerstandsübersetzungsverhältnis

$$\ddot{u}_{R,v} = 4 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s^2 \cdot k_{wv}^2 \cdot \eta_v^2 = \frac{Z'_{lv}}{Z_{lv}} = \frac{X_{shv}}{X_{rhv}} \quad (1.1.2-5)$$

verwendet wird und R_{rv} nun den stabbezogenen Rotorwiderstand inklusive Ringabschnittswiderstände darstellt. Der *Jordan*'sche Kopplungsfaktor

$$\eta_v = \frac{\sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)}{\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}} \quad (1.1.2-6)$$

ist in [10] hergeleitet worden und berücksichtigt den Einfluss der endlichen Maschenweite auf die Rotorflussverkettung.

Der Vollständigkeit halber seien die Hauptfeldreaktanzen von Stator und Rotor angeführt mit

$$X_{shv} = \frac{4}{\pi} \cdot \mu_0 \cdot m \cdot f_s \cdot N_s^2 \cdot \frac{p \cdot \tau_p \cdot l_{Fe}}{\delta \cdot k_C} \cdot \frac{k_{wv}^2}{\nu^2} \quad \text{und} \quad (1.1.2-7)$$

$$X_{rhv} = \frac{1}{\pi} \cdot \mu_0 \cdot Q_r \cdot f_s \cdot \frac{p \cdot \tau_p \cdot l_{Fe}}{\delta \cdot k_C} \cdot \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{1}{\eta_v^2}. \quad (1.1.2-8)$$

Die Drehfeldleistung ergibt sich aus den Läuferverlusten mit

$$P_{dv} = \frac{1}{s_v} \cdot P_{rv}, \quad (1.1.2-9)$$

wobei in den Läuferverlusten nun auch die Querstromverluste enthalten sind. Die Formeln (1.1.2-1), (1.1.2-2) und (1.1.2-4) für die Drehfeldleistung bzw. die Rotorstromwärmeverluste werden nun etwas näher beleuchtet. Diese Formeln werden in KLASYS05 zur Berechnung der asynchronen Drehmomente verwendet. Daher wird die Korrektheit dieser Berechnung allein durch die Korrektheit des Ständerstromes I_s bestimmt. Da der Ständerstrom aus dem Grundwellenersatzschaltbild berechnet wird, muss dieses die Richtigkeit der Berechnung des Ständerstromes gewährleisten. Eine Umrechnung von (1.1.2-1) mit (1.1.2-12) liefert den folgenden äquivalenten Ausdruck (1.1.2-10) für die Rotorverluste:

$$P_{rv} = Q_r \cdot I_{rv}^2 \cdot \operatorname{Re} \left[\left(\frac{\underline{\chi}_v}{|\chi_v|} \right)^2 \cdot (R_{rv} - j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rhv})) \right]. \quad (1.1.2-10)$$

Der Ausdruck

$$\operatorname{Re} \left[\left(\frac{\underline{\chi}_v}{|\chi_v|} \right)^2 \cdot (R_{rv} - j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rhv})) \right] = \frac{\operatorname{Re}(\underline{\chi}_v^2)}{|\chi_v|^2} \cdot R_{rv} + \frac{\operatorname{Im}(\underline{\chi}_v^2)}{|\chi_v|^2} \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rhv})$$

entspricht also einem Ersatz-Läuferwiderstand, der den Einfluss der Querstromverluste mit erfasst. Für reelles χ_v wird daraus der Läuferwiderstand R_{rv} .

Für die Herleitung des Ersatzschaltbildes 1.1-3 nach [10] wird der reelle Schrägungsfaktor χ_v für die v -te Ständeroberwelle durch den jeweiligen komplexen Schrägungsfaktor $\underline{\chi}_v$ ersetzt und folgendes Stromübersetzungsverhältnis gewählt:

$$\underline{\ddot{u}}_{1,v} = 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v. \quad (1.1.2-11)$$

$$\text{Demzufolge gilt: } \underline{I}'_{rv} = \frac{\underline{I}_{rv}}{\underline{\ddot{u}}_{1,v}}.$$

Für die Rotoroberströme erhält man nach [10] und [21] den Ausdruck

$$\underline{I}_{rv} = \frac{-j \cdot s_v \cdot X_{rh,v} \cdot 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \underline{\chi}_v \cdot \eta_v^2}{\left[R_{rv} + j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rh,v}) \right]} \cdot \underline{I}_s = \frac{-j \cdot s_v \cdot X_{rh,v} \cdot \underline{\ddot{u}}_{1,v}}{\left[R_{rv} + j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rh,v}) \right]} \cdot \underline{I}_s, \quad (1.1.2-12)$$

welcher in Kapitel 2.2.1 im Punkto Nutungsberücksichtigung z. B. mit dem erweiterten Kopplungsfaktor (2.2.1-6) noch verbessert wird. Der Ausgangspunkt für die Ableitung eines Ersatzschaltbildes mit zwei Zusatzspannungen im Ständerkreis [10], mit dem Stromübersetzungsverhältnis (1.1.2-11), dem Widerstandsübersetzungsverhältnis (1.1.2-5) sowie mit dem komplexen Schrägungsfaktor $\underline{\chi}_v$ sind die folgenden Gleichungen (1.1.2-13) für die Statorwicklung je Strang und (1.1.2-14) für eine Spannungsinduktion in einer Rotormasche durch das v -te Rotoroberfeld:

$$\underline{U}_s = \underline{I}_s \cdot (R_s + j \cdot X_{s\sigma}) - j \cdot \sum_{v=p}^{\infty} X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2) \cdot \underline{I}'_{rv} + j \cdot \sum_{v=p}^{\infty} X_{shv} \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_{rv}) \quad (1.1.2-13)$$

$$0 = \underline{I}'_{rv} \cdot \left(\frac{R'_{rv}}{s_v} + j \cdot X'_{r,\sigma,v} \right) + j \cdot X_{shv} \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_{rv}). \quad (1.1.2-14)$$

Diese Gleichungen entsprechen dem Ersatzschaltbild in Bild 1.1.2-1.

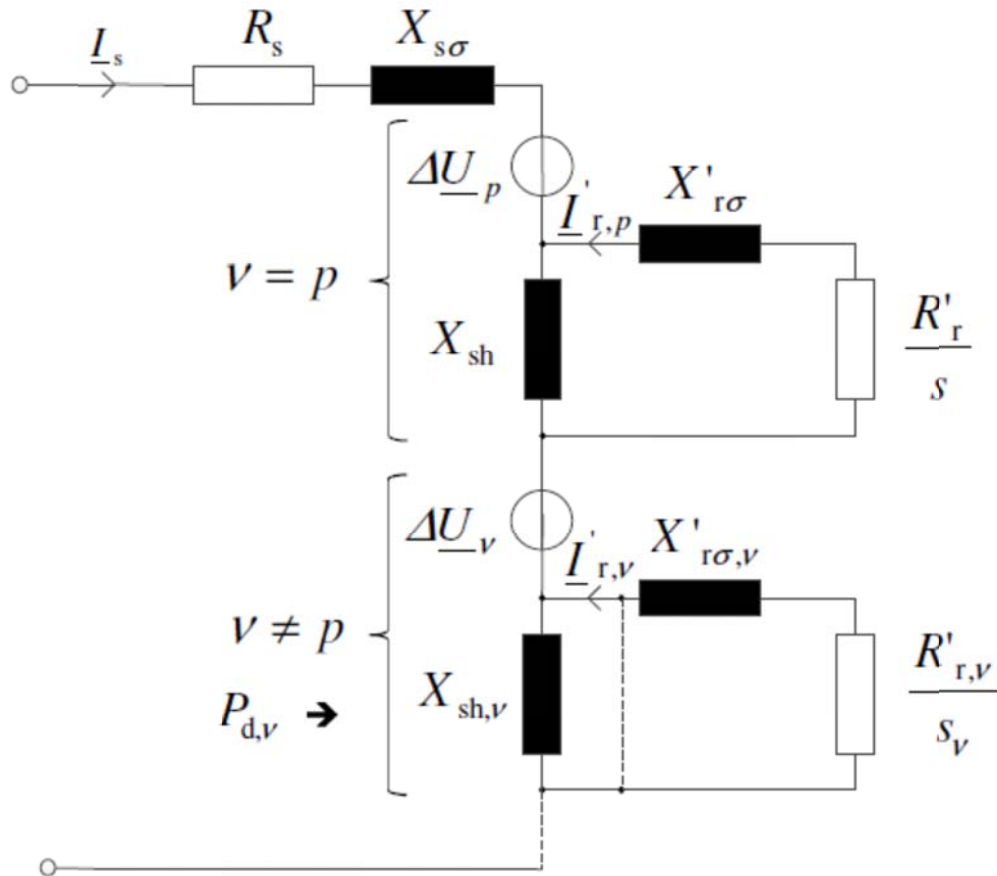


Bild 1.1.2-1: Ersatzschaltbild der Käfigläufer-ASM mit Berücksichtigung der v -ten Ständeroberwelle gemäß [21]. Die strichlierte Verbindung gilt für Gleichung (1.1.2-17).

In Bild 1.1.2-1 ist

$$\Delta \underline{U}_v = -j \cdot X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2) \cdot \underline{I}'_{rv} \quad (1.1.2-15)$$

mit $v = p \cdot (1 + 2 \cdot m \cdot g)$, $g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

eine vom Belastungsstrom \underline{I}'_{rv} abhängige Spannung. Man beachte, dass gemäß (1.1.2-11) und (1.1.2-12) für den Fall $\eta_v = 0$ der Strom $\underline{I}'_{rv} = -\underline{I}_s$ wird und somit der Läuferkreis quasi kurzgeschlossen ist (strichlierte Linie in Bild 1.1.2-1), was dem idealen Kurzschluss entspricht. Die Spannung an X_{shv} ist somit Null, dafür aber hat $\Delta \underline{U}_v$ seinen größten Wert, denn die induzierten netzfrequenten Spannungen der Oberwellen müssen vom Netz her abgedeckt sein.

In dieser noch nicht vereinfachten Ersatzschaltung entsprechen die daraus abgeleiteten Ausdrücke für die Drehfeldleistung $P_{d,v}$ uneingeschränkt den Formeln (1.1.2-2) bzw. (1.1.2-4). Interessant ist, dass die modifizierte Formel

$$P_{dv}^* = \operatorname{Re} \left\{ \frac{s_v \cdot X_{shv}^2}{\underline{Z}'_{lv} + 2 \cdot R'_R} \cdot m \cdot I_s^2 \cdot \underline{\chi}_v^2 \right\}, \quad (1.1.2-16)$$

also (1.1.2-4) ohne η_v^2 , die Luftspaltleistung ohne die Quellenspannung $\Delta \underline{U}_v$ beschreibt.

Die weiteren Ableitungen und Vereinfachungen werden für eine erste Berechnung von \underline{I}_s und

$\underline{I}'_{r,p}$ bei Speisung mit \underline{U}_s unverändert aus [10] übernommen. Mit $s_v = 1 - \frac{v}{p} \cdot (1 - s)$ folgt für

$|v| \gg p$, dass $\frac{R'_{rv}}{s_v}$ klein ist. Mit $\frac{R'_{rv}}{s_v} \approx 0$ und $X'_{r,\sigma,v} \approx 0$ für $|v| > p$ folgt aus (1.1.2-14)

$$X_{shv} \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_{rv}) \approx 0$$

und somit mit $\underline{I}'_{r,p} = \underline{I}'_r$, $\eta_p = \eta$ und $\underline{\chi}_p = \underline{\chi}$

$$\underline{U}_s = \underline{I}_s \cdot (R_s + j \cdot X_{s\sigma}) - j \cdot X_{sh} \cdot (1 - \eta^2 \cdot \underline{\chi}^2) \cdot \underline{I}'_r - \dots$$

$$\dots - j \cdot \sum_{v \neq p}^{\infty} X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2) \cdot \underline{I}'_{rv} + j \cdot X_{sh} \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r), \quad (1.1.2-17)$$

wobei $\underline{I}'_{rv} = -\underline{I}_s$ ist.

Es folgt nun eine Erweiterung der Gleichung (1.1.2-17) mit $\pm j \cdot \sum_{v \neq p} X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2) \cdot \underline{I}'_r$:

$$\begin{aligned} \underline{U}_s &= \underline{I}_s \cdot (R_s + j \cdot X_{s\sigma}) - \\ &- j \cdot X_{sh} \cdot (1 - \eta^2 \cdot \underline{\chi}^2) \cdot \underline{I}'_r - \left[j \cdot \sum_{v \neq p} X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2) \cdot \underline{I}'_r \right] + \leftarrow \text{dieser Ausdruck ist } \Delta \underline{U}_s \\ &+ j \cdot \underline{I}_s \cdot \sum_{v \neq p} X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2) + \left[j \cdot \sum_{v \neq p} X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2) \cdot \underline{I}'_r \right] + \leftarrow \text{dieser Ausdruck ist } \Delta \underline{U}_m \\ &+ j \cdot X_{sh} \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r). \end{aligned} \quad (1.1.2-18)$$

Somit folgt mit den Abkürzungen $\Delta \underline{U}_s$ und $\Delta \underline{U}_m$ gemäß Bild 1.1-3, aber mit $\underline{\chi}$ statt χ ,

$$\underline{U}_s = \underline{I}_s \cdot (R_s + j \cdot X_{s\sigma}) + \Delta \underline{U}_s + \Delta \underline{U}_m + j \cdot X_{sh} \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad (1.1.2-19)$$

$$0 = \underline{I}'_r \cdot \left(\frac{R'_r}{s} + j \cdot X'_{r\sigma} \right) + j \cdot X_{sh} \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \quad (1.1.2-20)$$

mit

$$\Delta \underline{U}_s = -j \cdot \underline{I}'_r \cdot \sum_v X_{shv} \cdot (1 - \eta_v^2 \cdot \underline{\chi}_v^2), \quad (1.1.2-21)$$

$$\Delta \underline{U}_S = -j \cdot \underline{I}'_r \cdot X_{sh} \cdot \sum_{\nu} \left(\frac{p \cdot k_{w\nu}}{\nu \cdot k_{wp}} \right)^2 \cdot (1 - \eta_{\nu}^2 \cdot \underline{\chi}_{\nu}^2) = -\underline{I}'_r \cdot \underline{Z}_{\sigma,S} \quad \text{und} \quad (1.1.2-22)$$

$$\Delta \underline{U}_m = j \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}'_r) \cdot X_{sh} \cdot \sum_{\nu, \nu \neq p} \left(\frac{p \cdot k_{w\nu}}{\nu \cdot k_{wp}} \right)^2 \cdot (1 - \eta_{\nu}^2 \cdot \underline{\chi}_{\nu}^2) = \underline{I}_m \cdot \underline{Z}_{\sigma,m}, \quad (1.1.2-23)$$

wobei für die Impedanz der Spaltstreuung durch den Laststrom \underline{I}'_r

$$\underline{Z}_{\sigma,S} = j \cdot X_{sh} \cdot \sum_{\nu} \left(\frac{p \cdot k_{w\nu}}{\nu \cdot k_{wp}} \right)^2 \cdot (1 - \eta_{\nu}^2 \cdot \underline{\chi}_{\nu}^2) \quad (1.1.3-24)$$

und für die Impedanz der Spaltstreuung durch den Magnetisierungsstrom $\underline{I}_m = \underline{I}_s + \underline{I}'_r$

$$\underline{Z}_{\sigma,m} = j \cdot X_{sh} \cdot \sum_{\nu, \nu \neq p} \left(\frac{p \cdot k_{w\nu}}{\nu \cdot k_{wp}} \right)^2 \cdot (1 - \eta_{\nu}^2 \cdot \underline{\chi}_{\nu}^2) \quad (1.1.2-25)$$

gilt. Die obigen Formeln entsprechen dem in [10], [21] und Bild 1.1-3 gezeigten Ersatzschaltbild auf physikalischer Basis. Eine hier nicht angeführte Ableitung zeigt nun folgenden Sachverhalt. Für reellen Schrägungsfaktor liefert das Ersatzschaltbild an dieser Stelle der Ableitung die Drehfeldleistung für die Grundwelle in Übereinstimmung mit (1.1.2-4) für $\nu = p$. Dies bedeutet aber auch, dass in Summe die Drehfeldleistungen der Oberwellen praktisch keinen Beitrag liefern. Für komplexen Schrägungsfaktor ergibt sich aus dem Ersatzschaltbild jedoch der Ausdruck

$$P_d = P_{dp} + m \cdot I_s^2 \cdot \sum_{\nu \neq p} X_{sh\nu} \cdot [\text{Im}(\underline{\chi}_{\nu})]^2 \cdot \eta_{\nu}^2, \quad (1.1.2-26)$$

der einen Beitrag der Oberwellenquerströme enthält. Der für die Oberwellen exakte Ausdruck in (1.1.2-4) kann in den zweiten Summanden von (1.1.2-26) übergeführt werden, wenn für die

Oberwellen die Werte $\frac{R_{rv}}{s_v}$ und $X_{r,\sigma,\nu}$ vernachlässigt werden.

Für den Sonderfall $\eta_{\nu}^2 \cdot \underline{\chi}_{\nu}^2 \approx 0$ wird aus $\underline{Z}_{\sigma,m}$ die normale, unabgedämpfte doppeltverkettete Ständerstreuung, wie man sie in vielen Lehrbüchern findet [6]. Bei Beschränkung auf die ständernutharmonischen Oberfelder mit den Ordnungszahlen $\nu_Q = p + g_Q \cdot Q_s$, $g_Q = \pm 1, \pm 2, \dots$, ergibt sich wegen $k_{w\nu_Q}^2 = k_{wp}^2$ für $\underline{Z}_{\sigma,S}$ bei $\eta_{\nu}^2 \cdot \underline{\chi}_{\nu}^2 \approx 0$ zunächst

$$\underline{Z}_{\sigma,S} \approx j \cdot X_{sh} \cdot (1 - \eta^2 \cdot \underline{\chi}^2) + j \cdot X_{sh} \cdot \sum_{\nu_Q} \left(\frac{p \cdot k_{w\nu}}{\nu_Q \cdot k_{wp}} \right)^2. \quad (1.1.2-27)$$

Nach *Weppler* [10] gelten folgende Näherungen:

$$\sum_{\nu_Q} \left(\frac{p \cdot k_{wv}}{\nu_Q \cdot k_{w1}} \right) = \sum_{\nu_Q} \left(\frac{p}{\nu_Q} \right)^2 \approx \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\pi \cdot p}{Q_s} \right)^2$$

und wegen $|\eta| \ll 1$, $|\underline{\chi}| \ll 1$

$$(1 - \eta^2 \cdot \underline{\chi}^2) \approx (1 - \eta^2) + (1 - \underline{\chi}^2), \text{ sowie mit (1.1.2-6) und } \frac{\pi}{Q_r} \ll 1$$

$$1 - \eta^2 \approx \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\pi \cdot p}{Q_r} \right)^2.$$

Daraus folgt für die Impedanz der lastabhängigen Spaltstreuung analog zu [10]

$$\underline{Z}_{\sigma,s} = j \cdot X_{sh} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\pi \cdot p}{Q_r} \right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\pi \cdot p}{Q_s} \right)^2 \right] + j \cdot X_{sh} \cdot (1 - \underline{\chi}^2) = \underline{Z}_{\sigma,z} + \underline{Z}_{\sigma,\chi}. \quad (1.1.2-28)$$

Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung ist von den Nutenzahlen Q_s und Q_r abhängig. Die Impedanz $\underline{Z}_{\sigma,z} = j \cdot X_{\sigma,z}$ repräsentiert die induktive Spannung des Zickzack-Streufusses. Der zweite Term $\underline{Z}_{\sigma,\chi}$ ist von der Schrägung abhängig (Schrägungsstreuung) und repräsentiert deren induktive Wirkung.

Die Messungen in [10] führen zum Schluss, dass dem bei Leerlauf vorhandenen Luftspaltfluss ein weiterer belastungsabhängiger Fluss überlagert wird, verursacht durch das gleichzeitige Zusammenwirken von Ständer- und Läuferdurchflutung. Gemäß Bild 1.1-1 leitet nun *Weppler* in [10] für $X_{\sigma,z}$ einen Ausdruck (1.1.2-29) auf physikalischer Basis bei Beachtung der Feldverhältnisse im Luftspalt ab, wobei Querströme vernachlässigt werden.

$$X_{\sigma,z} = 4 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot f_s \cdot \frac{N_s^2}{p \cdot q} \cdot l_{Fe} \cdot k^* \cdot \frac{(\tau_{Qr} - s_{Qs}^* - s_{Qr}^*)^2}{6 \cdot \tau_{Qr} \cdot \delta} \cdot K_{zk} \cdot \chi \quad (1.1.2-29)$$

Dieser wichtige Schritt ist eine Folge der gedanklichen Trennung von Leerlauf- und Kurzschlussfeld. Das vorhin abgeleitete Ersatzschaltbild ermöglichte eine Berücksichtigung der lastabhängigen Spaltstreuung durch die Zusatzspannungsquelle $\Delta \underline{U}_s$. Der im Folgenden in (1.1.2-30) beschriebene Ausdruck ähnelt zwar jenem in (1.1.2-29), jedoch erfolgte dessen Ableitung auf völlig andere Weise. Jener in (1.1.2-29) entstand durch eine Radialfeldbetrachtung, jener in (1.1.2-30) durch ein Querfeldmodell (Kurzschlussfeld).

Bei gesehnter Wicklung treten in den Nuten mit phasenverschobenen Strömen andere Sättigungsfaktoren K_{zk} auf. Mit dem Korrekturfaktor k^* aus [10] wird dies berücksichtigt.

Hiezu kann die aus der Literatur bekannte Sehnungskorrektur der Nutstreuung verwendet werden. Da der Einfluss der Querströme zufolge der Grundwelle $\nu = p$ des Luftspaltfeldes auf die Rotorstromverteilung nur gering ist, ist es zulässig, hier den reellen Schrägungsfaktor χ zu verwenden, der ebenfalls in [10] hergeleitet wurde. Der Ausdruck

$$\frac{(\tau_{Qr} - s_{Qs}^* - s_{Qr}^*)^2}{6 \cdot \tau_{Qr} \cdot \delta} = \lambda_{Z, \text{Weppeler}}$$

wird durch *Schetelig* [11] aufgrund einer genaueren Feldberechnung im Luftspalt verbessert zu

$$\lambda_{Z, \text{Schetelig}} = \left[\left(\frac{d}{2 \cdot \delta} - \lambda \right) \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'}{\tau_{Qr}} + \lambda \right]. \quad (1.1.2-30)$$

Für die Ausdrücke λ , d' und d siehe Abschnitt 4.3, Teil b. Somit folgt:

$$\underline{Z}_{\sigma, s} = j \cdot 4 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot f_s \cdot \frac{N_s^2}{p \cdot q} \cdot l_{Fe} \cdot k^* \cdot \lambda_{Z, \text{Sch}} \cdot K_{zk} \cdot \chi + j \cdot X_{sh} \cdot (1 - \chi^2) = -\frac{\Delta U_s}{I_r'}. \quad (1.1.2-31)$$

Dabei ist K_{zk} der integrale Zahnkopfsättigungsfaktor, s_{Qs}^* und s_{Qr}^* sind die aufgrund der zweidimensionalen Feldverteilung im Nutschlitzbereich magnetisch wirksamen Nutschlitzbreiten bei stromdurchflossener Nut gemäß (4.3-16) und (4.3-17). Sie heißen ‚effektive‘ Nutschlitze. Ebenso folgt

$$\underline{Z}_{\sigma, m} \approx j \cdot X_{sh} \cdot \sum_{\nu, \nu \neq p} \left(\frac{p}{\nu} \cdot \frac{k_{wv}}{k_{wp}} \right)^2 = j \cdot X_{sh} \cdot \sigma_{so} = \frac{\Delta U_m}{I_m}. \quad (1.1.2-32)$$

Der komplexe Schrägungsfaktor $\underline{\chi}$ bleibt also im Anteil $\underline{Z}_{\sigma, \chi}$ von (1.1.2-31) erhalten, während er sonst für $\nu = p$ durch das reelle χ ersetzt wird.

Anmerkung: Im Folgenden wird begrifflich nicht mehr streng zwischen ‚Spaltstreufloss‘ und ‚Zickzack-Streufloss‘ unterschieden.

Wenn der Ständerstrom \underline{I}_s aus dem Ersatzschaltbild Bild 1.1-3 exakt wäre (was aufgrund der o. g. Näherungen nicht der Fall ist), dann würde für die Drehfeldleistung auch

$$P_d = P_{in} - P_{Cu, s} - P_{Fe, s}$$

gelten, wobei P_{in} die elektrisch zugeführte Leistung auf der Statorseite ist und $P_{Cu, s}$ und $P_{Fe, s}$ die statorseitigen Stromwärmeverluste und die netzperiodischen Ummagnetisierungsverluste sind. Da diese Näherungen aber gut die Realität treffen, wird \underline{I}_s aus dem Ersatzschaltbild nahezu korrekt bestimmt. Eine nachträgliche Korrektur des Leistungsfaktors, des Wirkungsgrades, des Drehmomentes, der zugeführten elektrischen Leistung und der

abgegebenen mechanischen Leistung mit den durch die Läuferoberströme ($v \neq p$) verursachten Größen wird wie folgt getätigt:

$$\cos(\varphi)_{\text{korr}} = \cos(\varphi) \cdot \left(1 + \frac{\sum_v P_{dv}}{P_{\text{in}}} \right), \quad (1.1.2-33a)$$

$$\eta_{\text{korr}} = \frac{P_{\text{out}} + \sum_v P_{\text{out},v}}{P_{\text{in}} + \sum_v P_{dv}}, \quad (1.1.2-33b)$$

$$M_{\text{korr}} = M_p + \sum_v M_v, \quad (1.1.2-33c)$$

$$P_{\text{in,korr}} = P_{\text{in}} + \sum_v P_{dv}, \quad (1.1.2-33d)$$

$$P_{\text{out,korr}} = P_{\text{out}} + \sum_v P_{\text{out},v}, \quad (1.1.2-33e)$$

$$\text{mit } P_{\text{out},v} = P_{dv} \cdot \frac{v}{p} \cdot (1-s). \quad (1.1.2-33f)$$

Die vereinfachte Berücksichtigung der gegenseitigen Nutung nach *Weppler* und *Neuhaus* [22], bei der die Summe aus Stator- und Rotornutslitzbreiten mit dem erweiterten Kopplungsfaktor η_{ve} gemäß (2.2.1-6) verwendet wird, lässt sich ebenso einfach in das Ersatzschaltbild Bild 1.1-3 einbauen. Grundsätzlich wird dabei gemäß der Ableitung in [22] das Quadrat des klassischen Kopplungsfaktors η_v^2 durch das Produkt $\eta_v \cdot \eta_{ve}$ ersetzt. Dies betrifft somit das Stromübersetzungsverhältnis

$$\underline{\dot{u}}_{1,v} = \frac{2 \cdot m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{w,v} \cdot \eta_v \cdot \eta_{ve} \cdot \underline{\chi}_v \quad (1.1.2-34)$$

sowie die Ständer-Hauptfeldreaktanz mit Einfluss der Stator- und Rotornutslitzbreite

$$X_{\text{shv,Q}} = \omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{\eta_{ve}}{\eta_v} \cdot \frac{2 \cdot d}{\tau_{Q_r}} \cdot \frac{m}{\pi^2} \cdot \frac{2 \cdot \tau_p \cdot l_{Fe}}{\delta} \cdot \left(\frac{N_s \cdot k_{w,v}}{v} \right)^2 \quad (1.1.2-35)$$

mit

$$\frac{2 \cdot d}{\tau_{Q_r}} \approx \frac{1}{k_C}. \quad (1.1.2-36)$$

Die Näherung der Summenwirkung aus Stator- und Rotornutslitzbreite trifft die Realität am besten im Läuferstillstand $s = 1$, da keine Relativbewegung zwischen Stator und Rotor stattfindet. Folglich passt diese Näherung für den Betriebsfall $0 \leq s \leq 1$, bei $s = 0$ aber

schlechter. Daher ist der erweiterte Kopplungsfaktor für Leerlauf eigentlich schlecht brauchbar, wie auch *Loeser* [13] erwähnte. Deshalb steht im Programm KLASYS05 auch die Option der Berechnung der Läuferoberströme nach *Taegen* [25] zur Verfügung, welcher die gegenseitige Nutung auch bei Relativbewegung des Läufers zum Ständer, dann aber mit anderen Faktoren, berücksichtigt. Darüber hinaus kann der erweiterte Kopplungsfaktor für das erste Nutharmonischenpaar durch einen Korrekturwert nach *Stepina* [33] ersetzt werden (siehe auch Abschnitt 2.2.1).

Weppler erwähnt in [22] die Konstanz des Verhältnisses Läuferoberströme \underline{I}_{rv} zum Ständerstrom \underline{I}_s bei $s = 2$ und variablem Strom. Dies würde bedeuten, dass die lastabhängige Sättigung des Spaltstreufusses, der bei $s = 2$ hauptsächlich durch die induktive Wirkung der Rotoroberströme begrenzt, sich nicht mit \underline{I}_s ändert. Dies gilt aber nur für sehr große Nutschlitze (also z. B. offene Nuten) und hohen Schlupf $s \gg 1$. Die hier ausgeführten Berechnungen haben ergeben, dass die Sättigung sehr wohl berücksichtigt werden muss. Dies steht auch im Einklang mit der in der Literatur vielfach erwähnten Sättigungsabhängigkeit der doppeltverketteten Läuferstreuung ([3], [25]).

1.2 Die Arbeiten von *Taegen*

Mit Hilfe eines erweiterten Gleichungssystems für den Läuferkreis können mit Hilfe des Ständergrundstroms \underline{I}_s die Läuferoberströme ermittelt werden (siehe auch [9]). Die Berücksichtigung der Nutschlitze erfolgt im Wesentlichen mit den Gegeninduktivitäten M_v durch Verwendung des Nutungsfaktors und der Luftspaltleitwertwellen mit einer Rechteckfeldnäherung für das Luftspaltfeld, wobei beide einer Gesamtfeldkorrektur auf Basis einer 2D-FEM-Berechnung mit K_{sv} nach *Kolbe* [51] unterzogen werden. Querströme werden nachträglich mit dem komplexen Schrägungsfaktor [21] berücksichtigt.

Nach der Bestimmung des Ständer-Grundschwingungsstroms können die Läuferoberströme und somit die zugehörigen Grund- und Oberfelder bestimmt werden. Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt vorteilhafterweise iterativ. Aufgrund der Ständeroberfelder der Ordnung v ergeben sich die stationären Spannungsgleichungen für einen mit \underline{U}_s gespeisten Ständerstrang im Betrieb mit Sinusspannung mit

$$\underline{U}_s = (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_{ss}) \cdot \underline{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot \sum_v \left(L_{shv} \cdot \underline{I}_s + \frac{Q_r}{2} \cdot M_v \cdot \underline{I}_{Rv} \right). \quad (1.2-1)$$

Für eine Läufermasche ergibt die ringbezogene Maschengleichung

$$\begin{aligned}
& - \sum_{\nu} j \cdot s_{\nu} \cdot \omega_s \cdot \frac{m}{2} \cdot M_{\nu} \cdot \underline{I}_s \cdot e^{j \cdot s_{\nu} \cdot \omega_s \cdot t} = \sum_{\nu} [R_{R\nu} + j \cdot s_{\nu} \cdot \omega_s \cdot (L_{Rh\nu} + L_{R,\sigma,\nu})] \cdot \underline{I}_{R\nu} \cdot e^{j \cdot s_{\nu} \cdot \omega_s \cdot t} + \dots \\
& + \sum_{\nu} j \cdot s_{\nu} \cdot \omega_s \cdot \sum_n \tilde{M}_n \cdot \underline{I}_{R,\nu'} \cdot e^{j \cdot s_{\nu} \cdot \omega_s \cdot t} .
\end{aligned} \tag{1.2-2}$$

$$\nu = (2 \cdot m \cdot g + 1) \cdot p, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{1.2-3}$$

$$\nu' = \nu + n \cdot Q_s, \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots \tag{1.2-4}$$

Dabei ist $\underline{I}_{R\nu}$ der ν -te Ringabschnittsstrom. Die Formulierung mit den Ringströmen statt den Stabströmen erlaubt die Berücksichtigung der Läuferoberfeldstreuung direkt ohne eine Reihensummation über einzelne Läuferoberwellen. Die Ordnungszahlen ν' berücksichtigen zusätzlich Läuferoberfelder, die mit dem Luftspaltleitwert der Ständernutöffnungen moduliert werden. Dies ist eine wesentliche Verbesserung gegenüber dem erweiterten Kopplungsfaktor η_{ev} (2.2.1-6). Zur iterativen Lösung von (1.2-1), (1.2-2):

Zuerst werden alle Ringströme bis zu einer maximal gewählten Ordnungszahl ν_{\max} als Maschenströme $\underline{I}_{R,\nu}$ bzw. $\underline{I}_{R,\nu'} = 0$ gesetzt. Dann werden iterativ die Werte $\underline{I}_{R,\nu}$ aus (1.2-2) durch Umkehrung solange ermittelt und abgespeichert, bis keine Änderung aller Ströme mehr auftritt. Dies ist bereits nach ca. zwei bis drei Iterationen der Fall.

Die Gegeninduktivitäten zwischen Läuferoberstromsystemen ν und ν' untereinander infolge der Modulation der Läuferfelder mit dem Luftspaltleitwert der Ständernutzung lauten:

$$\tilde{M}_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Lambda_{sn}}{\Lambda_0} \cdot \mu_0 \cdot \frac{\pi \cdot D \cdot l_{Fe}}{Q_r \cdot \delta''} \cdot \chi_k \cdot \zeta_{sr,n} \tag{1.2-5}$$

$$\text{mit } k = n \cdot \frac{Q_s}{p}.$$

Darin sind Λ_{sn} die Amplituden der Fourierreihenentwicklung der Luftspaltleitwerte der Ständernutzung (siehe auch Kapitel 2.2.2). Weiter ist

$$A_0 = \frac{\mu_0}{\delta \cdot k_C},$$

$$\delta'' = \frac{\delta \cdot k_C}{k_h}$$

und D der Bohrungsdurchmesser. Die Gegeninduktivität zwischen einem Ständerwicklungsstrang und einer Läufermasche lautet

$$M_{\nu} = \mu_0 \cdot \frac{2 \cdot D \cdot l_{Fe}}{Q_r \cdot \nu \cdot \delta''} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \eta_{\nu,T} \cdot \chi_{\nu} \cdot \zeta_{sv} \cdot K_{sv}. \tag{1.2-6}$$

In (1.2-6) ist

$$\eta_{v,T} = \frac{\sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}\right)}{\frac{v \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}} \quad (1.2-7)$$

der mit dem Carterfaktor der Läuferntung k_{Cr} einseitig erweiterte Kopplungsfaktor des Läufers (*Taegen*-Faktor) und

$$\zeta_{sv} = \frac{k_{Cs} \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_s \cdot k_{Cs}}\right)}{\sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_s}\right)} \quad (1.2-8)$$

der mit dem Carterfaktor der Ständerntung k_{Cs} berechnete Nutungsfaktor des Ständers. In (1.2-5) ist

$$\zeta_{sr,n} = \frac{\sin\left(\frac{n \cdot Q_s \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}\right)}{\frac{n \cdot Q_s \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}} \quad (1.2-9)$$

der Nutungsfaktor für die Berücksichtigung der gegenseitigen Nutung von Stator und Rotor und K_{sv} der bereits erwähnte Korrekturfaktor für die zweidimensionale Feldverteilung im Vergleich zur erwähnten Radialfeldnäherung mit rechteckförmigen Feldverteilungsabschnitten im Luftspalt (Rechteckfeldnäherung) nach *Kolbe* [51].

Die v -te Hauptfeldinduktivität einer Läufermasche im Bezug auf den v -ten Ringabschnittsstrom \underline{I}_{Rv} ist

$$L_{Rv} = L_{Rv,0} \cdot \sum_{\mu} \frac{\delta''}{\delta_{\mu}} \cdot \eta_{\mu,T} \cdot \eta_{\mu} \quad (1.2-10)$$

mit der Möglichkeit, für die μ -te Luftspaltfeldoberwelle einen individuellen Ersatzluftspalt δ_{μ} für Restfelder der Polpaarzahl μ zu berücksichtigen (siehe Kapitel 3). Dies ist im Besonderen bei längerwelligen Oberwellen sinnvoll, die tiefer in das Eisen eindringen als die kurzwelligen nutharmonischen Oberwellen und daher einem starken Eisensättigungseffekt unterliegen können. Das kann in einem Ersatzluftspalt $\delta_{\mu} > \delta''$ berücksichtigt werden. Dabei ist

$$\eta_\mu = \frac{\sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r}\right)}{\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r}} \quad (1.2-11)$$

der μ -te Kopplungsfaktor nach (1.1.2-6). Die Luftspalt-Gesamtinduktivität als Selbstinduktivität einer Läufermasche mit Berücksichtigung der Läuferoberwellen lautet

$$L_{\text{Rh}\nu,0} = \mu_0 \cdot \frac{\pi \cdot D \cdot l_{\text{Fe}}}{Q_r \cdot \delta''} \quad (1.2-12)$$

Weiters sind in (1.2-2) folgende Parameter verwendet worden:

$L_{\text{R},\sigma,\nu}$...die auf den Ringabschnitt bezogene Streuinduktivität der Nutstreuung des Läuferstabs und der Stirnstreuung des Läufers,

$R_{\text{R}\nu}$...der auf den Ringabschnitt bezogene Läuferwiderstand bestehend aus einem Stab- und zwei Ringabschnittswiderständen,

δ'' ...magnetischer wirksamer Ersatzluftspalt für das Hauptfeld mit Berücksichtigung des Nutöffnungseinflusses via $k_C > 1$ und der Hauptfeldsättigung $k_h < 1$: $\delta'' = \frac{\delta \cdot k_{\text{Cs}} \cdot k_{\text{Cr}}}{k_h}$.

δ_μ ...magnetisch wirksamer Ersatzluftspalt für das μ -te Läuferrestfeld.

Fasst man in der üblichen Weise die in der Ständerspannungsgleichung auftretenden induzierten Spannungen der Oberfelder ($\nu \neq p$) als Spannung der doppeltverketteten Ständerstreuung auf, so lässt sich der Ständerstrom I_s aus Gl. (1.2-1) ermitteln. Die Läuferspannungsgleichung ergibt für jede Schlupfkreisfrequenz $s_\nu \cdot \omega_s$ eine komplexe Spannungsgleichung. Sie zerfällt demnach in ein lineares Gleichungssystem mit entsprechend ν_{max} auftretenden Gleichungen für die von den Ständerfeldern der Ordnungszahl ν hervorgerufenen Läuferströme. Infolge der Ständernutzung ist jedes Läuferstromsystem der Ordnungszahl ν mit Läuferströmen der Polpaarzahlen

$$\nu' = \nu + n \cdot Q_s \quad (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots)$$

gekoppelt, sodass die Läuferströme aus dem simultanen Gleichungssystem wie oben beschrieben iterativ zu berechnen sind.

Die Läuferhauptfeldinduktivität $L_{\text{rh}\nu} = \frac{X_{\text{rh}\nu}}{\omega_s}$ soll hier noch näher erläutert werden. Die

Selbstinduktivität einer Läufermasche, die über den Ringabschnittstrom $I_{\text{R}\nu}$ den Läuferfluss im Luftspalt je Masche $\Phi_{\text{rh}\nu}$ erzeugt, ist durch (1.2-12) gegeben (ab hier nun ohne Index 0).

Die Umrechnung auf die Induktivität, die über den zugeordneten Stabstrom \underline{I}_{rv} denselben Fluss ergibt, liefert die Läuferhauptfeldinduktivität

$$\underline{L}_{Rh\nu} \cdot \frac{1}{4 \cdot \sin^2\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot Q_r \cdot l_{Fe} \cdot D}{4 \cdot \pi \cdot \delta'' \cdot \nu^2 \cdot \eta_v^2} = \underline{L}_{rh\nu}. \quad (1.2-13)$$

Der gesamte Maschenfluss im Luftspalt ergibt sich aus der Beziehung zwischen Ring- und Läuferstrom

$$\underline{I}_{R\nu} = \frac{\underline{I}_{rv}}{2 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)} \quad (1.2-14)$$

zu

$$\underline{\Phi}_{rh,\nu} = \underline{L}_{Rh\nu} \cdot \underline{I}_{R\nu} = \underline{L}_{rh\nu} \cdot \underline{I}_{rv} \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right). \quad (1.2-15)$$

Dabei ist $\omega_s \cdot \underline{L}_{rh\nu}$ die in (1.1.2-8) erwähnte Läuferhauptfeldreaktanz.

Mit der ersatzschaltbild-unabhängigen Definition der Streuziffer für die doppeltverkettete Läuferstreuung [9]

$$\sigma_{rov} = \frac{1}{\eta_v^2} - 1 \quad (1.2-16)$$

und der Beziehung

$$\underline{L}_{rh,\nu} = \underline{L}_{rh,\nu,\nu} \cdot (1 + \sigma_{rov})$$

erhält man die Selbstinduktivität zufolge der Grundwelle des ν -ten Rotorluftspaltflusses, also ohne den Anteil der doppeltverketteten Streuung, gemäß

$$\underline{L}_{rh,\nu,\nu} = \mu_0 \cdot \frac{Q_r}{4 \cdot \pi^2} \cdot \frac{D \cdot \pi \cdot l_{Fe}}{\delta''} \cdot \frac{1}{\nu^2} = \underline{L}_{rh\nu} \cdot \eta_v^2. \quad (1.2-17)$$

Zur Berechnung der Gegeninduktivität (1.2-5) wird in einer Masche m ein Maschenstrom I_{Rm} zugrundegelegt. Dieser führt im Luftspalt zu den magnetischen Spannungen V_1 in der Masche m und zu V_2 in der Masche n . Ebenso kann eine magnetische Spannung V_3 entstehen, die einen Unipolarfluss $B_3 \cdot A_0$ über die Welle treibt (A_0 ist dabei die Oberfläche zwischen Lagerschild und Welle). Die magnetische Spannung V_1 hat eine Induktion $B_1 = V_1 \cdot A_s(x_{r,m}, t)$ zur Folge, wobei $A_s(x_{r,m}, t)$ der Luftspaltleitwert der Ständernutung in Läuferkoordinaten ist.

Zur Ermittlung der magnetischen Spannungen werden die Durchflutungsgesetze

$$V_1 - V_2 = I_{Rm} \quad (\text{Umlauf über 2 Läuferzähne}) \quad \text{und}$$

$V_2 - V_3 = 0$ (Umlauf über den Stirnbereich)

aufgestellt und die Gleichung für die Flusskonstanz

$$A_0 \cdot B_3 = l \cdot R \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}}^{\frac{\pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}} B_1 \cdot dx_{r,m} + \sum_{m=1}^{Q_r-1} \int_{\frac{\pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}}^{\frac{\pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}} B_2 \cdot dx_{r,m} \right]$$

verwendet. Aus diesen drei Gleichungen können V_1 und V_2 bestimmt werden. Die Flussverkettung der Läufermasche m mit sich selbst oder der Masche n kann nun z. B. über das Integral

$$\Psi_{r,n,m} = l \cdot R \cdot \left[\int_{\frac{\pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}}^{\frac{\pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}} V_1 \cdot A_s(x_{r,m}, t) \cdot d\alpha_{r,m} \right]$$

ermittelt werden. Dabei ist

$$A_s(x_{r,m}, t) = A_{s0} + \sum_{g=1,2,\dots} A_{sg} \cdot \cos \left[g \cdot Q_s \cdot \left(x_{r,m} + \vartheta + (m-1) \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Q_r} \right) \right]$$

der magnetische Luftspaltleitwert mit der läuferbezogenen Koordinate $x_{r,m}$ der Masche m und dem Drehwinkel ϑ . Das obenstehende Integral liefert u. a. den Nutungsfaktor Gl. (1.2-9).

Beim Modell von *Taegen* werden keine Querströme berücksichtigt. Will man diese trotzdem näherungsweise erfassen, bietet sich folgende Vorgehensweise an. Die Ableitung des komplexen Schrägungsfaktors von *Weppler* [21] erfolgte zunächst völlig unabhängig von einem Ersatzschaltbild. Letztlich resultiert *Weppler's* Abhandlung in der Aussage, dass an jeder Stelle der Gleichungssysteme der reelle Schrägungsfaktor χ_v durch den komplexen Schrägungsfaktor $\underline{\chi}_v$ zu ersetzen ist. Somit liegt der Schluss nahe, dass dies auch im *Taegen'schen* Gleichungssystem zumindest näherungsweise erlaubt sein muss. Das ist aber nur ein heuristischer Näherungsansatz. Eine Umwandlung der Läuferverlustleistung P_{rv} nach (1.1.2-1) hervorgerufen durch die v -te Ständeroberwelle liefert den Ausdruck

$$P_{rv} = Q_r \cdot |I_{rv}|^2 \cdot \operatorname{Re} \left\{ \left[\frac{\underline{\chi}_v}{\chi_v} \right]^2 \cdot [R_{rv} - j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rthv})] \right\}. \quad (1.2-18)$$

Nach der Berechnung der Läuferoberströme mit dem komplexen Schrägungsfaktor $\underline{\chi}_v$ erfolgt die Berechnung von P_{rv} mit Berücksichtigung der Querströme nach Formel (1.2-18). Mit dieser Näherung, die einer strengen mathematischen Ableitung entbehrt, da die Kopplung

innerhalb der Läuferstromsysteme nicht berücksichtigt wurde, wird im Folgenden der Querstromeinfluss bei den *Taegen*'schen Formeln verwendet. Ein weiterer Unterschied zu *Weppler* ist die Berücksichtigung der Eisensättigung. Anstatt zwischen Hauptfeldsättigung (Faktor k_h) und Spaltstreufelssättigung bzw. Nutstreufeldsättigung zu unterscheiden, verwendet *Taegen* [25] den generellen Sättigungsfaktor k_h für den magnetisch wirksamen Ersatzluftspalt für

- die Ständeroberwellen,
- das Rückwirkungsfeld für die Polpaarzahl $\mu = \nu$,
- die hochpoligen Läuferoberfelder, die sich über die Zahnköpfe schließen (Man beachte, dass hier anders als bei *Weppler* kein spezieller Zahnkopfsättigungsfaktor verwendet wird!)

Für Läuferoberfelder mit kleineren Polzahlen, die sich über Zähne und Joche schließen und sich dem Hauptfluss überlagern (analog zu *Schetelig*'s Spaltstreufelss in Eck-, Mittelzahn und Joch, siehe Kapitel 4.3 und 5), sind andere Werte für die Sättigungsfaktoren zu erwarten. *Taegen* nennt hier speziell die durch die ständernutharmonischen Oberfelder verursachten Läuferfelder $\mu_{g_r} = \nu_Q + g_{r0} \cdot Q_r$ mit $\nu_Q = p + g_Q \cdot Q_s$ für $g_{r0} = -g_Q$, und somit $\mu_{g_r} = g_Q \cdot (Q_s - Q_r) + p$, also die Nutdifferenzfelder. Der Beitrag dieser Felder zur Gesamtinduktivität des Läufers L_{rhv} kann sehr groß sein (z. B. 76% bei $Q_r = 28$ und $\nu = -17 \cdot p$). Für diese nutdifferenzharmonischen Felder berücksichtigt *Taegen* die Sättigung der Läufer-Gesamtinduktivität mit Hilfe eines besonderen magnetisch wirksamen (,individuellen') Ersatzluftspalts δ_μ . Man kann somit eine Ähnlichkeit mit der Sättigungsrechnung des im Zahnkopf quer verlaufenden Spaltstreufelss nach *Weppler* mit dem integralen Zahnkopfsättigungsfaktor K_{zk} feststellen, wenn man den Spaltstreufelss als Wirkung der nutdifferenzharmonischen Oberfelder versteht (wie auch in [13]). Schließlich stammen die Zahnpulsationsflüsse ja aus der Differenz der Spaltstreufelss benachbarter Nuten. Dieser Effekt wird in Kapitel 5.2 behandelt.

Im Folgenden werden Berechnungsergebnisse für Läuferoberströme nach *Weppler* (siehe Kapitel 2.2.1, Gleichung (2.2.1-13)) und nach *Taegen*, allerdings ohne individuellen Ersatzluftspalt für langwellige Restfelder, vorgestellt.

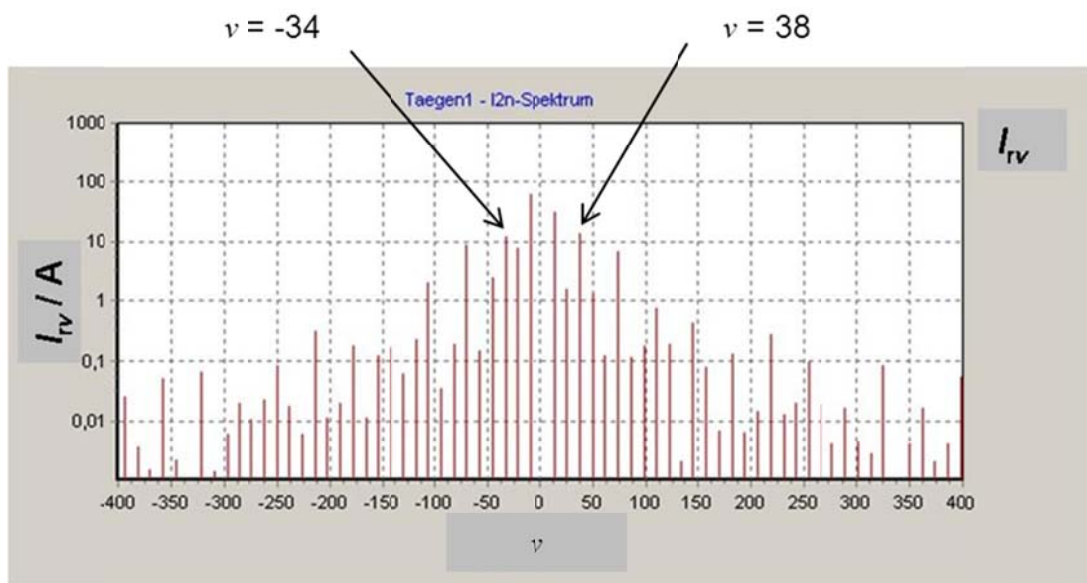


Bild 1.2-1 (Ergebnis aus KLASYS05): Maschine VI, ungeschrägt, Läuferoberströme bei Bemessungsspannung und Nennschlupf $s_N = 3,58\%$ nach Taegen [25]

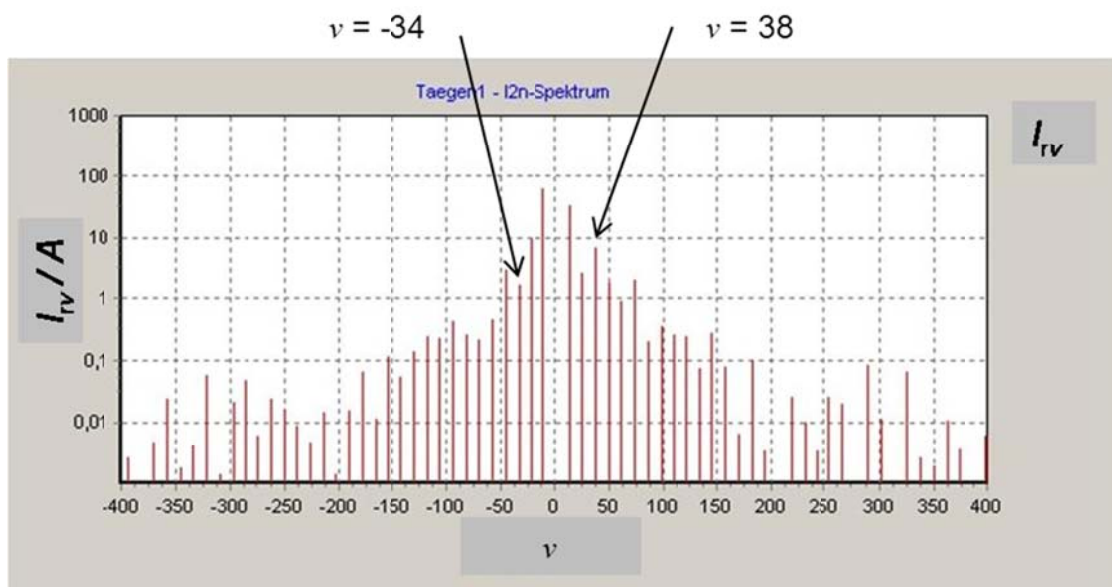


Bild 1.2-2 (Ergebnis aus KLASYS05): Maschine VI, ungeschrägt, Läuferoberströme bei Bemessungsspannung und $s_N = 3,58\%$ nach Weppler [10, 21, 22], Gleichung (2.2.1-13).

Tabelle 1.2-1: Vergleich der nach *Weppler* und *Taegen* berechneten und gemessenen Rotoroberströme (nach [25] Bild 5) Maschine VI nach Bild 1.2-1 und 1.2-2.

v/p	Weppler I_{rv} / A	Taegen I_{rv} / A	Differenz in % ^{*)}	Messung / A
-5	53,2	53,1	-0,19	-
7	28,1	26,1	-7,7	-
-11	8,09	6,1	-32,6	-
13	2,18	1,1	-72,3	-
-17	1,15	11,9	98,2	17
19	6	12,4	51,6	19
-35	0,36	8,9	96	8
37	1,9	6,3	70	6

*) Differenz zwischen den Berechnungen bezogen auf die Werte nach *Taegen*.

Der Unterschied in den Berechnungen zeigt zunächst den Einfluss der gegenseitigen Nutung. Die nach *Weppler* berechneten Werte für die nutharmonischen Läuferoberströme sind deutlich zu klein berechnet. Der Sättigungseinfluss auf die doppeltverkettete Läuferstreuung wurde bei der Berechnung nach *Taegen* nicht berücksichtigt, wodurch auch dort deutliche Unterschiede zu Messung bestehen. Dieser Effekt wird in Kapitel 3 behandelt.

1.3 Die Arbeit von *Schetelig*

Die Arbeit von *Schetelig* [11] hat die Arbeit von *Weppler* [10] in folgender Weise verbessert und ergänzt:

- Bestimmung und Verwendung des effektiven Nutschlitzes s^* für stromdurchflossene Nuten. Vor allem dort, wo es um die Wirkung des Zickzack-Streuflusses geht, muss dieser Nutschlitz verwendet werden (z. B. Gl. (47) und (50) in [10]).
- Einführung des minimalen Spaltstreuflusses, wenn die Nutschlitze von Ständer und Läufer fluchten.
- Korrektur bzw. Ersatz des *Taegen*-Faktors, mit welchem auch die Flusspulsationen in den Zähnen berechnet werden und in dem bislang nur die Läufernutschlitz berücksichtigt wurden ([29], [26]), durch den erweiterten Kopplungsfaktor mit stator- und rotorseitiger Nutungsberücksichtigung (siehe auch [11], Seite 26 und 67).
- Die Analyse aller Teilflüsse in der Maschine, deren analytische Beschreibung eine genauere Berechnung der Zusatzverluste ermöglicht.
- Berechnung der Leitwertwellen infolge der Nutung mit konformer Abbildung und Einbau in das bestehende System von *Boller/Jordan* mit dem Koordinatenursprung in Nutmitte.

Schetelig verwendet wie *Weppler* zur Berechnung des Spaltstreufusses den Laststrom I_{sB} mit $\underline{I}_{sB} = -\underline{I}'_r$. Bemerkenswert ist, dass für eine Komponente des Spaltstreufusses sämtliche Wicklungsoberfelder des Läufers, die im Ständer die gleiche Frequenz induzieren (also $g_r = \text{konstant}$), ohne Summenbildung erfasst sind.

Schetelig berechnet alle in den Ständerzähnen auftretenden Flüsse:

- Spaltstreufuss in Eck- und Mittelzahn (netzfrequente und höherfrequente Anteile)
- Alle Ständerhauptfelder (Grund- und Oberfelder, jeweils netzfrequent)
- Nutstreufuss (stets netzfrequent)
- Die nicht netzfrequenten Nutungsfelder des Läufers (= nicht netzfrequente Läuferoberfelder des Läufergrundstroms verstärkt durch die Läufernutöffnungen in Form des Nutungsfelds).

Dadurch lassen sich die Zahnflusspulsationsverluste, aber auch die netzfrequenten Ummagnetisierungsverluste in den Zähnen genauer berechnen. Speziell die netzfrequente Komponente des Zahnflusses entsteht durch phasenrichtige Addition der Grundwelle, der Wicklungsoberfelder, des netzfrequenten Anteils des Spaltstreufusses und des Nutstreufusses. Deshalb werden Sättigungen lokal richtig bestimmt.

Die Sättigung des Spaltstreufusses wird mit dem integralen Zahnkopfsättigungsfaktor K_{zk} für die Grundschwingung des Spaltstreufusses und dem lokalen Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} für die Oberschwingungen erfasst, die Sättigung der Nutstreuung mit dem Sättigungsfaktor k_{ns} . Die Berücksichtigung der Nutschlitze auf den Luftspaltfeldverlauf und die Flussberechnung erfolgt durch Verwendung des erweiterten Kopplungsfaktors. Aufbauend auf den Erkenntnissen von *Weppler* gibt *Schetelig* Aufschluss über die resultierenden, höherfrequenten Felder in den Zähnen und Jochen der Maschine. Im Gegensatz zu [16] bestimmt er diese aus einer Kombination von Gesamtfeld- und Oberfeldbetrachtung. Zur Berücksichtigung der Nutungsfelder wird das Verfahren von *Boller/Jordan* verwendet [52], welches jedoch Anlass zu Kritik gibt ([24], Seite 234), da die Beschränkung auf die Modulationsprodukte der Grundwelle wegen der schlechten Konvergenz der Leitwertswellen offenbar zu ungenau ist. Die Luftspalt-Leitwertswellen werden in dieser Arbeit jedoch mit der genaueren konformen Abbildung ermittelt.

Berechnet werden im Läufer:

- Flussoberschwingungen in den Zähnen als Läuferzahn pulsationsfluss,
- Läufer-Nutstreufuss,
- Flussoberschwingungen im Läuferjoch.

Berechnet werden im Ständer:

- Netzfrequente Felder in Zahn und Joch.
Folgende Flussanteile werden phasenrichtig addiert:
 - Hauptfluss-Grundwelle
 - netzfrequenter Spaltstreufuss (nur im Eckzahn)
 - Nutstreufuss
 - Ständerwicklungsoberfelder.

Zu den Ständerwicklungsoberfeldern merkt *Schetelig* folgendes an:

Jener Teil der Ständerwicklungsoberfelder, die nicht über die Rotorzahnköpfe verlaufen, sondern in die Läufermaschen eindringen, sind schon bei kleinem Schlupf relativ klein, nämlich proportional $1/v^2$. Die Berechnung dieser Flüsse erfolgt aus dem Rotorzahnfluss. Aus dem Rotorzahnfluss, der aus dem Stabstrom gewonnen wird, wird das zugehörige Luftspaltfeld und dann der Statorzahnfluss bestimmt. Die Berechnung der Phasenlage dieses Flusses relativ zur Ständer-Drehstrombelagswelle wird in Kapitel 4 erläutert.

- Der Spaltstreufuss als Summe der läuferrnutharmonischen Flüsse in Mittelzahn und Eckzahn des Ständers.
- Die Nutungsfelder des Läufers
Diese werden aus dem Grundfeld durch Modulation mit den Leitwertwellen der Läufernutschlitzte gebildet. Danach erfolgt die phasenrichtige Addition zum Spaltstreufuss.
Die Nutungsfelder der läuferrnutharmonischen Oberfelder werden dabei vernachlässigt.
- Die Summe der läuferrnutharmonischen Oberfelder im Ständerjoch ist identisch mit dem bereits erwähnten Spaltstreufuss.

Man erkennt aus dem eben Gesagten die Vermischung aus Gesamtfeld- und Oberfeldebetrachtung. *Schetelig* zeigt auf, dass der Spaltstreufuss ein Fluss ist, der sich zwar im Ständer über das Joch schließt, im Läufer aber nur über die Zahnköpfe, also nicht in die Läufermaschen eindringt. Speziell der netzfrequente Anteil dieses Zickzack-Streuflusses in den Ständerzähnen verläuft ähnlich wie der Nutstreufuss, da er sich auch über die Eckzähne und das Ständerjoch schließt und sich von Nut zu Nut entsprechend der Nutdurchflutung ändert.

Ebenso besteht eine Ähnlichkeit zwischen dem Stromsystem des Käfigs und dem Flusssystem des Spaltstreufusses im Läufer. Die Berechnung des Spaltstreufusses im Ständerzahn wird

aus der Differenz der Spaltstreuflüsse benachbarter Nuten gefunden, also ähnlich wie die Ermittlung der Stabströme einer Läufermasche aus der Differenz der Ringströme. Das Flusssystem der Spaltstreuung und das Stromsystem im Käfig sind daher vergleichbar. Beim Spaltstreufluss in den Zahnköpfen ändern sich zwar Betrag und Phasenlage von Nut zu Nut, aber der Spaltstreufluss über das Joch ist gleich groß, wie jener über den Luftspalt. Die Arbeit von *Schetelig* eignet sich also insbesondere zur Bestimmung der Zusatzverluste durch Wechselflüsse in den Zähnen und Ummagnetisierung der Joche ohne explizite Kenntnis des Gesamtfelds.

1.4 Die Arbeiten von *Oberretl*

Wie schon erwähnt, werden zur rechnerischen Synthese des gesamten Luftspaltfeldes die Oberströme benötigt. Oberfelder und Oberströme werden bei *Taegen* (Abschnitt 1.2) simultan aus Matrix-Gleichungssystemen gewonnen. Ähnlich wie bei *Taegen* stellt auch *Oberretl* ein Gleichungssystem für die Bestimmung der Oberströme auf ([30, 31]). Der wesentliche Punkt bei den Gleichungssystemen von *Oberretl* ist die Berücksichtigung der mehrfachen Ankerrückwirkung, der Schaltungsart der Ständerwicklung, sowie die Bestimmung der Selbst-, Gegen- und Streuinduktivitäten von Ständer- und Läuferwicklung. Die Selbst- und Gegeninduktivitäten müssen den Einfluss der Nutschlitze in irgendeiner Form berücksichtigen. Die Oberfelder werden nachträglich aus den Oberströmen bestimmt. Ein Vorteil des Verfahrens nach *Oberretl* ist die gleichwertige Erfassung aller Oberwellen ohne spezielle Gewichtung oder Auslese (z. B. der nutharmonischen Oberfelder). Problematisch bzw. unmöglich ist allerdings die Berücksichtigung der Sättigungen in der Induktivitätsmatrix. Das lineare Gleichungssystem der Ströme hat folgende prinzipielle Form:

$$\left\| \frac{R}{s \cdot \omega} \right\| \cdot \|I\| + j\|L\| \cdot \|I\| = \frac{1}{\omega_s} \cdot \|U\|.$$

Die Widerstandsmatrix $\|R\|$ ist eine Diagonalmatrix und besteht aus den Ständerwiderständen für die jeweiligen Oberstromsysteme sowie den Läuferwiderständen für die jeweiligen Läuferoberströme. Der Stromvektor $\|I\|$ besteht aus den unbekannten Ständeroberströmen in den parallelen Wicklungszweigen und den Läuferoberströmen. Die Induktivitätsmatrix $\|L\|$ besteht aus den Selbst- und Gegeninduktivitäten von Stator und Rotor, der Spannungsvektor $\|U\|$ allein aus der Netzspannung. Die Dimension der Vektoren und Matrizen ist durch die Anzahl der zu berücksichtigenden Oberströme bestimmt. Die Berücksichtigung der Ständer- und Läufernutschlitze erfolgt mittels Leitwertwellen, welche wie bei *Schetelig* aus der konformen Abbildung gewonnen werden. Beim Schlupf $s = 0,5$ wird vom Modell der

stromlosen Nut auf das Modell der stromdurchflossenen Nut umgeschaltet, da dann der Spaltstreufeldfluss im Luftspalt dominiert. Die Bestimmung des Gesamtfeldes im Luftspalt erfolgt mit Hilfe der Ströme aus der Beziehung $B \sim V \cdot A$ und Anwendung des Überlagerungsgesetzes für die Oberwellen. Dies ist möglich, weil keine veränderliche Eisensättigung berücksichtigt wird. Der Vorteil liegt darin, dass durch die Erfassung aller Feldrückwirkungen bis zur quartären ‚Ankerrückwirkung‘ auch alle Ständeroberströme $^b I_s$ der Ordnung b ($= g_r$) bestimmt sind. Eine Ankerrückwirkung, die über die quartäre ARW hinausgeht, tritt laut *Oberretl* [30] nicht auf. Die Gesamtinduktion im Luftspalt wird aus Mehrfachsummen gewonnen. Da die mehrfache Ankerrückwirkung berücksichtigt wird, treten die Unterschiede zwischen Stern- und Dreieckschaltung und vor allem auch zwischen Serien- und maximal möglicher Parallelschaltung der Zweige der Ständerwicklung deutlich zu Tage. So ist z. B. das Ständerfeld bei maximal möglicher Parallelschaltung, bedingt durch die unsymmetrische Stromverteilung in den Spulengruppen, unsymmetrisch. Die quartäre ARW tritt nicht auf, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Serienschaltung der Ständerwicklungszweige oder
- $Q_s - Q_r = 0, 2 \cdot p, 4 \cdot p \dots$ oder
- $2 \cdot p < 8$ oder
- $2 \cdot p$ parallele Zweige je Strang oder
- $Q_r/p = \text{ganze Zahl}$.

Die Oberfeldtheorie mit Berücksichtigung der Nutschlitz, der Schaltung und der parallelen Zweige der Ständerwicklung ist eine sehr transparente, streng formale und überzeugende Methode zur Berechnung der Asynchronmaschine. Sie wurde mit vielen Messungen bestätigt. Dabei wurden die Maschinen stets deutlich unterhalb der Bemessungsspannung betrieben, um den Einfluss der Sättigung auszuschließen. Da die Maschine ohne Eisensättigung berechnet wird, kann das Ergebnis hinsichtlich der Größe der Oberströme durchaus als ‚worst-case‘-Betrachtung interpretiert werden. Die Eisensättigung verringert in der Regel die Amplituden der Oberströme. Ebenso vorteilhaft ist bei *Oberretl* die implizite Berechnung der synchronen Oberwellenmomente. *Wagner* [14] berücksichtigt in seiner Arbeit auch die Querströme und deren Beeinflussung durch die Ständernutung. Es handelt sich aber nicht um eine strenge Lösung der Differentialgleichung für die Querströme, sondern um eine Näherungslösung. Zuerst wird das Gleichungssystem ohne Nutung, jedoch mit Querstromberücksichtigung aufgestellt. Daraus ergibt sich ähnlich wie bei *Weppeler* aus dem Querstrom ein fiktiver Rotorstrom und ein komplexer Schrägungsfaktor (Formel 2.29 aus [14]), welcher sich

naturgemäß vom komplexen Schrägungsfaktor von *Weppler* unterscheidet. Die nachträgliche Berücksichtigung der Ständernutung und der Querströme erfolgt durch eine Näherungslösung der neuen Differentialgleichung (3.25 in [14]) für \underline{L}_v und die Querströme. Die Näherungslösung erfolgt mit dem zu Beginn gewonnenen fiktiven Rotorstrom.

2 Das Luftspaltfeld

2.1 Allgemeine Betrachtungen

Mit der Voraussetzung ungesättigten, unendlich permeablen Eisens ($\mu_{Fe} \rightarrow \infty$) und eines radialen Feldverlaufs (d. h. die Induktionen an der Stator- und der gegenüberliegenden Rotoroberfläche sind gleich) stellt sich die Aufgabe, das Magnetfeld zweier in Nuten gebetteter Stromverteilungen zu ermitteln, wobei die Stromverteilungen aus bekannten m -phasigen Stromsystemen bestehen. Prinzipiell gibt es zwei Methoden zur Luftspaltfeldberechnung. Zum einen die Berechnung des örtlichen Gesamtfeldverlaufs aus der Felderregerkurve und den Luftspaltleitwerten der Ständer- und Läufernutöffnungen, welche z. B. mit der Methode der konformen Abbildung ermittelt werden können. Der Einfluss der Sättigung kann aus einer Sättigungsberechnung z. B. über ein magnetisches Ersatznetzwerk nachträglich berücksichtigt werden. Zum anderen gibt es die Synthese des Luftspaltfeldes aus der Summe der Oberwellen. Die Sättigung kann dann mittels Sättigungsfaktoren berücksichtigt werden. In KLASYS05 sind beide Methoden vorhanden, die erste jedoch nur für Leerlauf.

Für die erste Methode hat sich die Berechnung der Leitwertwellen zur Berücksichtigung des Einflusses der Nutschlitze auf die Luftspaltfeldverteilung mittels der konformen Abbildung bewährt. Da wegen der Annahme $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ das Überlagerungsgesetz angewendet werden darf, setzt man zunächst bei gegebenem Ständerstrom den Läuferstrom Null setzen und berechnet das Feld. Dann setzt man den Ständerstrom bei gegebenem Läuferstrom Null und berechnet dieses neue Feld. Das gesamte Feld ist die Summe aus beiden Teilfeldern. Aufgrund der antisymmetrischen Feldperiodizität über eine Polteilung sind die magnetischen Spannungen im Luftspalt am Ort der einzelnen Zähne bekannt ($\mathcal{O}(x) = 2 \cdot V(x) \rightarrow V_1, V_2, \dots, V_{Qr}$).

Zur Bestimmung der Felderregerkurve geht man wie folgt vor. Man interpretiert den aus der konformen Abbildung gewonnenen Feldverlauf für die stromlose Nut (i) als magnetischen Leitwert $\Lambda_s(x_s)$. Aus dem ebenfalls aus der konformen Abbildung gewonnenen Feldverlauf der stromdurchflossenen Nut (ii) wird durch Division durch den Leitwert ein entsprechender Verlauf $V(x_s)$ der magnetischen Spannung gewonnen. Dieser Spannungsverlauf wird im Bereich der Nutöffnung an die von der stromdurchflossenen Wicklung mit unendlich schmalen Nutschlitzen vorgegebenen magnetischen Spannungen links und rechts einer Nut

angeschlossen. Dadurch wird aus der Treppenkurve $V(x_s)$ bei unendlich schmalen Nutschlitzten der Nuten eine trapezförmig verschliffene Kurve $V_{sq}(x_s)$. Dieser Effekt wird in der Oberwellendarstellung mit dem Nutschlitzfaktor

$$\xi_{ns,v} = \frac{\sin\left(\frac{v \cdot s_{Q_s}}{D}\right)}{\frac{v \cdot s_{Q_s}}{D}} \quad (2.1-1)$$

berücksichtigt. Dieser Verlauf kann auch durch einen linearen Verlauf im Bereich der Nutöffnung angenähert werden. Die Feldverläufe unter den einzelnen Nuten lassen sich nun mit Hilfe der gegebenen Felderregerkurve $V_{sq}(x_s)$ auf die Kombination eines symmetrischen Feldverlaufs für stromlose Nut (i) und eines schiefsymmetrischen für die stromdurchflossene Nut (ii) zurückführen.

Für stromlose Nut (i) gilt: $V_{links} = V_{rechts} = (V_1 + V_2)/2$

Für stromdurchflossene Nut (ii) gilt: $V_{links} = (V_1 - V_2)/2$ und $V_{rechts} = (V_2 - V_1)/2$

Die so erhaltene Feldkurve wird dann noch mit den Leitwertwellen der stromlosen Läufer-nuten $A_{Q_r}(x_s)$ multipliziert. Diese Wellen sind aber entsprechend der Drehung des Läufers relativ zum Ständer orts- und zeitabhängig und müssen in das Koordinatensystem des Ständers x_s transformiert werden. Das resultierende Feld gilt für ein vorgegebenes Ständerstromsystem. Diese Vorgehensweise muss für alle Stromsysteme des Ständers wiederholt werden. Sodann wird diese Feldberechnung für ein Läuferstromsystem allein wiederholt. Die Vorgehensweise ist analog zur eben beschriebenen und muss ebenfalls für alle Stromsysteme des Läufers wiederholt werden. Zuguterletzt erfolgt die Addition der Ständer- und Läuferfelder zum Gesamtfeld.

2.2 Nutberücksichtigung

2.2.1 Faktoren bei der Rechteckfeldnäherung

Bei der Rechteckfeldnäherung wird ausschließlich die Radialkomponente des Luftspaltfelds berücksichtigt. Im Bereich der magnetisch wirksamen („effektiven“) Nutschlitzbreite wird das Spulenfeld auf Null gesetzt, sonst auf den Wert, den es auch bei unendlich schmalen Nutschlitzten hätte. Bei der Rechteckfeldnäherung des Radialfeldes des ein- bzw. beidseitig genuteten Eisenbereichs gibt es mehrere Methoden zur Bestimmung der Amplitude der harmonischen Felder dieses Luftspaltfeldes. In [26] berücksichtigt *Taegen* nur die

Läufernutschlitz, während die Ständernutschlitz unendlich schmal angenommen werden, und erhält über den *Taegen*-Faktor

$$\eta_{v,T} = \frac{\frac{\sin(\nu \cdot \pi \cdot k_v)}{Q_r}}{\frac{\nu \cdot \pi \cdot k_v}{Q_r}} \text{ mit} \quad (2.2.1-1)$$

$$k_v = \frac{\tau_{Qr} - s_{Qr,v}^*}{\tau_{Qr}} \quad (2.2.1-2)$$

für das konventionelle T-Ersatzschaltbild [9] die modifizierte doppeltverkettete Läuferstreuung

$$\sigma_{rov} = \frac{1}{\eta_{v,T}^2 \cdot \chi_v^2} - 1, \quad (2.2.1-3)$$

$$\text{wobei } \frac{1}{k_v} \approx k_{Cr} \text{ ist.} \quad (2.2.1-4)$$

Der *Taegen*-Faktor $\eta_{v,T}$ entspricht dabei einem modifizierten Kopplungsfaktor analog (1.2-7) und kommt u. a. auch in der Gegeninduktivität M_v vor:

$$M_v = \frac{\mu_0 \cdot D \cdot l_{Fe}}{Q_r \cdot \delta'' \cdot \nu} \cdot \eta_{v,T} \cdot k_{wv} \cdot \chi_v. \quad (2.2.1-5)$$

Dabei ist δ'' ist der mit k_C und k_h erweiterte magnetisch wirksame Luftspalt. *Weppeler* [22] geht weiter und berücksichtigt die gegenseitige Nutung im erweiterten Kopplungsfaktor

$$\eta_{ev} = \frac{\sin\left(\frac{\nu \cdot \pi \cdot k_v}{Q_r}\right)}{\frac{\nu \cdot \pi \cdot k_v}{Q_r}} \text{ mit} \quad (2.2.1-6)$$

$$k_v = 1 - \frac{s_{Qs}^* + s_{Qr}^*}{\tau_{Qr}}, \quad (2.2.1-7)$$

wobei er Stator- und Rotornutöffnung zu einer gemeinsamen vergrößerten Rotorersatznutöffnung zusammenfasst und erhält damit die doppeltverkettete Läuferstreuung im T-Ersatzschaltbild zu

$$\sigma_{rov} = \frac{1}{\eta_{ev} \cdot \eta_v \cdot \chi_v^2} - 1. \quad (2.2.1-8)$$

Da $\frac{1}{k_v} \approx k_C$ ist, erhält man die doppeltverkettete Streureaktanz durch Multiplikation von σ_{rov} mit der Hauptfeldreaktanz (1.1.2-35), wobei

$$X_{shv,Q} \approx X_{shv} \cdot \frac{\eta_{ev}}{\eta_v} \quad (2.2.1-9)$$

ist, wenn X_{shv} mit dem üblichen Ersatzluftspalt $\delta \cdot k_C$ berechnet wird. Somit ergibt sich die doppeltverkettete Läufer-Streureaktanz mit

$$X_{shv,Q} \cdot \sigma_{rov} = X_{shv} \cdot \left(\frac{1}{\eta_v^2 \cdot \chi_v^2} - \frac{\eta_{ev}}{\eta_v} \right). \quad (2.2.1-10)$$

Wird $\frac{\eta_{ve}}{\eta_v} = k_{nv}$ mit k_{nv} abgekürzt, so ergibt sich für k_{nv}

$$k_{nv} = \frac{\sin\left(\frac{v \cdot \pi}{k_C \cdot Q_r}\right)}{k_v \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r}\right)} \approx \frac{k_C \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{k_C \cdot Q_r}\right)}{\sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r}\right)}. \quad (2.2.1-11)$$

Diese Form der Nutungsberücksichtigung benutzt *Stepina* in [1]. Der Faktor k_{nv} kommt somit in $X_{shv,Q}$, der doppeltverketteten Läuferstreuung und in der Formel für die Läuferoberströme vor. Nach Formel (9) in [22] ergibt sich nämlich

$$\underline{I}_{rv} = \frac{-j \cdot s_v \cdot X_{rhv} \cdot 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \underline{\chi}_v \cdot k_{nv}}{R_{rv} + j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rhv})} \cdot \underline{I}_s, \quad (2.2.1-12)$$

wobei $X_{rhv} = \frac{X_{rh,vv}}{\eta_v^2}$ die gesamte Läuferinduktivität inklusive der doppeltverketteten Streuung ist. Somit gilt auch

$$\underline{I}_{rv} = \frac{-j \cdot s_v \cdot X_{rhv} \cdot 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \underline{\chi}_v \cdot k_{nv} \cdot \eta_v^2}{R_{rv} + j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rhv})} \cdot \underline{I}_s. \quad (2.2.1-13)$$

Ebenso ist in (1.1.2-4) und (1.1.2-11) η_v^2 durch $\eta_{ev} \cdot \eta_v$ zu ersetzen. In [25] werden gemessene und berechnete Läuferoberströme für die Asynchronmaschine VI (Anhang B) verglichen (siehe Tabelle 2.2.1-1). Die Messung an der Beispielmachine VI erfolgte bei $0,2 \cdot U_N$, um die Sättigungseinflüsse im Eisen möglichst auszuschließen und so die hier dargestellte Theorie besser mit den Messungen vergleichen zu können. Es sollen die mit

KLASY505 berechneten Oberströme bei $I_s = 2 A = 0,16 \cdot I_{sN}$ mit den Messwerten aus [25] verglichen werden.

Tabelle 2.2.1-1: Vergleich der nach *Weppler*, *Taegen* und *Stepina* berechneten und gemessenen Rotoroberströme für Maschine VI (Anhang B) bei $U = 0,2 \cdot U_N$ und $I_s = 2 A$ nach [25] Bild 4a und 4b.

v/p	Messung [25] I_{rv} / A	KLASY505 nach <i>Weppler</i> I_{rv} / A	KLASY505 nach <i>Taegen</i> I_{rv} / A	KLASY505 nach <i>Stepina</i> I_{rv} / A
-5	8,7	8,826 (8,18)	8,545	-
7	4,8	4,685 (3,974)	4,367	-
-11	1,1	1,32 (0,736)	1,038	-
13	3,8	0,35 (0,09)	0,22 (1,9 ^{*)})	-
-17	1,7 (nutharm.)	0,16 (1,634)	2,221	1,26
19	2,2 (nutharm.)	1,02 (2,419)	2,226	1,388
-35	1,25 (nutharm.)	0,077 (0,748)	1,684	-
37	0,8 (nutharm.)	0,328 (0,553)	1,183	-

^{*)} (mit sekundärer Ankerrückwirkung)

Die in der Spalte ‚nach *Weppler*‘ in Klammer angeführten Werte wurden ohne erweiterten Kopplungsfaktor berechnet. Der Läuferoberstrom des 13. Ständeroberfeldes bildet gemäß $\frac{\mu}{p} = \frac{v}{p} + g_{r0} \cdot \frac{Q_r}{p} = 13 - 1 \cdot \frac{28}{2} = -1$ ein Läuferrestfeld mit der Polpaarzahl p aus, das die Ständerwicklung induziert und somit durch die Ständerwicklung gedämpft wird. Daher fließt ein zusätzlicher Ständerstrom. Es vermindert sich für diese Harmonische die resultierende Impedanz, sodass sich der Rotoroberstrom gegenüber der Berechnung, welche ohne Berücksichtigung der sekundären Ankerrückwirkung erfolgte, erhöht. Des Weiteren erkennt man, dass die nicht-nutharmonischen Oberströme relativ gut mit beiden Verfahren nach *Weppler* und *Taegen* berechnet werden, während die Nutharmonischen $\frac{v}{p} = -17/19$ mit dem

erweiterten Kopplungsfaktor nach *Weppler* deutlich zu gering ausfallen. Dies liegt vor allem daran, dass bei geringem Schlupf (im Beispiel ist $s = 0,028$) der erweiterte Kopplungsfaktor schlecht anwendbar ist, da dieser für die Kurzschluss-Situation hergeleitet wurde.

Während man in dieser Arbeit zwei Möglichkeiten zur Berechnung der Läuferoberströme mit Berücksichtigung der gegenseitigen Nutung findet, nämlich jene aus dem Gleichungssystem nach *Taegen* (Abschnitt 1.2) und die oben genannte Gl. (2.2.1-13) nach *Weppler*, findet man in [9] eine weitere Möglichkeit zur Berechnung der nutharmonischen Rotoroberströme, bei der die Modulation der Rotorfelder des Rotorgrundstroms mit der Statornutung und somit auch die Differenzfelder berücksichtigt werden:

$$\underline{I}_{rv} = \frac{-j \cdot s_v \cdot X_{rhv} \cdot 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \underline{\chi}_v \cdot \eta_v^2 \cdot \zeta_{sv} \cdot \zeta_{rv} \cdot \underline{k}_v}{R_{rv} + j \cdot s_v \cdot (X_{r,\sigma,v} + X_{rhv})} \cdot \underline{I}_s \quad (\text{für } v = v_Q). \quad (2.2.1-14)$$

In (2.2.1-14) wird der Nutungsfaktor des Stators ζ_{sv} (1.2-8), des Rotors

$$\zeta_{rv} = \frac{k_{Cr} \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}\right)}{\sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r}\right)}, \quad (2.2.1-15)$$

und ein Korrekturfaktor

$$\begin{aligned} \underline{k}_v = 1 & - \frac{v \cdot k_w \cdot \zeta_{tp,r} \cdot \underline{I}'_r}{p \cdot k_{wv} \cdot \zeta_{sv} \cdot \underline{I}_s} \cdot \frac{\lambda_{s|g_{sQ}}}{2} \cdot \cos(g_{sQ} \cdot \pi \cdot (1 + \varepsilon)) - \\ & - \frac{v \cdot k_w \cdot \zeta_{r\mu,r} \cdot \underline{I}'_r}{\mu \cdot k_{wv} \cdot \zeta_{sv} \cdot \zeta_{tp,r} \cdot \underline{I}_s} \cdot \frac{\lambda_{l|g_{sQ}}}{2} \cdot \cos(g_{sQ} \cdot \pi \cdot (1 + \varepsilon)) \end{aligned} \quad (2.2.1-16)$$

mit

$$\mu = p - g_{sQ} \cdot Q_r$$

verwendet. Dabei ist ε die Schrittverkürzung (Sehnung) der Ständerspulen gemäß

$$\varepsilon = \left(1 - \frac{w}{\tau_p}\right) \cdot \pi. \text{ Auf die Methode (2.2.1-14, 2.2.1-16) wird hier nicht weiter eingegangen.}$$

So ähnlich wie die Felder durch Nutmodulationen gegenseitig voneinander abhängen, so sind auch die Rotoroberströme verkoppelt. Deshalb sind die resultierenden Oberströme abhängig von deren Feldern v und μ . Die Kopplung ist also sowohl im Gleichungssystem der Spannungen und Ströme (siehe Abschnitt 1.2) als auch in der Berechnung des Luftspaltfeldes erkennbar.

Zur Berücksichtigung des Einflusses der nutdifferenzharmonischen Felder auf die nutharmonischen Oberfelder verbessert *Stepina* [33] nun den Faktor k_{nv} (2.2.1-11), wobei auch die Stromabhängigkeit und die Schrägung berücksichtigt werden. Die nachstehenden Faktoren geben die Änderung des nutharmonischen Luftspaltflusses im ungeschrägten Fall durch den Einfluss der Nutöffnungen und der Nutschrägung an. So erhält man z. B. für das erste ständernutharmonische Oberfeld $v_Q = Q_s - p$ den von der axialen Koordinate y abhängigen Jochfluss-Faktor

$$\varphi_1(y) = \left[1 - (A_1 + B_1) \cdot \left(1 + \underline{b}_p^* \cdot e^{-j \cdot p \cdot \beta \cdot y/l} \right) + C_1 - D_1 \cdot \underline{b}_p^* \cdot e^{-j \cdot p \cdot \beta \cdot y/l} \right] \cdot e^{-j \cdot (Q_s - p) \cdot \beta \cdot y/l} \quad (2.2.1-17)$$

mit $\underline{b}_p = \frac{I'_r}{I_s}$ und β als Schrägungsmaß (stirnseitiger Verdrehwinkel nach (7.5.4-1)) sowie den globalen Gesamtfluss-Faktor

$$\phi'_1 = \left[1 - (A_1 + B_1) \cdot \left(1 + \underline{b}_p^* \cdot \frac{\chi_{Q_s}}{\chi_{Q_s-p}} \right) + C_1 - D_1 \cdot \underline{b}_p^* \cdot \frac{\chi_{Q_s}}{\chi_{Q_s-p}} \right] \cdot \chi_{Q_s-p} \quad (2.2.1-18)$$

Letzterer ist sowohl für die Korrektur der asynchronen Zusatzmomente als auch für die Querstromverluste maßgebend. A_1 , B_1 , C_1 , D_1 sind u. a. nutschlitz- und somit sättigungsabhängig (siehe [33]), da die Zahnköpfe durch den Zickzack-Streufuss sättigen. Der Faktor ϕ'_1 ist der korrigierte Faktor k_{nv} , den man auch in [36] findet, wobei dort k_{nv} allerdings nur bei einseitiger Läuferntung (= *Taegen*-Faktor) durch Summierung aller Oberwellenanteile gefunden wird („Effektive Gegeninduktivität“). In [36] zeigt sich auch, dass der Faktor k_{nv} bei einseitiger Nutung die Modulationen einer Ständeroberwelle v mit dem gesamten Nutleitwert (unendliche Reihe) der Läuferntung geschlossen erfasst, was in der Beziehung (siehe [36])

$$1 + \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{k} \sum_n \frac{v^2}{n \cdot (n^2 \cdot Q_r^2 - v^2)} \cdot \sin(n \cdot (1-k) \cdot \pi) = \frac{\sin\left(\frac{v \cdot \pi}{k_c \cdot Q_r}\right)}{k \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r}\right)}$$

mit

$$k = 1 - \frac{s_{Qr}}{\tau_{Qr}}$$

zum Ausdruck kommt. In [33] ist dies nicht der Fall, denn dort findet eine Beschränkung auf die - allerdings dominanten - Nutdifferenzwellen erster Ordnung, hervorgerufen durch Modulation mit den Wicklungsnutharmonischen erster Ordnung, statt. Insofern kann k_{nv} bei zweiseitiger Nutung nicht exakt mit ϕ'_1 verglichen werden. Generell kann jedoch ϕ'_1 als der die Realität genauer abbildende Wert angenommen werden, da er alle wichtigen nutdifferenzharmonischen Oberfelder berücksichtigt. In Tabelle 2.2.1-1 sind in der rechten Spalte die mit (2.2.1-18) berechneten Werte eingetragen. Im Vergleich dazu sei der aus der Literatur [9] bekannte Nutungsfaktor (1.2-8) für einseitige Nutung für Stator erwähnt. Der Nutungsfaktor ζ_{rv} entspricht dem oben erwähnten Faktor k_{nv} (2.2.1-11). Da der Nutungsfaktor für stromlose und stromdurchflossene Nut berechnet werden kann, ist ein Zusammenhang zur Stromabhängigkeit nach *Stepina* sichtbar. Die Verbesserung von *Stepina* wird in KLASYS05 optional angeboten.

Da der erweiterte Kopplungsfaktor η_{ve} unabhängig von der Schrägung gilt und andererseits der Schrägungsfaktor bei der Berechnung der Läuferoberströme berücksichtigt wird, muss für einen Vergleich bzw. einen Ersatz von k_{nv} durch ϕ'_1 die Schrägung in Gl. (2.2.1-18) ignoriert werden. Die folgenden Bilder 2.2.1-1 und 2.2.1-2 zeigen den Vergleich zwischen dem Faktor $\frac{\eta_{ve}}{\eta_v} = k_{nv}$ und dem Faktor ϕ'_1 für die erste Ständer-Nutharmonische ($Q_s - p$) für eine Maschine mit $Q_s/Q_r = 36/28$ und ungeschrägtem Rotor bei Leerlauf ($\underline{b}_p = 0$) und Kurzschluss ($\underline{b}_p = -1$) für unterschiedlich breite Läufernutschlitze s_{Qr} .

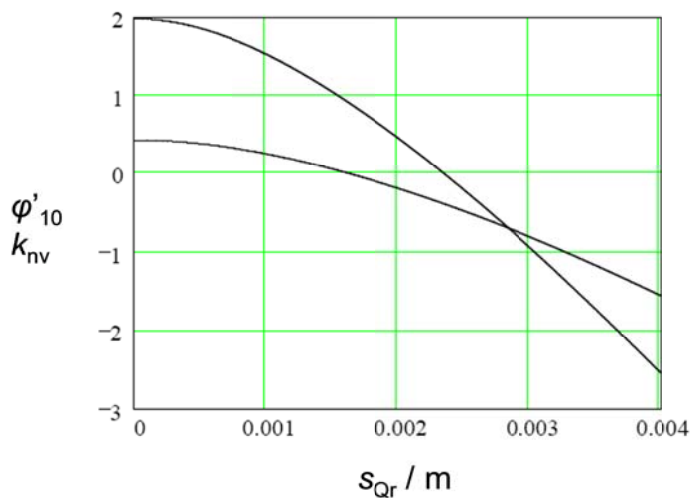


Bild 2.2.1-1: Vergleich von k_{nv} und ϕ'_1 bei einem Ständernutschlitzbreite $s_{Qs} = 1$ mm und variabler Läufernutschlitzbreite s_{Qr} für die erste Nutharmonische $Q_s - p$ im Leerlauf ($s = 0$), Maschine ungeschrägt.

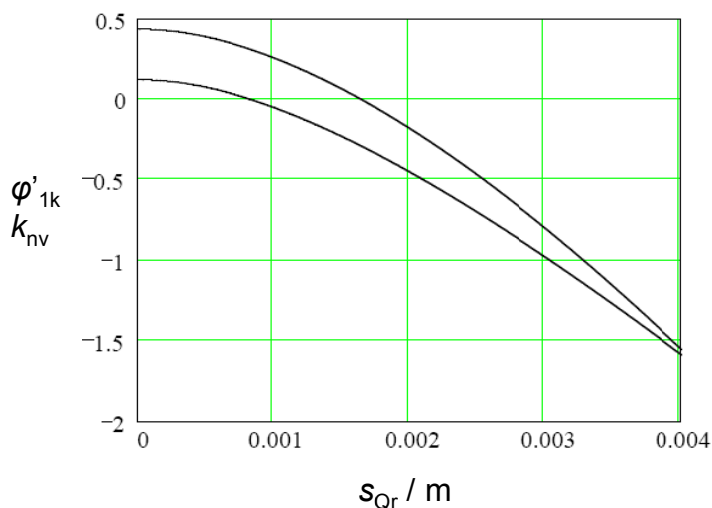


Bild 2.2.1-2: Wie Bild 2.2.1-1, jedoch im Kurzschluss ($s = 1$).

Man erkennt einerseits deutliche Unterschiede zwischen ϕ'_1 und k_{nv} aufgrund der unterschiedlichen Modelle sowie die etwas bessere Übereinstimmung im Kurzschluss ($s = 1$),

da dieser Betriebszustand η_{ve} gut beschreibt, während für $s = 0$ dieses Modell weniger gut geeignet ist. In Bild 2.2.1-3 ist ebenfalls ein Vergleich des Ansatzes nach *Weppler* (wie in [22]) und jenem nach *Stepina* bei Leerlauf zu sehen.

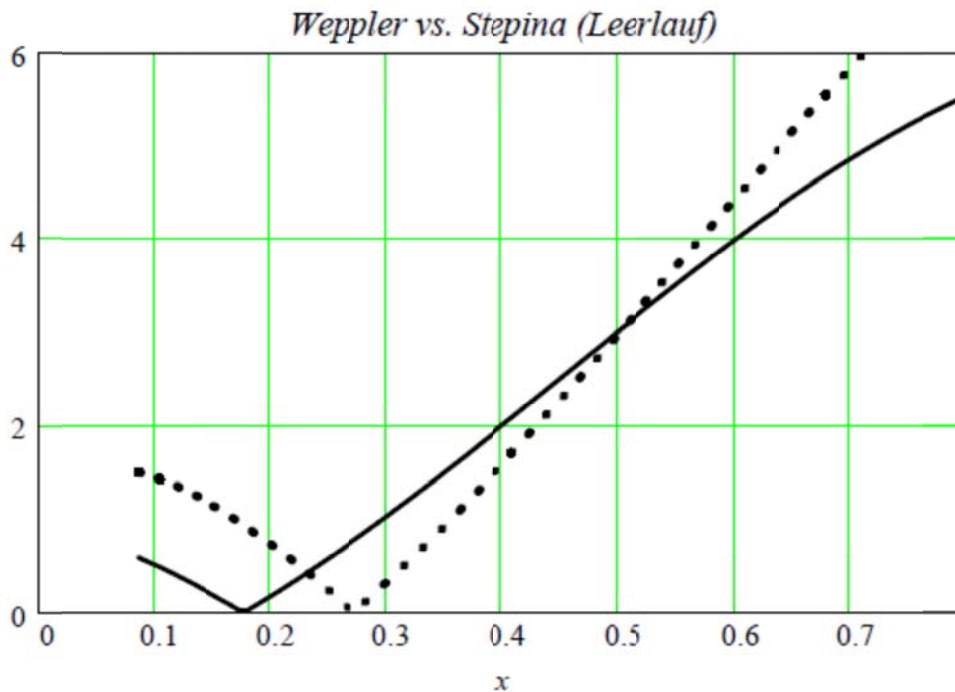


Bild 2.2.1-3: Gegenüberstellung der Faktoren φ_1' gemäß 2.2.1-18 bei Leerlauf (punktiert) und k_{nv} gemäß 2.2.1-6 (bezogen auf 1.1.2-5, ausgezogen) für die erste nutharmonische Oberfeld $Q_s - p$ und ein Verhältnis $Q_s/Q_r = 36/28$. Die Koordinate $x = \frac{s_{Qs} + s_{Qr}}{\tau_{Qr}}$.

Entsprechend Bild 2.2.1-3 wird der Einfluss der Nutharmonischen im Bereich x zwischen 0 und ca. 0,23 und 0,5 bis 1 durch den erweiterten Kopplungsfaktor (*Weppler*) unterschätzt.

2.2.2 Die Modellierung der Nutungsfelder bei einseitiger Nutung

Der Nutleitwert λ ist durch das Verhältnis der radialen Feldkomponente B bei einseitig genutetem Eisen, bestimmt an der gegenüberliegenden ungenuteten Eisenoberfläche, bezogen auf die entsprechende Feldkomponente bei ungenuteter Eisenoberfläche B_{\max} , $\frac{B}{B_{\max}}$ innerhalb einer Nutteilung definiert und somit auf den Wert Eins normiert. Die Feldeinbrüche unter der Nutöffnung werden dabei entweder ab Zahnmitte oder ab Nutmitte dargestellt:

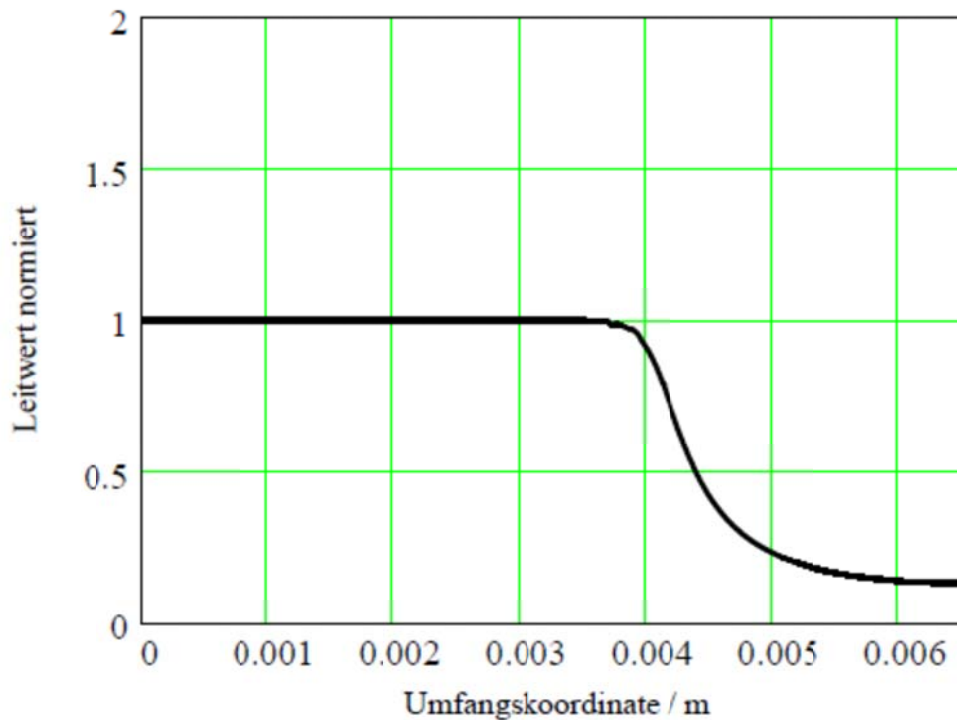


Bild 2.2.2-1: Normierter Feldverlauf $\frac{B}{B_{\max}}$ für die stromlose Nut im Fremdfeld B , dargestellt über einer halben Nutteilung, Koordinate beginnend in Zahnmitte.

Man unterscheidet die beiden Feldverläufe für die stromlose Nut im Fremdfeld (nach *Carter* klassisch, homopolares Feld) und die Feldverteilung für die stromdurchflossene Nut im Eigenfeld (heteropolarer Feldverlauf). Wird dieser Verlauf in eine Fourierreihe entwickelt, erhält man die Leitwertwellen. Der Fourierkoeffizient der stromlosen Nut der Ordnung Null ist der Mittelwert des normierten Leitwertverlaufs und somit der inverse *Carter'* sche Faktor $\lambda_0 = 1/k_C$. Die allgemeine Darstellung für $\lambda(x) = \frac{B(x)}{B_{\max}}$ mit dem Koordinatenursprung x in Zahnmitte lautet:

$$\lambda(x) = \lambda_0 + \sum_{k=1,2,3,\dots} \lambda_k \cdot \cos(k \cdot Q \cdot x). \quad (2.2.2-1)$$

Dabei sind λ_k die Fourierkoeffizienten für die Ordnungszahl k . Im Falle der Rechteckfeldnäherung wird die Radialfeldkomponente $B(x)$ durch ein Feld angenähert, das entweder $B(x) = B_{\max}$ oder $B(x) = 0$ ist. Dabei soll sich derselbe Flussverlust gemäß $\lambda_0 = \frac{1}{k_C}$ wie in Bild 2.2.2-1 ergeben. Das entspricht einer äquivalenten Nutschlitzbreite

$\tau_Q \cdot \frac{k_C - 1}{k_C}$ innerhalb der $B(x)$ Null sein muss. Die Fourierkoeffizienten sind dann durch (2.2.2-2) bestimmt zu

$$\lambda_k = 2 \cdot \lambda_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{k \cdot \pi}{k_C}\right). \quad (2.2.2-2)$$

Allgemein ergeben sich damit die Nutungsfelder durch Multiplikation der Felderregung $V(x)$ mit dem Luftspaltleitwert $\lambda(x)$. Zur Bestimmung der Induktion B aus der Felderregung V muss der Leitwert $A(x) = \lambda(x) \cdot \frac{\mu_0}{\delta}$ verwendet werden mit

$$A_k = \lambda_k \cdot \frac{\mu_0}{\delta} \quad (2.2.2-3)$$

und

$$A_0 = \frac{\mu_0}{\delta \cdot k_C}. \quad (2.2.2-4)$$

Dabei ist der Einfluss der Eisensättigung vernachlässigt. Als Beispiel werden im Folgenden die Nutungsfelder entstanden durch die Modulation der Grundwellenerregung V_p ($v = p$) mit den Luftspalt-Leitwertwellen der Ständernutzung bei Verwendung der Rechteckfeldnäherung erläutert. Das resultierende Feld wird somit

$$\begin{aligned} V_p(x_s, t) \cdot A(x_s) &= \frac{m \cdot N_s \cdot \hat{I}_s}{\pi \cdot p} \cdot k_{wp} \cdot \cos(p \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s) \cdot \dots \\ &\dots \cdot \left(\Lambda_0 + \sum_{k=1,2,\dots} 2 \cdot \Lambda_0 \cdot \text{sinc}\left(\frac{k \cdot \pi}{k_C}\right) \cdot \cos(k \cdot Q \cdot x_s) \right) \end{aligned} \quad (2.2.2-5)$$

mit φ_s als dem Phasenwinkel des Ständerstroms. Mit der Grundwellenamplitude B_p des Feldes

$$B_p = \frac{m \cdot N_s \cdot \hat{I}_s}{\pi \cdot p} \cdot k_{wp} \cdot \frac{\mu_0}{k_C \cdot \delta} \quad (2.2.2-6)$$

folgt für das resultierende Feld $B(x_s, t)$

$$B(x_s, t) = B_p \cdot \cos(p \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s) + B_p \cdot k_C \cdot \cos(p \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s) \cdot \sum_k \lambda_k \cdot \cos(k \cdot Q \cdot x_s),$$

bzw.

$$\begin{aligned} B(x_s, t) &= B_p \cdot \cos(p \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s) + \dots \\ &\dots + 0,5 \cdot B_p \cdot k_C \cdot \sum_{k=1,2,3,\dots} \lambda_k \cdot \cos[(p + Q \cdot k) \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s] + \lambda_k \cdot \cos[(p - Q \cdot k) \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s], \end{aligned}$$

oder

$$B(x_s, t) = B_p \cdot \cos(p \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s) + \dots \\ + \dots \sum_{k'=\pm 1, \pm 2, \dots} 0,5 \cdot B_p \cdot k_C \cdot \lambda_{|k'|} \cdot \cos[(p + Q \cdot k') \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s]. \quad (2.2.2-7)$$

Die Nutungsfelder $B_{v_Q, Q}$, also der rechte Teil in (2.2.2-7), können daher gemäß (2.2.2-8) z. B. wie bei *Boller-Jordan* [52] dargestellt werden als

$$B_{v_Q, Q} = -B_p \cdot (k_C - 1) \cdot \zeta_{|k'|} \quad \text{mit} \quad (2.2.2-8)$$

$$\zeta_{|k'|} = -\frac{\lambda_{|k'|}}{2 \cdot (1 - \lambda_0)} \quad (2.2.2-9a)$$

$$\text{und } v_Q = p + k' \cdot Q, \quad k' = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.2.2-9b)$$

Allgemein lautet ein Nutungsfeld, das durch Modulation der Felderregung der Polpaarzahl v mit den (einseitigen) Luftspalt-Leitwertwellen entsteht,

$$B_{v_Q, Q} = B_v \cdot k_C \cdot \frac{\lambda_{|k'|}}{2}. \quad (2.2.2-10)$$

Dabei ist

$$v_Q = v + k' \cdot Q, \quad k' = \pm 1, \pm 2, \dots$$

die nutharmonische Ordnungszahl und

$$\underline{B}_v = \frac{m \cdot N_s \cdot \hat{I}_s}{\pi \cdot v} \cdot k_{wv} \cdot \frac{\mu_0}{k_C \cdot \delta}. \quad (2.2.2-11)$$

Jedes Wicklungsfeld $B_{v'}$, dessen Ordnung v' die Bedingung $k' = \frac{v_Q - v'}{Q} = \text{ganz}$ erfüllt,

liefert einen Beitrag zum Nutungsfeld der Polpaarzahl v_Q . Wesentlich beteiligt ist somit das Grundfeld. Diese Nutungsfelder sind mit anderen (Wicklungs-)Feldern gleicher Polzahl phasenrichtig zu addieren. Andererseits kann man gemäß Abschnitt 2.2.1 den Nutungseinfluss direkt bei der Felderregung $V(x, t)$ berücksichtigen, die z. B. bei der Rechteckfeldnäherung im Bereich der äquivalenten Nutschlitzbreite (Ersatznutschlitzbreite) Null gesetzt wird. Die Fourierreihenentwicklung dieses Felds ist identisch mit der Multiplikation der Fourierkoeffizienten des Felds ohne Nutöffnungseinfluss („Wicklungsfeld“) mit dem Nutungsfaktor (1.2-8).

Für die Bestimmung der resultierenden Induktion bei einseitiger Nutung stehen somit zwei Möglichkeiten zur Verfügung:

- Phasenrichtige Addition der nutharmonischen Wicklungsfelder mit den Nutungsfeldern
- Multiplikation des Wicklungsfeldes mit dem Nutungsfaktor (1.2-8)

Im Folgenden wird für das Feld einer Einzelspule ein Vergleich zwischen der direkten Methode (Felderregung mit Nutungsfaktor) und der Methode der Multiplikation der Felderregung mit den Leitwertwellen des einseitig genuteten Luftspalts gemacht. Die Einzelspule sei ungesenkt. Die Felderregung einer Einzelspule bei Verwendung der Rechtecknäherung für die Feldeinbrüche durch die Nutöffnungen ist durch

$$V_Q(x) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots} \frac{4}{\nu \cdot \pi} \cdot \frac{\Theta_Q}{2} \cdot k_{p\nu} \cdot \zeta_{s\nu} \cdot \cos(x \cdot \nu) \quad (2.2.2-12)$$

gegeben, mit Θ_Q als der Durchflutung der in einer Nut liegenden Spule, $k_{p\nu}$ dem Sehnungsfaktor und x dem mechanischen Umfangswinkel. Die Felderregung ohne Nutungsberücksichtigung lautet demzufolge

$$V_Q(x) = \sum_{\nu=1,3,5,\dots} \frac{4}{\nu \cdot \pi} \cdot \frac{\Theta_Q}{2} \cdot k_{p\nu} \cdot \cos(x \cdot \nu). \quad (2.2.2-13)$$

Die Luftspaltleitwertfunktion lautet

$$\lambda_Q(x) = \frac{1}{k_{Cs}} \cdot \left(1 + \sum_{k=1,2,3,\dots} 2 \cdot \frac{\sin\left(\frac{k \cdot \pi}{k_{Cs}}\right)}{\frac{k \cdot \pi}{k_{Cs}}} \cdot \cos(k \cdot \pi) \cdot \cos\left(\frac{k \cdot Q}{p} \cdot x\right) \right). \quad (2.2.2-14)$$

Da beide Methoden das gleiche Ergebnis liefern müssen, kann folgende Gleichheit aufgestellt werden:

$$\sum_{\nu=1,3,5,\dots} k_{p\nu} \cdot \zeta_{s\nu} \cdot \frac{\cos(x \cdot \nu)}{\nu} = \sum_{\nu=1,3,5,\dots} k_{p\nu} \cdot \frac{\cos(x \cdot \nu)}{\nu} \cdot \left(\frac{1}{k_{Cs}} + \sum_{k=1,2,3,\dots} \frac{2}{\pi} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi}{k_{Cs}}\right) \cdot \frac{\cos(k \cdot \pi)}{k} \cdot \cos\left(\frac{k \cdot Q}{p} \cdot x\right) \right).$$

Das Ausmultiplizieren der rechten Seite liefert den Ausdruck

$$\begin{aligned} & \sum_{\nu=1,3,5,\dots} k_{p\nu} \cdot \frac{\cos(x \cdot \nu)}{\nu} \cdot \frac{1}{k_{Cs}} + \dots \\ & + \sum_{\nu'=1,3,5,\dots} \sum_{k=1,2,3,\dots} k_{p\nu'} \cdot \frac{2}{\pi \cdot k \cdot \nu'} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi}{k_{Cs}}\right) \cdot \cos(k \cdot \pi) \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\nu' - \frac{k \cdot Q}{p}\right) \cdot x + \dots \\ & + \sum_{\nu'=1,3,5,\dots} \sum_{k=1,2,3,\dots} k_{p\nu'} \cdot \frac{2}{\pi \cdot k \cdot \nu'} \cdot \sin\left(\frac{k \cdot \pi}{k_{Cs}}\right) \cdot \cos(k \cdot \pi) \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\nu' + \frac{k \cdot Q}{p}\right) \cdot x, \end{aligned}$$

in welchem berücksichtigt wurde, dass zu einer Oberwelle der Ordnung ν der linken Seite mehrere Anteile der rechten Seite beitragen und zwar im ersten Summanden die Polpaarzahl ν und in den zweiten und dritten Summanden Beiträge durch Polpaarzahlen ν' , welche der Bedingung $\left(\nu' \mp \frac{k \cdot Q}{p}\right) = \nu$ genügen. Die ausschließliche Berücksichtigung der Modulation mit der Grundwelle (*Boller-Jordan*, siehe im Beispiel weiter unten) äußert sich im Wegfall der Summierung über ν' , d. h. nur $\nu' = 1$ wird berücksichtigt. Der Fehler, der dabei entsteht, ist in Bild 2.2.2-2 am Beispiel $Q_s = 24$, $p = 2$ und $k_C = 1,2$ für die Oberwelle der Ordnung $\nu = 13 \cdot p$ gezeigt.

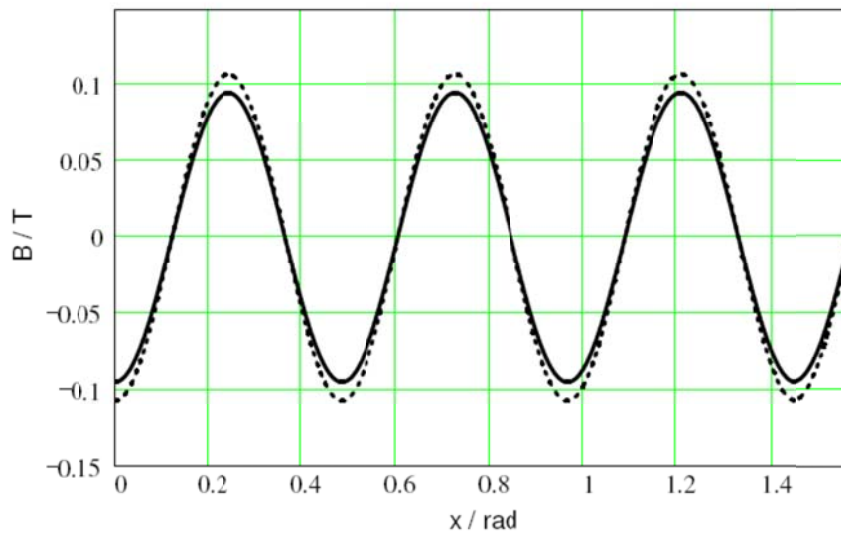


Bild 2.2.2-2: Oberwelle der Polpaarzahl $\nu = 13p$ bei einseitig genutetem Stator, Leitwertwellen als Rechteckfeldnäherung. Ausgezogener Verlauf: Exakte Berechnung, strichlierter Verlauf: Näherung nach *Boller-Jordan*.

Ergänzend zur vorangegangenen Erklärung werden die beiden Methoden nochmals an einem Beispiel erläutert. Im Leerlauf ($s = 0$) müsste bei einseitig genutetem Stator für das erste nutharmonische Paar ($\nu = p$, $k' = \pm 1$) und die Rechteckfeldnäherung folgende Näherung gelten (Index rechts oben W bedeutet ‚Wicklungsfeld‘):

$$B_{\nu_Q}^W(\underline{I}_s) + B_p(\underline{I}_s) \cdot k_{Cs} \cdot \frac{\lambda_{|k'|}}{2} \approx B_{\nu_Q}^W(\underline{I}_s) \cdot \zeta_{s\nu_Q}, \quad (2.2.2-15)$$

wobei der linke Teil die Näherung nach *Boller-Jordan* und der rechte Teil den exakten Wert darstellt. Setzt man für das Ständerwicklungsgrundfeld B_p

$$B_p = B_{\nu_Q}^W \cdot \frac{k_{wp}}{k_{wv_Q}} \cdot \frac{\nu_Q}{p}, \quad (2.2.2-16)$$

so erhält man die zu überprüfende Näherung mit

$$1 + \frac{k_{w,p}}{k_{w,v_Q}} \cdot \frac{v_Q}{p} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot |k|}{k_{Cs}}\right)}{\frac{\pi \cdot |k|}{k_{Cs}}} \approx \frac{k_{Cs} \cdot \sin\left(\frac{v_Q \cdot \pi}{Q_s \cdot k_{Cs}}\right)}{\sin\left(\frac{v_Q \cdot \pi}{Q_s}\right)}. \quad (2.2.2-17)$$

Dazu ein numerisch berechnetes

Zahlenbeispiel 2.2.2-1:

Gegeben: $p = 2$, $Q_s = 36$, $k = -1$, $k_{Cs} = 1,148$.

Tabelle 2.2.2-1: Überprüfte Näherungsformel (2.2.2-17)

	Linke Seite	Rechte Seite
stromdurchflossene Nut	5,653	5,658
stromlose Nut	3,452	3,499

Man erkennt also eine relativ gute Übereinstimmung. Für die in Bild 2.2.2-3 dargestellte Grundwelle der Ständerwicklungsverteilung bei vernachlässigtem Nutöffnungseinfluss erhält man die in Bild 2.2.2-4 dargestellten nutharmonischen Felder mit folgender Erklärung:

ausgezogen ... nutharmonisches Wicklungsfeld B_{v_Q}''

punktiert...Nutungsfeld (Ordnung $k = -1$) $B_{v_Q,Q}$

strichliert...Gesamtfeld (via Nutungsfaktor) B_{v_Q}

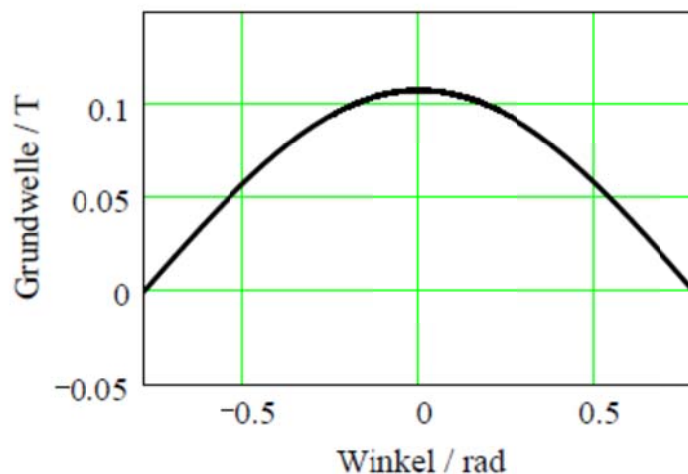


Bild 2.2.2-3: Grundwelle des Wicklungsfeldes zur Entstehung von Nutungsfeldern 1. Ordnung

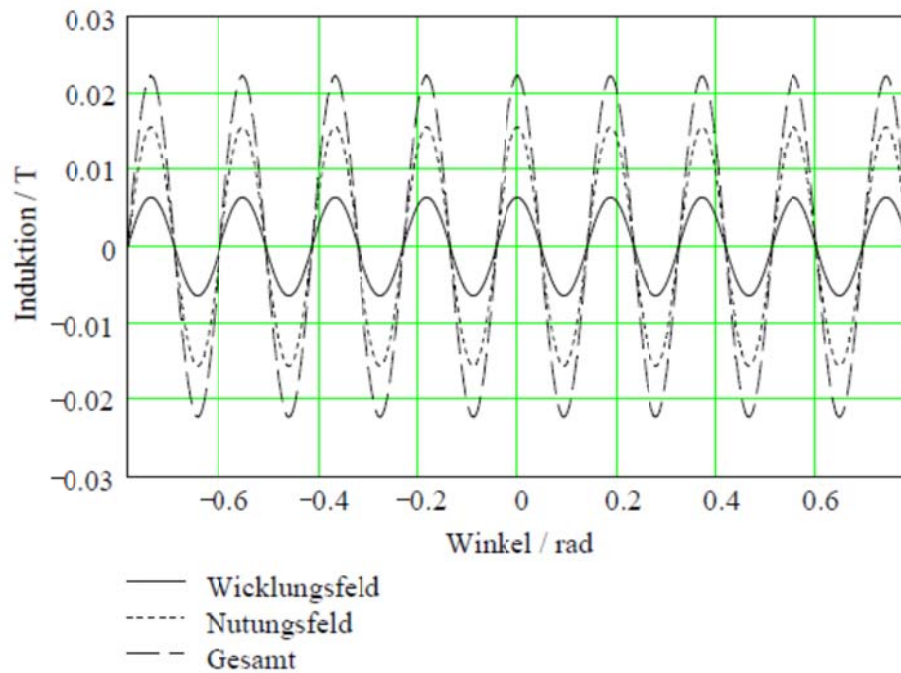


Bild 2.2.2-4: Nutharmonisches Wicklungsfeld, Nutungsfeld ($k = -1$) und resultierendes Feld

Die Gegenüberstellung von \underline{B}_{v_Q} (rechte Seite) und der Summe aus $\underline{B}_{v_Q}^W + \underline{B}_{v_Q,Q}$ (linke Seite von 2.2.2-15) ist in Bild 2.2.2-5 ersichtlich, ergibt also faktisch Deckungsgleichheit.

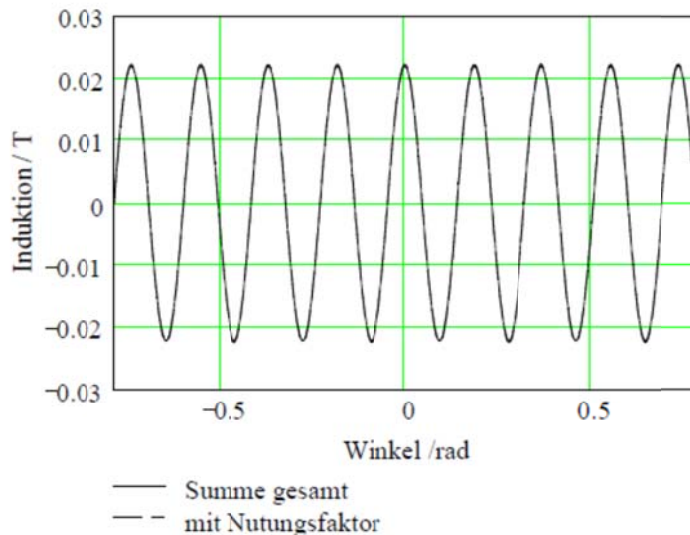


Bild 2.2.2-5: Gegenüberstellung des Summenfeldes mit der Berechnung mit Nutungsfaktor

Im allgemeinen Lastfall setzt sich ein nutharmonisches Luftspaltfeld \underline{B}_{v_Q} (näherungsweise) aus folgenden Komponenten zusammen (siehe auch Luftspaltfeld Kapitel 2.3):

$$\underline{B}_{s,v_Q}^W(\underline{I}_s) + \underline{B}_{s,p}^W(\underline{I}_s) \cdot k_{Cs} \cdot \frac{\lambda_{s|k'|}}{2} + \underline{B}_{r,p}^W(\underline{I}'_r) \cdot k_{Cs} \cdot \frac{\lambda_{s|k'|}}{2} \quad (2.2.2-18)$$

Die ersten beiden Terme zusammen entsprechen - wie oben gezeigt - dem mit dem Nutungsfaktor berechneten Ständerfeld $\underline{B}_{s,v}$. Der zweite und dritte Term zusammen entsprechen dem nach *Boller/Jordan* berechneten Nutungsfeld $B_p(\underline{I}_m) \cdot \lambda_{s|k'|} = -B_p(\underline{I}_m) \cdot (k_C - 1) \cdot \zeta_{|k'|}$.

2.2.3 Zweiseitige Nutung und Nutdifferenzfelder

Der Luftspaltleitwert bei zweiseitiger Nutung kann bei Verwendung der Rechteckfeldnäherung in guter Näherung als das Produkt der einseitigen Luftspaltleitwerte dargestellt werden:

$$\Lambda(x, t) = \Lambda_s(x) \cdot \Lambda_r(x, t) \quad (2.2.3-1)$$

$$B_v(x, t) = V_v(x, t) \cdot \Lambda(x, t) \quad (2.2.3-2)$$

(Leitwerte sind hier prinzipiell als $\Lambda = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \lambda$ dargestellt)

Die Felderregung $V_v(x, t)$ ist dabei allgemein die resultierende, von Ständer und Läufer erregte Felderregung. Der resultierende Luftspaltleitwert enthält in den ersten Gliedern der Reihe folgende Polpaarzahlen: Q_s , Q_r , $(Q_s - Q_r)$, $(Q_s + Q_r)$.

Durch Modulation mit $V_v(x, t)$ entstehen dominante Felder (erster Ordnung) mit den Polpaarzahlen:

a) $\nu \pm Q_s$, $\nu \pm Q_r$ (für alle ν)

b) $p \pm (Q_s - Q_r)$, $p \pm (Q_s + Q_r)$ (für $\nu = p$)

Im Falle a) entstehen durch $\nu = p$ Nutungsfelder, welche zu den Nutharmonischen der Wicklung (Ständer oder Läufer) phasenrichtig addiert werden müssen (*Boller-Jordan*), sowie für $\nu_1 = \nu_Q = p \pm Q_s$ bzw. $\nu_2 = \mu = p \pm Q_r$ Nutdifferenzfelder. Im Falle b) entstehen ebenso Nutdifferenzfelder $\mu = Q_s - Q_r + p$.

Differenzfelder haben somit folgende Ursachen:

- Modulation der Nutharmonischen des Ständers mit der Läuferernutung der Ordnung Q_r (a1)
- Modulation der Nutharmonischen des Läufers mit der Ständerernutung der Ordnung Q_s (b1)
- Modulation der Arbeitsgrundwelle p mit der resultierenden Leitwertwelle der Ordnung $Q_s - Q_r$ (c1)
- Läuferrestfelder der nutharmonischen Oberströme (d1)

- Ständerfelder der Ständeroberströme (sekundäre ARW) (e1)

Stepina berücksichtigt in [33] die Ursachen (a1), (b1) und (c1).

Zur Illustration noch einmal ein Beispiel anhand Bild 2.3-1, wie es auch in [37] zu finden ist.

- Anteil durch Modulation mit der Läuferntung:

Aus der Ständernutharmonischen $\nu = p + Q_s$ ($g_{sQ} = 1$) ergibt sich für $g_{rQ} = -1$

ein $\mu = \nu - Q_r = p + Q_s - Q_r = \mu_{\text{diff}}$

- Anteil durch Modulation mit der Ständernutung:

Aus $\nu'' = p$ ergibt sich für $g_{r0} = -1$ eine Läuferntuharmonische $\mu = \nu'' - Q_r$

und somit ein $\mu' = \mu + Q_s = p + Q_s - Q_r = \mu_{\text{diff}}$

Heller in [37] überlagert beide Anteile zu einem resultierenden Differenzfeld (in [37] mit $Q_r - (Q_s + p)$ bezeichnet). Die Bestimmung des durch diese Wellen zusätzlich erzeugten asynchronen Moments geschieht über die Läuferstromwärmeverluste

$$P_{\text{cur,diff}} = Q_r \cdot R_{r,\mu_{\text{diff}}} \cdot I_{r,\mu_{\text{diff}}}^2, \quad (2.2.3-3)$$

wobei der Stabstrom

$$I_{r,\mu_{\text{diff}}} = \frac{s_v \cdot \omega_s \cdot \frac{\Phi_{\text{rh},\mu_{\text{diff}}}}{2 \cdot \sin\left(\frac{\mu_{\text{diff}} \cdot \pi}{Q_r}\right)}}{Z_{r,\mu_{\text{diff}}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (2.2.3-4)$$

ist und

$$Z_{r,\mu_{\text{diff}}} = \sqrt{R_{r,\mu_{\text{diff}}}^2 + \left[\omega_{\text{rel}} \cdot (L_{\text{rh},\mu_{\text{diff}}} + L_{r\sigma,\mu_{\text{diff}}})\right]^2} \quad (2.2.3-5)$$

die Maschenimpedanz. Der in die Läufermasche eintretende Fluss beträgt

$$\Phi_{\text{rh},\mu_{\text{diff}}} = \frac{2 \cdot p \cdot \tau_p \cdot l_{\text{Fe}}}{Q_r} \cdot \underline{B}_{\mu_{\text{diff}}} \cdot \eta_{\mu_{\text{diff}}} \cdot \chi_{\mu_{\text{diff}}}.$$

Die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\Omega_{\mu_{\text{diff}}}$ des Differenzdrehfeldes (gegenüber dem Stator) ist

$$\Omega_{\mu_{\text{diff}}} = \frac{\omega_s \cdot s_{\mu_{\text{diff}}}}{\mu_{\text{diff}}} \quad \text{mit} \quad (2.2.3-7)$$

$$\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s$$

und dem Schlupf gegenüber dem Stator

$$s_{\mu_{\text{diff}}} = 1 + \frac{g_{\text{rQ}} \cdot Q_{\text{r}}}{p} \cdot (1 - s).$$

Mit $g_{\text{rQ}} = -1$ und Q_{r} als der mechanischen Winkelgeschwindigkeit folgt dann aus (2.2.3-7)

$$Q_{\mu_{\text{diff}}} = \frac{\omega_{\text{s}} - Q_{\text{r}} \cdot Q_{\text{r}}}{\mu_{\text{diff}}}.$$

Die Relativgeschwindigkeit zwischen Rotor und Differenzdrehfeld beträgt

$$Q_{\text{rel}} = Q_{\mu_{\text{diff}}} - Q_{\text{r}} = \frac{\omega_{\text{s}}}{\mu_{\text{diff}}} \cdot s_{\mu_{\text{diff}}} - \frac{\omega_{\text{s}}}{p} \cdot (1 - s) = \frac{\omega_{\text{s}} - \nu \cdot Q_{\text{r}}}{\mu_{\text{diff}}} = \frac{\omega_{\text{s}} \cdot s_{\nu}}{\mu_{\text{diff}}} = \frac{\omega_{\text{rel}}}{\mu_{\text{diff}}} \quad (2.2.3-8)$$

Die Synchronität für das Differenzfeld ist gegeben, wenn die Relativgeschwindigkeit Q_{rel} zum Rotor gleich Null wird. Dies ist bei einer Rotorwinkelgeschwindigkeit von Q_{rs} gegeben. Aus (2.2.3-8) folgt

$$\frac{\omega_{\text{s}} - \nu \cdot Q_{\text{r,s}}}{\mu_{\text{diff}}} = 0$$

und somit

$$Q_{\text{r,s}} = \frac{\omega_{\text{s}}}{\nu}. \quad (2.2.3-9)$$

Das Drehmoment lautet allgemein

$$M_{\mu_{\text{diff}}} = \frac{P_{\text{cur}, \mu_{\text{diff}}}}{Q_{\text{r,s}} - Q_{\text{r}}} \quad (2.2.3-10)$$

und somit erhält man

$$M_{\mu_{\text{diff}}} = \frac{P_{\text{cur,diff}}}{\frac{\omega_{\text{s}}}{\nu} - Q_{\text{r}}} = \frac{P_{\text{cur,diff}} \cdot \nu}{\omega_{\text{s}} \cdot s_{\nu}}. \quad (2.2.3-11)$$

Hierin kommt zum Ausdruck, dass die Differenzwelle die gleiche (also nicht zu unterscheidende) Wirkung hat wie die zugehörige nutharmonische Oberwelle der Ordnung ν . Die von diesen Oberwellen bewirkten Momente schwächen das Arbeitsmoment der Maschine. Der Beitrag der Anteile (a1) und (b1) wird in KLASYS05 optional berücksichtigt. Der Beitrag (d1) muss nicht berücksichtigt werden, da dieser in der Wirkung des Rotoroberstroms I_{rv} schon erfasst ist.

Die nutharmonischen Wicklungsoberfelder ergeben zusammen mit den von ihnen hervorgerufenen Läuferoberfeldern resultierende, abgedämpfte Felder. Laut *Stepina* [35] gilt generell folgender Satz:

„Die Wellen der Luftspaltinduktion, welche aus einer Strombelagswelle durch Modulation mit den Leitwertwellen des Luftspalts entstehen, rufen in den Leitern der genutzten Seite Spannungssysteme mit gleichem zeitlichen Verlauf hervor. Es ist daher nötig, ihre Auswirkungen zu summieren. Dabei kommt die sogenannte effektive Gegeninduktivität zur Geltung, welche sowohl bezüglich der Stator- als auch der Rotorwicklung wirkt“.

Eine weitere Konsequenz ist die Tatsache, dass das resultierende Drehmoment nicht mehr alleine aus dem Produkt von nutharmonischer Strombelagswelle und Luftspaltinduktion berechnet werden darf (siehe [35] Seite 181), sondern es müssen bei der Bestimmung der Wirkung der nutharmonischen Felder auch die Differenzfelder berücksichtigt werden. Dies kann durch Faktoren erfolgen, die die verstärkende Wirkung der wichtigsten Nutungsfelder a_1) und b_1) auf die Nutharmonischen der Wicklung berücksichtigen (siehe Abschnitt 2.2.1).

Zusammengefasst haben Differenzfelder folgende Eigenschaften [34]:

- Alle Differenzfelder laufen synchron miteinander.
- Jedes Differenzfeld induziert in der Ständerwicklung ein Spannungssystem gleicher Frequenz wie ein nutharmonisches Feld des Läufers und in der Läuferwicklung ein Spannungssystem wie ein nutharmonisches Feld des Ständers. Darum kann man bei Asynchronmaschinen üblicherweise keine eigenständigen asynchronen Momente der Differenzfelder feststellen. Ihre Wirkung besteht in einer quantitativen Änderung der asynchronen Oberwellenmomente der nutharmonischen Oberwellen.

Bei der Berechnung der synchronen Oberwellenmomente reicht die Beschränkung auf die Wirkung eines ständernutharmonischen Strombelags und eines Läuferrestfelds des Läufergrundstroms i. A. nicht aus. Dies zeigt folgendes

Beispiel 2.2.3-1:

Gegeben: $2 \cdot p = 6$, $Q_s = 24$, $Q_r = 18$, $f_s = 50$ Hz.

Der Strombelag $v_1 = p - Q_s = -21$ ($g_{sQ} = -1$) liefert zusammen mit dem Läuferrestfeld $v_2 = p$ und $\mu = Q_r + p = 21$ ($g_r = 1$) ein synchrones Oberwellenmoment. Die Drehzahlen dieser beiden Felder stimmen überein für $s_\mu = 1 + \frac{g_r \cdot Q_r}{p} \cdot (1 - s) = -1$, d. h. für $s = 1 + \frac{1}{3 \cdot g_r}$, also z.

B. für $s = -0,667$ bei $g_r = -1$. Der Ständerstrombelag $v_1 = p = 3$ liefert jedoch zusammen mit dem Läuferrestfeld (Differenzfeld) μ des Läuferstromes $v_2 = p - Q_s = -21$ und $\mu = -21 + Q_r = p - Q_s + Q_r = -3$ ($g_r = 1$) beim selben Schlupf ebenfalls einen sogar größeren Beitrag zum synchronen Oberwellenmoment.

Die nuttdifferenzharmonischen Felder müssen generell berücksichtigt werden bei

- der Berechnung der asynchronen Momente durch:
 - die Berechnung der Rotoroberströme nach *Taegen*
 - oder die Verwendung des korrigierten erweiterten Kopplungsfaktors nach *Stepina*
 - oder durch explizite Addition wie in diesem Abschnitt gezeigt (wenn die Rotoroberströme nach *Weppeler* (1.1.2-12 bzw. 2.2.1-13) berechnet werden).
- der Berechnung der synchronen Momente durch:
 - die Verwendung des korrigierten erweiterten Kopplungsfaktors nach *Stepina*
 - oder die explizite Berücksichtigung des Beitrages durch die Modulation der Läuferoberfelder mit der Ständernutung
- der Berechnung der Pulsations- und Oberflächenverluste im Rotor durch:
 - die explizite Berücksichtigung des Beitrages ν'' durch die Modulation der Läuferoberfelder mit der Ständernutung (siehe Abschnitt 2.3)
 - und die explizite Berücksichtigung des Beitrages durch die Modulation der Ständeroberfelder mit der Läufernung (siehe Abschnitt 2.3)

2.3 Die Luftspaltfeldberechnung nach *Taegen*

Aus dem stationären Gleichungssystem (1.2-1, 1.2-2) werden iterativ die sättigungsabhängigen Ströme bestimmt. Diese wiederum liefern gemäß Abschnitt 2.1 das Luftspaltfeld. Die iterative Lösung eignet sich auch bei Verwendung des ‚individuellen‘ Ersatzluftspaltes δ_μ für die nuttdifferenzharmonischen Läuferrestfelder (siehe Kapitel 3). Die Berechnung dieses Ersatzluftspaltes ist prinzipiell schwierig. Für die Anwendung eines etwas vereinfachten Verfahrens ist während der Iteration der Mittelwert der Zahninduktion über die q Zähne je Zone zu bestimmen. Die Unterschiede der Zahninduktion in den q Statorzähnen wurden bereits bei *Schetelig* [11] nachgewiesen, der Eckzähne und Mittelzähne unterscheidet (Kapitel 4.3 und 5.1). Generell gelten folgende Gleichungen für die Polpaarzahlen von Oberwellen:

$$\nu = p \cdot (1 + 2 \cdot m \cdot g_s) \text{ mit } g_s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ für die ständerwicklungsbedingten Oberwellen,}$$

$$\nu_Q = p + g_{s0Q} \cdot Q_s \text{ mit } g_{s0Q} = \pm 1, \pm 2, \dots \text{ für die ständerwicklungsbedingten nutharmonischen Oberwellen,}$$

$$\mu = \nu + g_{r0} \cdot Q_r \text{ mit } g_r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \text{ für die läuferwicklungsbedingten Oberwellen,}$$

$\mu' = \mu + g_{sQ} \cdot Q_s$ mit $g_{sQ} = \pm 1, \pm 2, \dots$ für die durch Modulation der Läuferrestfelder mit dem magnetischen Luftspaltleitwert der Ständernutung entstehenden Nutungs-Oberfelder und

$\mu = \nu + g_{rQ} \cdot Q_r$ mit $g_{rQ} = \pm 1, \pm 2, \dots$ für die durch Modulation der Ständerwicklungsfelder mit dem magnetischen Luftspaltleitwert der Rotornutung entstehenden Nutungsoberfelder. Dieser Sachverhalt wird noch anhand der Tabelle 2.3-1 verdeutlicht.

Tabelle 2.3-1: Felder und Schlüpf bei einseitiger Nutung der der felderzeugenden Seite gegenüberliegenden Seite.

	Statorfeld + Rotornutung	Rotorfeld + Statornutung
Wicklungsfeld (W)	ν	$\mu = \nu + g_r \cdot Q_r$
Schlupf (W) gg. Läufer	$1 - \frac{\nu}{p} \cdot (1-s)$	$1 - \frac{\nu}{p} \cdot (1-s)$
Schlupf (W) gg. Ständer	1	$1 + \frac{g_r \cdot Q_r}{p} \cdot (1-s)$
Nutungsfeld (N)	$\nu + g_{rQ} \cdot Q_r$	$\mu + g_{sQ} \cdot Q_s$
Schlupf (N) gg. Läufer	$1 - \frac{\nu}{p} \cdot (1-s)$	$1 - \frac{\nu'}{p} \cdot (1-s), \nu' = \nu + g_{sQ} \cdot Q_s$
Schlupf (N) gg. Ständer	$1 + \frac{g_{rQ} \cdot Q_r}{p} \cdot (1-s)$	$1 + \frac{g_r \cdot Q_r}{p} \cdot (1-s)$

In Tabelle 2.3-1 erkennt man, dass der Schlupf des Wicklungsfeldes und des Nutungsfeldes gegenüber der genuteten Seite gleich ist. Die Pfeile deuten die Möglichkeit der Überlagerung von Feldern an. Die strichlierten bzw. strichpunktlierten Pfeile verdeutlichen Überlagerungsmöglichkeiten der entsprechenden Felder für den Fall, dass durch eine andere Ordnungszahl $\nu'' = \nu - g_{sQ} \cdot Q_s$ die Ordnungszahl $\nu' = \nu$ wird und somit die Ordnungszahl $\mu' = \mu + g_{sQ} \cdot Q_s = \nu + g_{r0} \cdot Q_r$ wird. Dies wird in weiterer Folge und in Bild 2.3-1 noch weiter verdeutlicht.

Bei den von Taegen angegebenen Gleichungen für das Luftspaltfeld in [24] fällt auf, dass für die Bestimmung der Felder der Polpaarzahl μ und dem Schlupf $s_\mu = 1 + \frac{g_{r0} \cdot Q_r}{p} \cdot (1-s)$ die

Ständernutungsoberfelder der Läuferströme $I_{r\nu''}$ ($\nu'' = \nu - g_{sQ} \cdot Q_s$) mit der Polpaarzahl $\mu' = \mu + g_{sQ} \cdot Q_s$ ($\mu \neq \nu'', g_{sQ} = \pm 1, \pm 2, \dots$) nicht berücksichtigt werden (siehe auch Bild 2.3-1).

Wohl aber werden die Ständernutungswellen $\mu' = \nu$ ($g_{r0} = 0$) des Läuferstroms $I_{r\nu''}$ für die Polpaarzahl ν und den Schlupf $s_\nu = 1 - \frac{\nu}{p} \cdot (1-s)$ berücksichtigt. Prinzipiell könnten aber alle

Oberfelder berücksichtigt werden.

Bei der Zusammenfassung der Ständer- und Läuferfelder bezeichnet *Taegen* Felder mit der Ordnungszahl ν und dem Schlupf s_ν gegenüber dem Läufer als resultierende Ständerfelder. Diese bestehen aus:

- dem primären Ständerfeld ν
- der primären Rückwirkung des Läufers $\mu = \nu$ ($g_{r0} = 0$)
- den Produkten der durch die Ständernutung modulierten primären Rückwirkungsfelder ν'' der Ordnung $\mu' = \nu$, d.h. $\nu'' = \nu - g_{sQ} \cdot Q_s$ bzw. $g_{sQ} = \frac{(\nu - \nu'')}{Q_s}$ mit $g_{r0} = 0$.

Felder mit der Ordnungszahl μ und dem Schlupf s_μ gegenüber dem Ständer werden als resultierende Läuferfelder bezeichnet. Diese bestehen aus:

- den Läuferrestfeldern $g_{r0} \neq 0$
- den Produkten der durch die Läufernutzung modulierten primären Ständerfelder ν mit der Ordnung $\mu = g_{r0} \cdot Q_r + \nu$
- den Produkten der durch die Ständernutung modulierten Restfelder $\mu = \nu'' + g_{r0} \cdot Q_r$ der Ordnung $\mu' = \mu$, d. h. $\nu'' = \nu - g_{sQ} \cdot Q_s$ bzw. $g_{sQ} = \frac{(\nu - \nu'')}{Q_s}$. Diese werden aber bei

Taegen wie schon erwähnt vernachlässigt!

Bild 2.3-1 zeigt schematisch die Überlagerung von Ständer- und Läuferfeldern zu den resultierenden Feldern. Die linke Seite stellt die Ständerseite mit dem erregenden Ständerstrom dar, die rechte Seite stellt die Läuferseite mit den erregenden Läuferströmen dar.

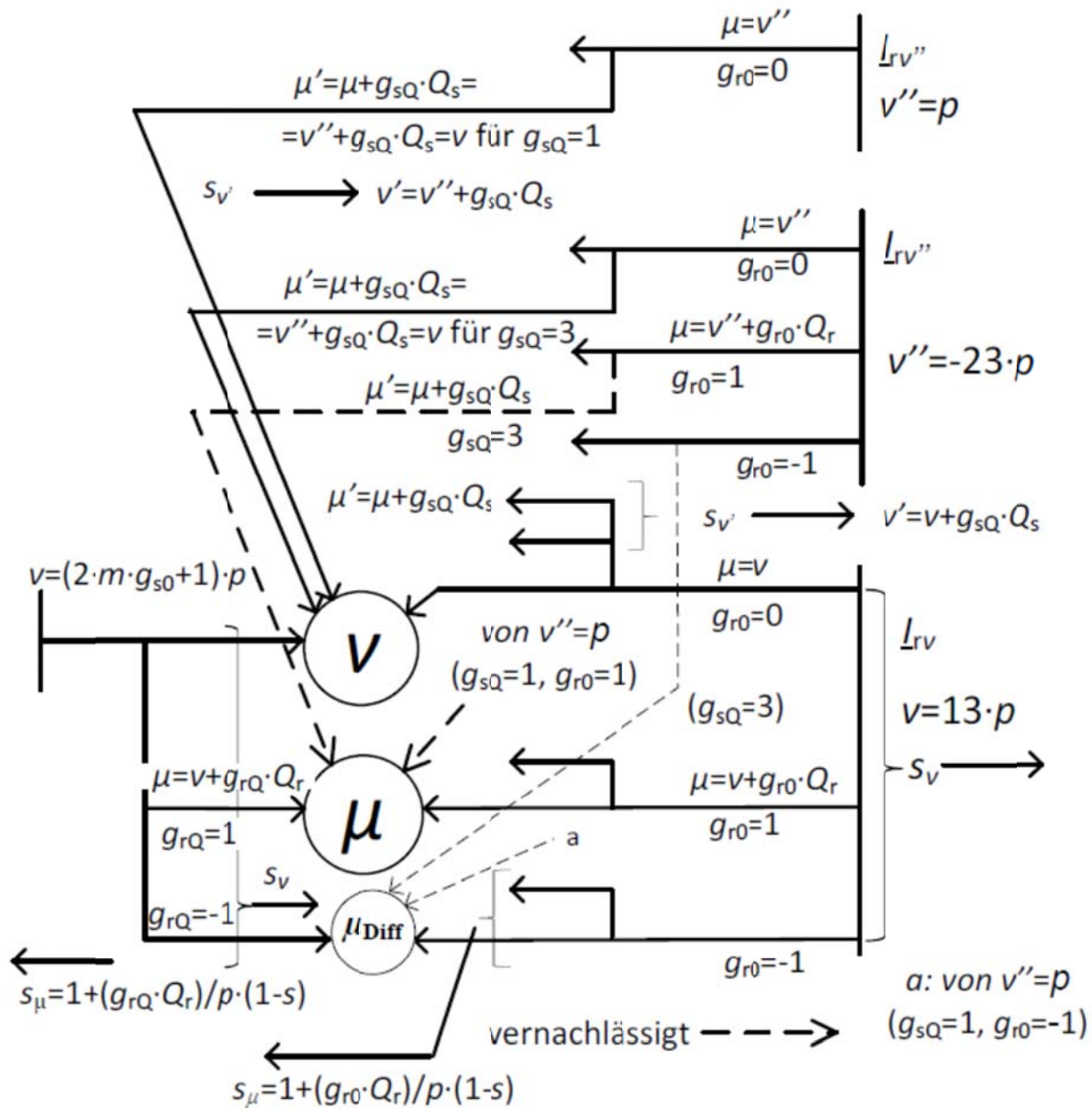


Bild 2.3-1: Komponenten des Luftspaltfeldes nach Taegen, eingetragene Zahlenwerte beispielhaft für $v = 13p$ und $\mu = 67$ einer Maschine mit $Q_s = 36$, $Q_r = 28$, $p = 3$.

Die Größen g_{sQ} und g_{rQ} stellen die Ordnungszahlen der jeweiligen Nutleitwerte dar. Alle durch Modulation mit den Nutöffnungsleitwerten entstehenden Felder haben den gleichen Schlupf gegenüber der genuteten Seite, wie das zugehörige Primärfeld jedoch einen anderen Schlupf gegenüber der Seite, auf der das Primärfeld entsteht. Felder durch Modulation von Läuferrestfeldern mit der Ständernutzung werden vernachlässigt (dick und dünn strichliert in Bild 2.3-1). Die sogenannten Nutdifferenzfelder (siehe auch Kapitel 2.2.3) beruhen immer auf nutharmonischen Wicklungsfeldern. Von den Nutdifferenzfeldern werden nur jene berücksichtigt, die durch Modulation der ständernutharmonischen Oberwellen mit den Luftspaltleitwerten der Läufernutöffnungen entstehen sowie jene Läuferrestfelder, die durch eben diese ständernutharmonischen Oberwellen hervorgerufen werden (mit $g_{r0} = -g_{s0}$, wenn

$\nu_Q = p + g_{s0Q} \cdot Q_s$ ist). Nicht berücksichtigt werden jene Anteile an nutdifferenzharmonischen Oberwellen, die durch Modulation der Restfelder mit den Luftspaltleitwerten der Ständernutöffnungen entstehen (dünn strichliert in Bild 2.3-1) sowie jene, die durch Modulation der Grundwelle $\nu = p$ mit dem resultierenden Luftspaltleitwert entstehen.

Da es sich im Beispiel bei $\nu = 13 \cdot p$ um eine Nutharmonische handelt ($g_{s0Q} = 1$), überlagern sich an der Stelle, die mit μ_{diff} bezeichnet ist, alle nutdifferenzharmonischen Felder der Polpaarzahl $\mu_{\text{diff}} = 11$. Die Anteile bestehen nochmal zusammengefasst aus:

- der Modulation der Nutharmonischen des Ständerfeldes ν mit der Läuferntung für $g_{rQ} = -g_{s0Q} = -1$ (links unten im Bild 2.3-1)
- der Modulation des Läuferrestfeldes herrührend vom ν'' -ten Läuferoberstrom ($\nu'' = -23 \cdot p$) für $g_{r0} = -g_{s0Q} = -1$ und $g_{sQ} = 3$ (schwach strichliert in Bild 2.3-1) mit der Ständerntung sowie weitere Anteile nach demselben Prinzip (z. B. der Anteil des Läufergrundstroms mit $\nu'' = p$, $g_{r0} = -g_{s0Q} = -1$, $g_{sQ} = 1$ ergibt ebenfalls ein μ_{diff} von 11, siehe auch [9], Seite 150)
- dem Läuferrestfeld des ν -ten Läuferoberstroms und $g_{r0} = -g_{s0Q} = -1$ (rechts unten)

Die im berechneten Luftspaltfeld fehlenden Anteile werden jedoch in Kapitel 7 bei der Berechnung der Zusatzverluste im Läufer sowie der Berechnung der asynchronen und synchronen Oberwellenmomente berücksichtigt.

Zusammenfassend lässt sich folgendes Vorgehen zur Ermittlung des resultierenden Luftspaltfeldes festhalten. Ausgangspunkt ist die Bestimmung des einseitigen Feldes des Ständers oder Rotors mit Berücksichtigung der ‚eigenen‘ Nutung durch den Nutungsfaktor und den *Carter*’schen Faktor. Dann erfolgt die Multiplikation dieses Feldes mit dem Luftspaltleitwert der gegenüberliegenden Nutung. Dadurch erhält man neben dem primären Feld auch das durch die gegenüberliegende Nutung bedingte Modulationsfeld (Nutungsfeld). Somit werden nur die Differenzfelder nach a1) und d1) erfasst. Die Differenzfelder aus b1) werden aber entsprechend Abschnitt 2.2.3 mitberücksichtigt. Jene Anteile aus e1) und c1) fehlen.

Nutdifferenzfelder bzw. deren Wirkung auf die nutharmonischen Felder werden somit folgendermaßen berücksichtigt:

- Im Luftspaltfeld durch gegenseitige Modulation durch die Nutung (a1+b1)
- In den Läuferoberströmen nach *Taegen*

- Im den Läuferoberströmen durch die Verwendung des nach *Stepina* korrigierten erweiterten Kopplungsfaktors k_{nv} (siehe Kapitel 2.2.1 Formel 2.2.1-18, optional in KLASYS05).

Im Folgenden werden die einzelnen Feldkomponenten mit den zugehörigen Formeln zusammengefasst, wie sie von *Taegen* verwendet werden.

1) Felder durch den Ständergrundstrom

Die einseitige Ständernutung wird durch den Nutungsfaktor ζ_{sv} (1.2-8) berücksichtigt. Die Berücksichtigung entweder der stromlosen oder der stromdurchflossenen Nut erfolgt mittels Korrekturfaktoren K_{sv} nach *Kolbe* [51]. Die Rotornutung wird durch Multiplikation mit den Läuferleitwertwellen A_{lg} und einem Korrekturfaktor berücksichtigt. Ausgangspunkt zur Ermittlung der Ständeroberfelder ist das von den symmetrischen Ständerströmen erregte Luftspaltfeld bei genutetem Ständer und glattem Läufer in Ständerkoordinaten x_s

$$B'_{sv}(x_s, t) = \text{Re}(\underline{\hat{B}}'_{sv} \cdot e^{j(\nu \cdot x_s - \omega_s \cdot t)}) \quad (2.3-1)$$

mit

$$\underline{\hat{B}}'_{sv} = \mu_0 \cdot \frac{m \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \zeta_{sv} \cdot K_{sv}}{\pi \cdot \nu \cdot \delta' \cdot k_{Cs}} \cdot \underline{I}_s^* \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{und } \delta' = \frac{\delta}{k_h}.$$

Nach der Multiplikation des einseitig genuteten Ständerfeldes $B'_{sv}(x_s, t)$ mit dem Luftspaltleitwert der im Rotor genuteten Maschine erhält man (siehe [24]) die primären Ständerfelder mit der Ordnungszahl ν und dem Schlupf s_ν

$$B_{sv}(x_r, t, y) = \text{Re}[\underline{\hat{B}}_{sv} \cdot e^{j(\nu \cdot x_r - s_\nu \cdot \omega_s \cdot t) + \nu \cdot y \cdot S}]$$

mit den Amplituden

$$\underline{\hat{B}}_{sv} = \mu_0 \cdot \frac{m \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \zeta_{sv} \cdot K_{sv}}{\pi \cdot \nu \cdot \delta' \cdot k_C} \cdot \underline{I}_s^* \cdot \sqrt{2} \quad (2.3-2)$$

und dem Schlupf

$$s_\nu = 1 - \frac{\nu}{p} \cdot (1 - s) \quad (2.3-3)$$

gegenüber den Läufer, sowie die von der Läuferntung herrührenden Nutungsoberfelder

$B_{s\mu\nu,Q}(x_s, t, y) = \text{Re} \left[\hat{\underline{B}}_{s,\mu\nu,Q} \cdot e^{j(\mu \cdot x_s - s_\mu \cdot \omega_s \cdot t - \mu \cdot y \cdot S)} \right]$ mit den Amplituden

$$\hat{\underline{B}}_{s,\nu\mu,Q} = \frac{1}{2} \cdot \hat{\underline{B}}_{sv} \cdot \frac{A_{tg}}{A_0} \quad \text{mit } g = |g_{rQ}|, \quad (2.3-4)$$

$$\text{der Polpaarzahl } \mu = g_{rQ} \cdot Q_r + \nu \quad (2.3-5)$$

und dem Schlupf

$$s_\mu = 1 + \frac{g_{rQ} \cdot Q_r}{p} \cdot (1 - s) \quad (2.3-6)$$

gegen den Ständer sowie dem Schlupf s_v (2.3-3) gegenüber dem Läufer, was aus der Koordinatentransformation

$$x_s = x_r + \frac{\omega_s}{p} \cdot (1 - s) \cdot t + y \cdot S \quad (2.3-7)$$

hervorgeht, wobei S das Schrägungsmaß ist, mit

$$S = \tau'_{Qs} \cdot \frac{SNT}{l} = \frac{\beta \cdot R}{l}. \quad (2.3-8)$$

Die Variable SNT ist die eigentliche Schrägung in Statornutteilungen mit β als dem stirnseitigen Schrägungswinkel des Rotors (τ'_{Qs} ist hier die Ständernutteilung im Bogenmaß).

Der Korrekturfaktor K_{sv} ist ein Ersatz für den normalerweise verwendeten Nutungsfaktor (der auf der Rechteckfeldnäherung beruht) und wird wie folgt berechnet:

$$K_{sv} = \frac{\pi}{4} \cdot k_{Cs} \cdot \frac{\nu}{p} \cdot (a \cdot H_{av} + b \cdot H_{bv}) \cdot \frac{1}{\zeta_{sv}},$$

mit a, b, H_{av}, H_{bv} aus [51].

2) Felder durch die Läuferoberströme

Die vom ν -ten Läuferstrom $\underline{I}_{R\nu}$ erregten Läuferoberfelder bei einseitiger Nutung des Läufers in Läuferkoordinaten x_r

$$\underline{B}'_{r\nu\mu}(x_r, t) = \text{Re} \left(\hat{\underline{B}}'_{r\nu\mu} \cdot e^{j(\mu \cdot x_r - s_\nu \cdot \omega_s \cdot t)} \right) \quad (2.3-9)$$

besitzen die Polpaarzahlen

$$\mu = g_{r0} \cdot Q_r + \nu \quad \text{mit } g_{r0} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

und die Amplituden

$$\hat{\underline{B}}'_{r\nu\mu} = \mu_0 \cdot \frac{\xi_{r\mu} \cdot K_{r,\nu\mu}}{\delta' \cdot k_{Cr}} \cdot \underline{I}_{R\nu}^* \cdot \sqrt{2}.$$

Der Schlupf s_v ist wie in (2.3-3). Die Anfangslage des Rotors β_r wurde in (2.3-9) nicht berücksichtigt bzw. Null gesetzt. Nach der Multiplikation des einseitig genuteten Läuferfeldes $B'_{rv\mu}(x_r, t)$ mit dem Luftspaltleitwert der im Stator genuteten Maschine A_{sg} erhält man (siehe [24]) die primären Läuferfelder

$$B_{rv\mu}(x_s, t, y) = \text{Re} \left[\hat{B}_{rv\mu} \cdot e^{j(\mu \cdot x_s - s_\mu \cdot \omega_s \cdot t - \mu \cdot y \cdot S)} \right]$$

mit den Amplituden

$$\hat{B}_{rv\mu} = \mu_0 \cdot \frac{\xi_{r\mu} \cdot K_{r,v\mu}}{\delta' \cdot k_C} \cdot \underline{I}_{Rv}^* \cdot \sqrt{2}, \quad (2.3-10)$$

und dem Schlupf

$$s_\mu = 1 + \frac{g_{r0} \cdot Q_r}{p} \cdot (1 - s), \quad (2.3-11)$$

gegenüber dem Ständer, sowie die von der Ständernutzung herrührenden Nutungsoberrfelder

$$B_{r\mu'v',Q}(x_r, t, y) = \text{Re} \left[\hat{B}_{r\mu'v',Q} \cdot e^{j(\mu' \cdot x_r - s_{v'} \cdot \omega_s \cdot t + (\mu' - \mu) \cdot y \cdot S)} \right]$$

mit den Amplituden

$$\hat{B}_{r,\mu'v',Q} = \frac{1}{2} \cdot \hat{B}_{rv\mu} \cdot \frac{A_{sg}}{A_0} \quad (2.3-12)$$

und den Polpaarzahlen

$$\mu' = \mu + g_{sQ} \cdot Q_s = v' + g_{r0} \cdot Q_r \text{ und } v' = v + g_{sQ} \cdot Q_s \text{ mit } g_{sQ} = \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.3-13)$$

sowie dem Schlupf

$$s_{v'} = 1 - \frac{v'}{p} \cdot (1 - s) \quad (2.3-14)$$

gegenüber dem Läufer und dem Schlupf s_μ (2.3-11) gegenüber dem Ständer. Der Kopplungsfaktor mit Läuferferrutschlitzberücksichtigung ist analog zu (1.2-7) (*Taegen*-Faktor)

$$\xi_{r\mu} = \frac{\sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}\right)}{\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}}. \quad (2.3-15)$$

Der Korrekturfaktor $K_{rv\mu}$ nach *Kolbe* berücksichtigt die Rotornutung und tritt an die Stelle des Nutungsfaktors.

3) Resultierendes Ständerfeld

Mit Hilfe der Beziehungen zwischen den Koordinaten des Ständers und des Läufers ergibt sich das resultierende Ständerfeld der Polpaarzahl ν und dem Schlupf s_ν als komplexe Welle in Läuferkoordinaten:

$$\underline{B}_\nu(x_r, t) = \underline{\hat{B}}_\nu \cdot \exp(j \cdot (\nu \cdot x_r - s_\nu \cdot \omega_s \cdot t)) \text{ mit} \\ \underline{\hat{B}}_\nu = \underline{\hat{B}}_{s\nu} \cdot \exp(j \cdot (\nu \cdot y \cdot S)) + \underline{\hat{B}}_{r,\nu\nu} + \sum_{g_{sQ}} \underline{\hat{B}}_{r,\nu\nu,Q} \cdot \exp(j \cdot (g_{sQ} \cdot Q_s \cdot y \cdot S)) \quad (2.3-16)$$

und dem primären Ständerfeld

$$\underline{\hat{B}}_{s\nu} = \mu_0 \cdot \frac{m \cdot N_s \cdot k_{w\nu} \cdot \zeta_{s\nu} \cdot K_{s\nu}}{\pi \cdot \nu \cdot \delta \cdot k_C} \cdot \underline{I}_s^* \cdot \sqrt{2} \quad (2.3-17)$$

$k_{w,\nu}$ Ständer-Wicklungsfaktor

$\zeta_{s,\nu}$Nutungsfaktor des Ständers

$K_{s\nu}$Korrekturfaktor nach *Kolbe*

k_C ...Carterfaktor

y ...axiale Koordinate

Das Rückwirkungsfeld des Läufers ist

$$\underline{\hat{B}}_{r,\nu\nu} = \mu_0 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \xi_{r\nu} \cdot K_{r,\nu\nu}}{\delta''} \cdot \underline{I}_{R\nu}^* \quad (2.3-18)$$

mit $g_{r0} = 0$.

$K_{r,\nu\nu}$Korrekturfaktor nach *Kolbe* (siehe ab Gleichung 2.3-30).

Da die gegenseitige Nutung durch Modulation erfasst wird, wird der Kopplungsfaktor nach *Taegen*, der nur die Läuferfritzen berücksichtigt, verwendet und nicht der erweiterte Kopplungsfaktor von *Weppeler*! Die Ständerfritzenfelder der Läuferströme $\underline{I}_{R\nu''}$ sind:

$$\underline{\hat{B}}_{r,\nu\nu,Q} = \frac{1}{2} \cdot \underline{\hat{B}}_{r,\nu'',\nu''} \cdot \frac{A_{sg}}{A_0} \text{ mit } g = |g_{sQ}|, \quad (2.3-19)$$

$$\nu'' = \nu - Q_s \cdot g_{sQ}, \quad (2.3-20)$$

$$A_0 = \frac{1}{\delta''} = \frac{k_h}{\delta \cdot k_{Cs}}, \quad (2.3-21)$$

$$A_{sg} = (-1)^{g \cdot \varepsilon} \cdot 2 \cdot A_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot g}{k_{Cs}}\right)}{\frac{\pi \cdot g}{k_{Cs}}} \cdot K_{sg} \quad (2.3-22)$$

Mit w als Spulenweite ist

$$\varepsilon = \frac{\tau_p - w}{\tau_{Q_s}}$$

die Sehnung in Nutteilungen. Der Korrekturfaktor K_{sg} nach *Kolbe* dient zur Korrektur des Luftspaltleitwertes der Ständernutzung. Für A_{sg} kann jedoch gleich der aus der konformen Abbildung berechnete Wert verwendet werden (wie es auch in KLASYS05 geschieht). In Ständerkoordinaten lautet das Ständerfeld wegen (2.3-7):

$$B_v(x_r, y, t) = \hat{B}_v \cdot \exp(j \cdot (\nu \cdot x_s - \omega_s \cdot t)) \text{ mit} \\ \hat{B}_v = \hat{B}_{sv} + \hat{B}_{r,\nu\nu} \cdot \exp(-j \cdot \nu \cdot y \cdot S) + \sum_{g_{sQ}} \hat{B}_{r,\nu\nu,Q} \cdot \exp(j \cdot (g_{sQ} \cdot Q_s - \nu) \cdot y \cdot S) \text{ und} \quad (2.3-23)$$

$$g_{sQ} \cdot Q_s - \nu = -\nu'' \quad (2.3-24)$$

4) Resultierendes Läuferfeld

Das resultierende Läuferfeld in Ständerkoordinaten x_s lautet als komplexe Welle:

$$B_\mu(x_r, y, t) = \hat{B}_\mu \cdot \exp(j \cdot (\mu \cdot x_s - s_\mu \cdot \omega_s \cdot t)) \quad (2.3-25)$$

mit

$$\hat{B}_\mu = (\hat{B}_{r,\nu\mu} \cdot \exp(-j \cdot \mu \cdot y \cdot S) + \hat{B}_{s,\nu\mu,Q} \cdot \exp(j \cdot (\nu - \mu) \cdot y \cdot S)), \quad (2.3-26)$$

$$\hat{B}_{r,\nu\mu} = \mu_0 \cdot \frac{\xi_{r\mu} \cdot K_{r,\nu\mu}}{\delta \cdot k_C} \cdot \underline{I}_{Rv}^* \cdot \sqrt{2} \quad (2.3-27)$$

sowie

$$\hat{B}_{s,\nu\mu,Q} = \frac{1}{2} \cdot \hat{B}_{sv} \cdot \frac{A_{rg}}{A_0} \quad (2.3-28)$$

mit

$$A_{rg} = 2 \cdot A_0 \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot g}{k_{Cr}}\right)}{\frac{\pi \cdot g}{k_{Cr}}} \cdot K_{rg}, \quad g = |g_{rQ}|. \quad (2.3-29)$$

$K_{r\nu\mu}$...Korrekturfaktoren nach *Kolbe* (siehe ab Gleichung 2.3-30).

K_{rg} ...Korrekturfaktor nach *Kolbe* zur Korrektur des Luftspaltleitwertes der Rotornutung.

Der Korrekturfaktor nach *Kolbe* für die Käfigwicklung wird wie folgt berechnet. Für die hier betrachteten Käfigwicklungen gelten folgende Beziehungen:

$$m' = \frac{Q_r}{2 \cdot p} \text{ (ganz!)}, \quad q = 1, \text{ Windungen pro Spule } N_c = 1, \quad k_{w\mu} = 1 \quad (2.3-30)$$

Die Formel nach *Taegen* für das H -Feld (Formel (23) aus [24])

$$H'_{rv\mu} = I_{Rv} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\delta \cdot k_{Cr}} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}\right)}{\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}} \cdot K_{r,v\mu} \quad (2.3-31)$$

enthält den Korrekturfaktor nach Kolbe $K_{r,v\mu}$ für die Berücksichtigung des Einflusses des zweidimensionalen Feldverlaufs im Luftspalt als Korrektur der Radialfeldnäherung. Mit

$$H'_{rv\mu} = m' \cdot q \cdot k_{w\mu} \cdot H'_\mu \quad (2.3-32)$$

und dem Ringabschnittsoberstrom

$$I_{Rv} = \frac{I_{rv}}{2 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)} \quad (2.3-33)$$

sowie der aus dem ampere'schen Durchflutungssatz berechneten maximalen Feldstärke (für $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$)

$$H_{\max} = \frac{\Theta_{sp}}{2 \cdot \delta} = \frac{I_{rv} \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot \delta} \quad (2.3-34)$$

folgt der Korrekturfaktor

$$K_{r,v\mu} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\mu \cdot \pi \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)}{\sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}}\right)} \cdot \frac{H'_\mu}{H_{\max}}. \quad (2.3-35)$$

Dabei ist die Radialkomponente des H -Feldes aus einer numerischen Feldberechnung von *Kolbe* bestimmt und als Fourierreihe mit den Ordnungszahlen μ berechnet worden. Es ergibt sich für die Ordnungszahlen μ die Korrektur nach *Kolbe* [51] mit

$$\frac{H'_\mu}{H_{\max}}, \quad (2.3-36)$$

welche hier aus Platzgründen nicht wiedergegeben wird.

Generell hat sich bei den Vergleichen mit zweidimensional berechneten Luftspaltfeldern (z. B. mit der Methode der Finiten Elemente (FEM) oder anderen analytischen Methoden wie z. B. der konformen Abbildung) herausgestellt, dass bei den Korrekturfaktoren für die Verluste Käfigwicklung stets der Absolutbetrag des Faktors zu verwenden ist.

Beispiel 2.3-1: Berechnung des resultierenden Ständeroberfelds der Beispielmachine VI (siehe Anhang B) mit $2p = 4$, $Q_s = 36$, $Q_r = 28$, Schrägung um eine Rotornutteilung.

Betrachtet wird das nutharmonische Oberfeld mit der Ordnungszahl $\nu = 38$ bei Nennschlupf $s_N = 0,0358$. Die komplexe Amplitude des Felds im Luftspalt wird für einen Ständerstrangstrom $I_s = 7A$ rechnerisch zu $\underline{B}_{s,38} = 0,232 + j \cdot 0,1528T$ bestimmt. Das rotorseitige Rückwirkungsfeld zufolge der Induzierung des Läuferkäfigs wird mit

$$\underline{B}_{r,38} = 0,000186 + j \cdot 0,0003546 T$$

sehr klein, da durch die Schrägung die Läuferinduzierung gering ist. Rotorquerströme sind vernachlässigt. Die Modulation von Rotorfeldern der Ordnung $\nu'' = \nu - g_{sQ} \cdot Q_s$ mit dem magnetischen Leitwert der Ständernutung liefert ebenfalls Beiträge zum ν -ten Oberfeld, so z. B. das Grundwellenfeld $\nu'' = p$ selbst, da sich für $g_{sQ} = 1$ $\mu = \nu'' + g_{sQ} \cdot Q_s = \nu$ ergibt. Dies ergibt ein NutungsOberfeld von

$$\underline{B}_{r,38,38,Q} = -1,3 + j \cdot 0,146 T,$$

welches also wesentlich größer ist als das Rückwirkungsfeld $\underline{B}_{r,38}$.

Für den ungeschrägten Fall wird das rotorseitige Rückwirkungsfeld $\underline{B}_{r,38} = 0,00057 + j \cdot 0,000366 T$ etwas größer als im geschrägten Fall, aber nicht wesentlich. Grund dafür ist nun der kleine erweiterte Kopplungsfaktor nach *Weppler*, der von den effektiven Nutschlitzten und der Sättigung der Zahnköpfe abhängt. Dass dieser Faktor gerade für nutharmonische Felder klein ist, zeigt wiederum die Grenzen des Modells des erweiterten Kopplungsfaktors. Ganz anders stellt sich dies für die 5. Oberwelle ($\nu = -10$) dar. Das statorseitige Oberfeld ist

$$\underline{B}_{s,-10} = 0,0662 + j \cdot 0,0385 T.$$

Das rotorseitige Rückwirkungsfeld ist mit

$$\underline{B}_{r,-10} = -0,0363 - j \cdot 0,0178 T$$

relativ groß, da sowohl der Kopplungsfaktor als auch der Schrägungsfaktor groß sind. Die Schrägung um eine Rotornutteilung $1/28$ wirkt für $\nu = -10$ kaum.

Die Berechnung der radialen Komponente der Flussdichte im Luftspalt gemäß dem beschriebenen Verfahren liefert den in Bild 2.3-2 und 2.3-3 dargestellten Verlauf für Leerlauf und Bemessungspunkt.

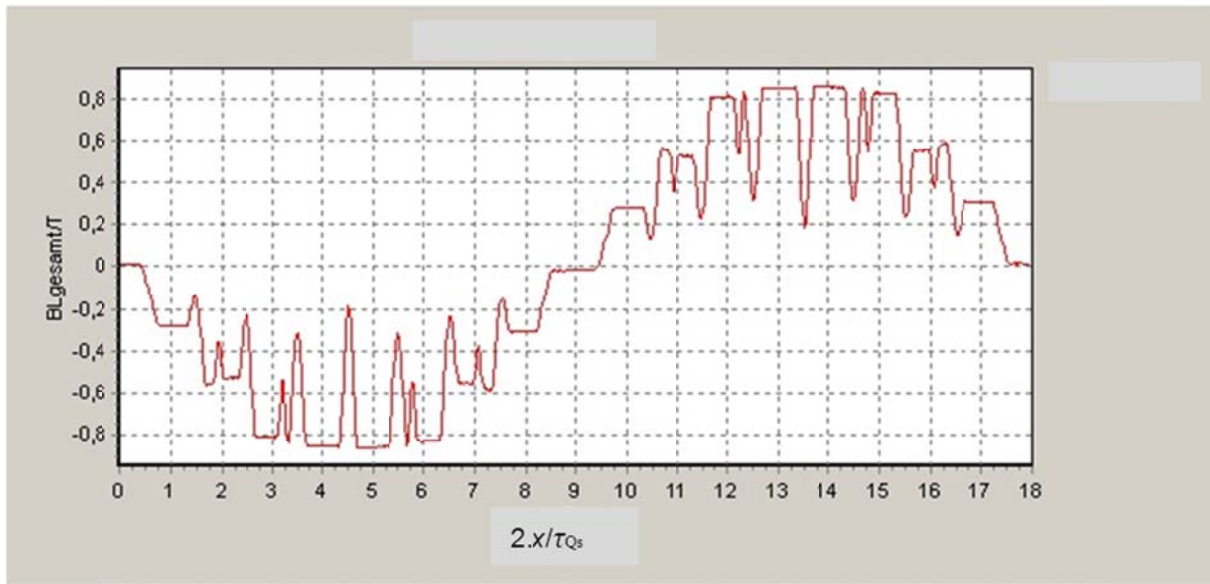


Bild 2.3-2 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnetes resultierendes Luftspaltfeld (Radialkomponente $B_\delta(x\pi/\tau_{Qs})$ in Luftspaltmitte) im Leerlauf $s = 0$, $I_s = 0,5$ A, x = Umfangskoordinate. Beispielmachine VI.

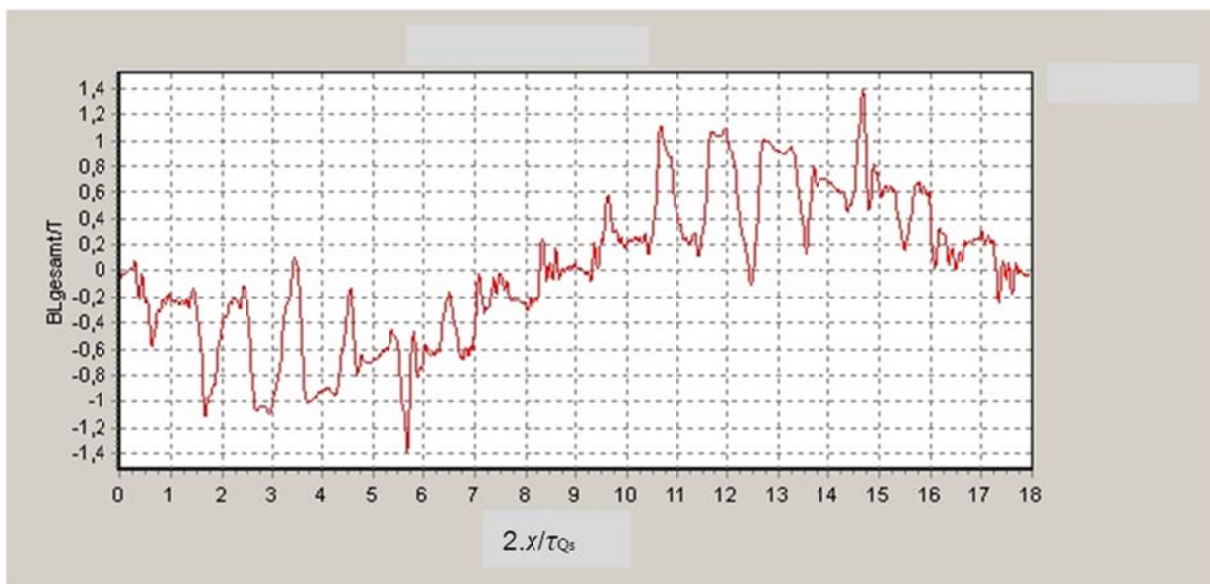


Bild 2.3-3 (Ergebnis aus KLASYS05): Wie Bild 2.3-2, jedoch bei Bemessungsschlupf $s = s_N = 0,0358$, $I_s = 15,5$ A

2.4 Die Sättigungsoberwellen des Hauptfeldes

Die Sättigungsoberwelle des Hauptfeldes mit dreifacher Polzahl muss sowohl bei der Verlustberechnung für die Ummagnetisierungsverluste als auch bei der Berechnung der Geräuschbildung und der synchronen Oberwellenmomente berücksichtigt werden. Sie wird mit der Multiplikation einer Welle (Grundwelle oder nutharmonische Oberwelle)

$$B_v(x_s, t) = \hat{B}_v \cdot \cos(v \cdot x_s - \omega_s \cdot t - \varphi_s) \quad (2.4-1)$$

mit der Sättigungsleitwertwelle zweifacher Polzahl

$$\lambda(x_s, t) = A_m - A_s \cdot \cos(2 \cdot p \cdot x_s - 2 \cdot \omega_s \cdot t - 2 \cdot \varphi_m) \quad (2.4-2)$$

berechnet [50]. Dabei ist φ_m der Phasenwinkel des Magnetisierungsstroms. Die rechnerische Bestimmung der magnetischen Leitwerte A_m (Mittelwert) und A_s (Amplitude) erfolgt gemäß [50]. Das Produkt aus (2.4-1) und (2.4-2) ergibt für die Modulation mit A_s

$$B_v \cdot \frac{A_s}{2} \cdot \cos((v + 2 \cdot p) \cdot x_s - 3 \cdot \omega_s \cdot t - \varphi_s - 2 \cdot \varphi_m). \quad (2.4-3)$$

Dies ergibt in Läuferkoordinaten die Sättigungsfeldwellen der Ordnungszahl $\nu^* = v + 2 \cdot p$ zu

$$B_{\nu^*} = B_v \cdot \frac{A_s}{2} \cdot \cos\left(\nu^* \cdot x_r - \omega_s \cdot t \cdot \left(3 - \frac{\nu^*}{p} \cdot (1 - s)\right) - \varphi_s - 2 \cdot \varphi_m\right). \quad (2.4-4)$$

Für $v = p$ ergibt sich die Sättigungsfeldwelle B_{3p} mit der Ordnungszahl ist $\nu^* = 3 \cdot p$ und dem Schlupf $3 \cdot s$. Die noch unabgedämpfte Sättigungsfeldwelle B_{3p} resultiert somit aus der abgedämpften Grundwelle B_p und dem magnetischen Leitwert A_s . Die Amplitude B_{3p} erhält man auch aus [50]:

$$\frac{B_{3p}}{B_p} = \frac{1 - \frac{V_\delta + V_y}{V}}{1 + 3 \cdot \frac{V_\delta + V_y}{V}} = \Gamma. \quad (2.4-5)$$

Dabei ist V_δ die magnetische Spannung für den Luftspalt, V_y jene für die Joche und V die gesamte magnetische Spannung $V_\delta + V_y + V_z$ (y: Joche, z: Zähne von Stator und Rotor) pro halbem magnetischem Kreis. Das Verhältnis Γ gilt näherungsweise auch für andere Sättigungsüberwellen mit höherer Ordnungszahl ν^* . Dadurch erhält man z. B. die aus den durch den Käfig abgedämpften nutharmonischen Wicklungsoberfeldern (Ordnungszahl ν_Q) entstandenen Sättigungsfelder B_{ν^*} (2.4-6) bis (2.4-9). Aus

$$B_{\nu^*} = B_{\nu_Q} \cdot \frac{B_{3p}}{B_p} = \frac{B_{\nu_Q}}{B_p} \cdot B_{3p} \quad (2.4-6)$$

$$\text{mit } \frac{B_{\nu_Q}}{B_p} = \frac{I_s}{I_m} \cdot \frac{p}{\nu_Q} \cdot d_{\nu_Q} \cdot \xi_{ns, \nu_Q}, \quad (2.4-7)$$

$$\nu_Q = p + g_{Qs} \cdot Q_s \text{ (Ständernutharmonische),}$$

$$\nu^* = \nu_Q + 2 \cdot p \text{ (Sättigungsfeld),}$$

d_{ν_Q} als dem Betrag des normalen Abdämpfungsfaktors einer Feldwelle ν_Q zufolge Käfigrückwirkung [2], ξ_{ns,ν_Q} als dem Nutschlitzfaktor (2.1-1) einer Statornut, I_m als dem Magnetisierungsstrom der Grundwelle und dem Schlupf der Sättigungswelle

$$s_{\nu^*} = 3 - \frac{\nu^*}{p} \cdot (1 - s), \quad (2.4-8)$$

erhält man den Betrag der Amplitude des nicht abgedämpften Sättigungsfelds

$$B_{\nu^*} = \frac{I_s}{I_m} \cdot \frac{p}{\nu_Q} \cdot d_{\nu_Q} \cdot \xi_{ns,\nu^*} \cdot B_{3p}. \quad (2.4-9)$$

Die dominante Sättigungsfeldwelle $\nu^* = 3 \cdot p$ bzw. die Sättigungsüberwellen $\nu^* = \nu + 2 \cdot p$ induzieren den Käfig und werden vom diesem folglich abgedämpft.

Wir betrachten nun die Abdämpfung durch den Läuferkäfig zunächst bei Sternschaltung der Ständerwicklung genauer. Der Betrag des (komplexen) Abdämpfungsfaktors für die Sättigungsfeldwelle B_{ν^*} ist gemäß [50]:

$$d_{\nu^*} = \sqrt{1 + 2 \cdot b \cdot \cos(\varepsilon) + b^2}. \quad (2.4-10a)$$

Der Phasenwinkel φ_d von \underline{d}_{ν^*} ergibt sich zu

$$\varphi_d = \arctan\left(\frac{-b \cdot \sin(\varepsilon)}{1 + b \cdot \cos(\varepsilon)}\right), \quad (2.4-10b)$$

Die abgedämpfte Sättigungsfeldwelle lautet dann

$$B_{\nu^*,d} = B_{\nu^*} \cdot d_{\nu^*}. \quad (2.4-11)$$

In (2.4-10) ist

$$b = \frac{|s_{\nu^*}|}{\sqrt{\beta_{\nu^*}^2 + s_{\nu^*}^2}} \cdot \chi_{\nu^*} \cdot \eta_{\nu^*} \cdot \eta_{e\nu^*} \cdot \frac{1}{1 + \sigma_{\nu^*}}, \quad (2.4-12)$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{s_{\nu^*}}{\beta_{\nu^*}}\right), \quad (2.4-13)$$

sowie η_{ν^*} der Kopplungsfaktor und $\eta_{e\nu^*}$ der erweiterte Kopplungsfaktor. Weiters ist in (2.4-12)

$$\beta_{\nu^*} = \frac{R_{R\nu^*}}{2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot L_R \cdot (1 + \sigma_{\nu^*})}. \quad (2.4-14)$$

Für $\nu = p$ wird $\nu^* = 3 \cdot p$. Der Einfachheit halber wird für die Berechnung der Abdämpfung nur der reelle Schrägungsfaktor verwendet, also der Querstromeinfluss vernachlässigt.

Es gelten weiters folgende folgende Zusammenhänge:

$$|d_{v^*} - 1| = b,$$

$$\underline{d}_{v^*} = \alpha + j \cdot \delta, \quad (2.4-15)$$

$$\alpha = 1 - k \cdot s_{v^*}^2 \text{ und } \delta = -k \cdot \beta_{v^*} \cdot s_{v^*} \quad (2.4-16)$$

und

$$k = \frac{1}{\beta_{v^*}^2 + s_{v^*}^2} \cdot \chi_{v^*} \cdot \eta_{v^*} \cdot \eta_{e_{v^*}} \cdot \frac{1}{1 + \sigma_{r_{v^*}}}. \quad (2.4-17)$$

Dabei wird der geometrische Läuferstreuoeffizient

$$\sigma_{r_{v^*}} = \frac{L_{\text{Stab},v^*} \cdot 4 \cdot \left(\sin\left(\frac{v^* \cdot \pi}{Q_r}\right) \right)^2}{L_R} \quad (2.4-18)$$

verwendet und die Streuinduktivität des Rings L_{Ring} vernachlässigt. Die Induktivität des Rotors je Masche ist wie in (1.2-12)

$$L_R = \mu_0 \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{l_{\text{Fe}}}{\delta'' \cdot Q_r}. \quad (2.4-19)$$

Der auf den Ringsegmentabschnitt umgerechnete ohm'sche Käfigwiderstand einer Läufermasche ist

$$R_{R,v^*} = 2 \cdot R_{\text{Ring},v^*} + R_{\text{Stab},v^*} \cdot 4 \cdot \left(\sin\left(\frac{v^* \cdot \pi}{Q_r}\right) \right)^2. \quad (2.4-20)$$

Die durch die Sättigungsfelder B_{v^*} induzierten Läuferstromströme \underline{I}_{R,m,v^*}

$$I_{R,m,v^*} = \frac{|s_{v^*}|}{\sqrt{\beta_{v^*}^2 + s_{v^*}^2}} \cdot \frac{\delta''}{\mu_0} \cdot \frac{\chi_{v^*} \cdot \eta_{v^*}}{1 + \sigma_{r,v^*}} \cdot \frac{\Gamma \cdot B_p}{\sqrt{2}}. \quad (2.4-21)$$

mit der Phase

$$\varphi_{v^*} = 3 \cdot \varphi_m - \frac{\pi}{2} \cdot \text{sgn}(s_{v^*}) - \arctan\left(\frac{s_{v^*}}{\beta_{v^*}}\right). \quad (2.4-22a)$$

erregen die Sättigungsrestfelder

$$B_{v^*,\mu} = (-1)^{s_r} \cdot \frac{\mu_0}{\delta''} \cdot \frac{v^*}{\mu} \cdot \eta_{v^*} \cdot I_{R,m,v^*} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\xi_{\text{ns},\mu}}{\xi_{\text{ns},v^*}} \cdot \frac{\chi_\mu}{\chi_{v^*}} \cdot B_{v^*} \quad (2.4-22b)$$

Durch Einsetzen des Stroms \underline{I}_{R,m,v^*} (2.4-21) in (2.4-22b) erhält man den Betrag der Sättigungsrestfelder

$$B_{\nu^*,\mu} = \left| \underline{d}_{\nu^*} - 1 \right| \cdot \frac{\nu}{\mu} \cdot \frac{\xi_{\text{ns},\mu}}{\xi_{\text{ns},\nu^*}} \cdot \frac{\chi_\mu}{\chi_{\nu^*}} \cdot B_{\nu^*}. \quad (2.4-23)$$

Dabei ist $\mu = \nu^* + g_r \cdot Q_r$ und $\xi_{\text{ns},\mu}$ der Nutschlitzfaktor des Rotors sowie ξ_{ns,ν^*} der Nutschlitzfaktor des Stators.

Wir wenden uns nun dem Fall zu, dass die Ständerwicklung in Dreieck geschaltet ist. Bei Dreieckschaltung der Ständerwicklung induzieren die Sättigungswellen gleichphasige Spannungs- und Stromsysteme in der Dreieckschaltung. Diese Nullsysteme erzeugen ein Wechselfeld. Diese Wechselfelder können in eine Mit- und Gegendrehwelle zerlegt werden. Dabei wirkt nur das Mitsystem auf die ursprüngliche Welle dämpfend. Die resultierende Mitdrehwelle sowie die Gegendrehwelle werden wiederum durch den Käfig abgedämpft. Im Folgenden ist $\underline{I}_{\text{R},\text{m},\nu^*}$ der Ringstrom des Mitsystems bei Dreieckschaltung. Zur Berechnung des Maschenwiderstandes des Gegensystems muss der Schlupf

$$s_{\nu^*,\text{g}} = 3 + \frac{\nu^*}{p} \cdot (1 - s) \quad (2.4-24)$$

verwendet werden.

Die folgende Rechnung wird für den Sonderfall $\nu^* = 3 \cdot p$ und daher $s_{\nu^*} = 3 \cdot s$ gezeigt. Für den allgemeinen Fall kann in den folgenden Gleichungen ($3 \cdot p$) durch $\nu^* = \nu + 2 \cdot p$ bzw. ($3 \cdot s$) durch s_{ν^*} (2.4-8) und $3 \cdot (2 - s)$ durch $s_{\nu^*,\text{g}}$ (2.4-24) ersetzt werden. Der in der Ständerwicklung bei Dreieckschaltung zusätzlich fließende Kreisstrom ist ein Nullstrom und ergibt sich gemäß [50] zu:

$$\underline{I}_{3p} = \frac{N_s \cdot k_{\text{w},3p} \cdot \frac{\Phi_{3p}}{\sqrt{2}} \cdot (\beta_{\text{r},3p} + j \cdot 3 \cdot s \cdot \sigma_r)}{3 \cdot L_{3p} \cdot (1 + \sigma_{3p}) \cdot \left[j \cdot 3 \cdot s \cdot \sigma_{\text{sr}} + \frac{\beta_{\text{r},3p}}{2} \cdot (1 + \sigma_{\text{sr}}) \right]} \quad (2.4-25)$$

mit der Hauptfeldinduktivität eines Ständerstranges für die Polpaarzahl $3 \cdot p$

$$L_{3p} = \mu_0 \cdot \frac{4}{\pi \cdot (3 \cdot p)^2} \cdot \frac{R \cdot l_{\text{Fe}}}{\delta''} \cdot N_s^2 \cdot k_{\text{w},3p}^2, \quad (2.4-26)$$

dem Läuferstreukoeffizient

$$\sigma_r = 1 - \frac{\eta_{3p}^2}{1 + \sigma_{\text{r},3p}}, \quad (2.4-27)$$

dem Kopplungsfaktor

$$\eta_{3p} = \frac{\sin\left(3 \cdot p \cdot \frac{\pi}{Q_r}\right)}{3 \cdot p \cdot \frac{\pi}{Q_r}}, \quad (2.4-28)$$

dem bezogenen Ringabschnittswiderstand

$$\beta_{r,3p} = \frac{R_{R,3p}}{\omega_s \cdot L_R \cdot (1 + \sigma_{r,3p})}, \quad (2.4-29)$$

dem Gesamtstreukoeffizient

$$\sigma_{sr} = 1 - \frac{\eta_{3p}^2}{(1 + \sigma_{3p}) \cdot (1 + \sigma_{r,3p})}, \quad (2.4-30)$$

der geometrischen Läuferstreuung

$$\sigma_{r,3p} = \frac{2 \cdot L_{\text{Ring},3p} + 4 \cdot L_{\text{Stab},3p} \cdot \sin^2\left(\frac{3 \cdot p \cdot \pi}{Q_r}\right)}{L_R} \quad (2.4-31)$$

und dem Fluss der Sättigungswelle

$$\underline{\Phi}_{3p} = \underline{B}_{3p} \cdot \frac{\tau_p}{3} \cdot l_{\text{Fe}} \cdot \frac{2}{\pi}. \quad (2.4-32)$$

Dabei ist L_R wieder die Selbstinduktivität einer Läufermasche wie in (2.4-19). Das vorher erwähnte resultierende Mitdrehfeld wird einerseits durch den Käfig abgedämpft und überlagert sich mit dem induzierenden Feld B_{3p} . Auch das Gegenfeld wird durch den Käfig abgedämpft. Die entsprechenden Mit- und Gegenströme in der Käfigmasche erhält man gemäß [50] aus:

$$\underline{I}_{R,m,3p} = \frac{N_s \cdot k_{w,3p} \cdot \frac{\Phi_{3p}}{\sqrt{2}} \cdot j \cdot 3 \cdot s \cdot (1 - \sigma_{sr})}{M_{3p} \cdot Q_r \cdot (j \cdot 3 \cdot s + \beta_{r,3p})} \cdot \left(\frac{\underline{A}}{\underline{C}} - \underline{B} \right) \quad (2.4-33)$$

$$\underline{I}_{R,g,3p} = \frac{N_s \cdot k_{w,3p} \cdot \frac{\Phi_{3p}}{\sqrt{2}} \cdot (1 - \sigma_{sr})}{M_{3p} \cdot Q_r} \cdot \left(\frac{\underline{A}}{\underline{C}} \right) \quad (2.4-34)$$

Dabei ist die Gegeninduktivität zwischen Ständerstrang und Läufermasche für $\nu^* = 3 \cdot p$

$$M_{3p} = \mu_0 \cdot \frac{4}{\pi \cdot (3 \cdot p)^2} \cdot \frac{R \cdot l_{\text{Fe}}}{\delta''} \cdot N_s \cdot k_{w,3p} \cdot \chi_{3p} \cdot \sin\left(\frac{3 \cdot p \cdot \pi}{Q_r}\right). \quad (2.4-35)$$

Das resultierende mit- und gegenlaufende Sättigungsfeld ergibt sich gemäß [50] aus dem unabgedämpften Sättigungsgrundfeld \underline{B}_{3p} zu

$$\underline{B}_{3p,m} = \underline{d}_{v^*,m} \cdot \underline{B}_{3p}, \quad (2.4-36)$$

$$\underline{B}_{3p,g} = \underline{d}_{v^*,g} \cdot \underline{B}_{3p}, \quad (2.4-37)$$

mit

$$\underline{d}_{v^*,m} = 1 - \frac{\underline{A}}{B \cdot \underline{C}} + \frac{j \cdot 3 \cdot s \cdot (1 - \sigma_{sr})}{2 \cdot (j \cdot 3 \cdot s + \beta_{r,3p})} \cdot \left(\frac{\underline{A}}{\underline{C}} - B \right), \quad (2.4-38)$$

$$\underline{d}_{v^*,g} = -\frac{\sigma_r \cdot \underline{A}}{B \cdot \underline{C}}, \quad (2.4-39)$$

$$\underline{A} = \beta_{r,3p} + j \cdot 3 \cdot s \cdot \sigma_r, \quad (2.4-40)$$

$$B = 2 \cdot (1 + \sigma_{so,3p}), \quad (2.4-41)$$

$$\underline{C} = j \cdot 3 \cdot s \cdot \sigma_{sr} + \frac{\beta_{r,3p}}{2} \cdot (1 + \sigma_{sr}). \quad (2.4-42)$$

In (2.4-41) ist $\sigma_{so,3p}$ der Koeffizient der doppeltverketteten Ständerstreuung für die Polpaarzahl $3 \cdot p$. Diese kann mit Hilfe der Formel (9.1-5) für $\sigma_{so\mu}$ aus Kapitel 9.1 ermittelt werden.

3 Die Sättigung der langwelligen Läuferrestfelder

Die beiden Sättigungseffekte des Hauptfelds und des Spaltstreufusses beeinflussen die Rotorhauptreaktanz X_{rhv} , die ja alle Feldwellen eines Rotoroberstromes I_r der Ordnung v berücksichtigt und demzufolge auch die doppeltverkettete Streuung (Koeffizient σ_{rov}) enthält. Die Reaktanz X_{rhv} kann folglich in den Grund- und Oberwellenanteil zerlegt werden,

$$X_{rhv} = X_{r,hvv} \cdot (1 + \sigma_{rov}). \quad (3-1)$$

Der Koeffizient der doppeltverketteten Läuferstreuung ist

$$\sigma_{rov} = \frac{1}{\eta_v^2} - 1 = \frac{\sum_{\mu} \frac{1}{\mu^2}}{\frac{1}{v^2}} - 1 \quad (3-2)$$

mit

$$\mu = v + g_r \cdot Q_r \quad (3-3)$$

und η_v der Kopplungsfaktor (1.1.2-6). Zur Berücksichtigung des Einflusses der Rotornutslitze auf das Grundfeld wird der Ausdruck η_v^2 durch $\eta_v \cdot \eta_{v,T}$ ersetzt, wobei $\eta_{v,T}$ der *Taegen*-Faktor (1.2-7) ist. Wie bereits in Kapitel 2.2.1 erwähnt, kann näherungsweise auch die beidseitige Nutung berücksichtigt werden, wenn der erweiterte Kopplungsfaktor (2.2.1-6) nach *Weppler* und *Neuhaus* [22] verwendet wird. Diese Näherung gilt allerdings nur in der Nähe von $s = 1$ relativ gut. Dabei sind s_{Qs}^* und s_{Qr}^* die effektiven Nutschlitzweiten, wobei der Einfluss der Sättigung der Zahnköpfe durch die Vergrößerung der magnetisch wirksamen Nutschlitzbreite berücksichtigt wird. Ausgehend von der Mascheninduktivität für eine Läuferoberwelle mit der Ordnungszahl μ

$$L_{R\mu} = l_{Fe} \cdot R \cdot \frac{\mu_0 \cdot Q_r}{\delta \cdot 2 \cdot \pi \cdot \mu^2} \cdot \left(2 \cdot \sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r}\right) \right)^2 \quad (3-4)$$

mit Berücksichtigung, dass wegen (3-3)

$$\left(2 \cdot \sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r}\right) \right)^2 = \left(2 \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r}\right) \right)^2 \text{ ist,}$$

erhält man als Summe über alle Läuferoberwellen, also alle Ordnungszahlen μ , die Gesamtinduktivität

$$L_{R\nu} = l_{Fe} \cdot R \cdot \frac{\mu_0 \cdot Q_r}{\delta \cdot 2 \cdot \pi} \cdot \left(2 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right) \right)^2 \cdot \sum_{\mu} \frac{1}{\mu^2}. \quad (3-5)$$

Mit der unendlichen Summe

$$\sum_{\mu} \frac{1}{\mu^2} = \left(\frac{\pi}{Q_r \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)} \right)^2 \quad (3-6)$$

erhält man aus (3-5) die bereits mit (2.4-19) erwähnte Selbstinduktivität

$$L_{R\nu} = \frac{\mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot 2 \cdot R \cdot \pi}{\delta \cdot Q_r}. \quad (3-7)$$

Um mit der Methode von *Taegen* (Abschnitt 5.2) unterschiedliche Sättigungsfaktoren bzw. Ersatzluftspalte (δ_{μ}) für unterschiedliche Wellenordnungen μ in Betracht ziehen zu können, benutzt man die Gleichung (3-4) als Summenausdruck

$$L_{R\nu} = l_{Fe} \cdot R \cdot \frac{\mu_0}{\delta'' \cdot 2} \cdot \frac{4 \cdot \pi}{Q_r} \cdot \sum_{\mu} \left[\frac{\left(\sin\left(\frac{\mu \cdot \pi}{Q_r}\right) \right)^2}{\mu \cdot \frac{\pi}{Q_r}} \cdot \frac{\delta''}{\delta_{\mu}} \right] \quad 3-8$$

und erhält umgerechnet auf den Stab

$$X_{rh\nu} = X_{rh\nu 0} \cdot \sum_{\mu} \frac{\delta''}{\delta_{\mu}} \cdot \eta_{\mu}^2, \quad (3-9)$$

wobei $X_{rh\nu 0}$ mit dem äquivalenten Luftspalt $\delta'' = k_{Cs} \cdot \frac{\delta}{k_h}$ gemäß (1.1.2-8) berechnet wird.

Wenn alle Wellen die gleiche Sättigung haben ($\delta'' = \delta_{\mu}$ für alle Ordnungszahlen μ), dann

wird die Summe $\sum_{\mu} \frac{\delta''}{\delta_{\mu}} \cdot \eta_{\mu}^2 = 1$, und man erhält die Reaktanz $X_{rh\nu 0}$. Wenn man sich bei den

sättigungsabhängigen Oberwellen auf jene Ordnungszahlen $\mu = \nu_Q + g_r \cdot Q_r$ beschränkt, die

von den Ständernnutharmonischen mit der Ordnungszahl $\nu_Q = p + g_{Qs} \cdot Q_s$ stammen und durch

$g_r = -g_{Qs}$ gekennzeichnet sind, also nutdifferenzharmonische Oberwellen mit den

Ordnungszahlen

$$\mu = p + g_{Qs} \cdot (Q_s - Q_r) \quad (3-10)$$

sind, dann kann man durch Umformen der Gl. (3-8) dies formelmäßig folgendermaßen unterscheiden:

$$\begin{aligned}
 X_{\text{rh}\nu} &= X_{\text{rh}\nu 0} \cdot \left(\eta_{\mu_1}^2 + \eta_{\mu_2}^2 \dots \leftarrow \text{für alle } g_r \text{ außer } g_r = -g_{Q_s} \text{ und } g_x \text{ (siehe unten)} \right. \\
 &+ \frac{\delta''}{\delta_{\mu_{g_r}}} \cdot \eta_{\mu_{g_r}}^2 + \eta_{\mu_{g_r}}^2 - \eta_{\mu_{g_r}}^2 + \leftarrow \text{für } g_r = -g_{Q_s} \\
 &\left. + \frac{\delta''}{\delta_{\mu_{g_x}}} \cdot \eta_{\mu_{g_x}}^2 + \eta_{\mu_{g_x}}^2 - \eta_{\mu_{g_x}}^2 + \dots \right) \leftarrow \text{für die restlichen } g_x
 \end{aligned}$$

Durch die Erweiterungsterme in der zweiten und dritten Zeile entsteht wieder die unendliche Summe der $\sum_{\mu} \eta_{\mu}^2 = 1$. Durch Zusammenfassen erhalten wir damit

$$X_{\text{rh}\nu} = X_{\text{rh}\nu 0} \cdot \left(1 - \eta_{\mu_{g_r}}^2 \cdot \left(1 - \frac{\delta''}{\delta_{\mu_{g_r}}} \right) - \sum_{\mu_{g_x}} \eta_{\mu_{g_x}}^2 \cdot \left(1 - \frac{\delta''}{\delta_{\mu_{g_x}}} \right) \right). \quad (3-11)$$

Die Summe über μ_{g_r} entfällt, weil es genau eine Ordnungszahl $\mu = p + g_{Q_s} \cdot (Q_s - Q_r)$. Die restlichen Wellen $\mu_{g_x} = \nu + g_x \cdot Q_r$ haben Wellenlängen, die kleiner als eine Ständernutteilung $\tau_p \cdot \frac{p}{\mu_{g_x}} \leq \tau_{Q_s}$ sind und gegebenenfalls ebenso mit einem speziellen Sättigungsfaktor (z. B. dem lokalen Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk}) multipliziert werden können. Im Folgenden wird nun $\delta_{\mu_{g_r}} = \delta_{\mu}$ gesetzt. Aus (3-11) erkennt man, dass i. A. $X_{\text{rh}\nu}$ kleiner ist als $X_{\text{rh}\nu 0}$, was zu einer Erhöhung des zugehörigen Rotorstromes führt. Auch hier muss η_{μ}^2 durch $\eta_{\mu} \cdot \eta_{\mu,e}$ ersetzt werden, wenn der Einfluss der Stator- und Rotornutslitze auf das Luftspaltfeld näherungsweise erfasst werden soll. Die unterschiedlichen Ersatzluftspalte für die Einzelwellen der Ordnung μ und μ_{g_x} sind

$$\delta_{\mu} = \delta'' \cdot \left(1 + \frac{B_{z,g_r,\text{unges}} - B_{z,g_r}}{B_{z,\mu}} \right) \text{ und} \quad (3-12)$$

$$\delta_{\mu_{g_x}} = \frac{\delta'' \cdot k_h}{k_{zk}}, \quad (3-13)$$

wobei $B_{z,g_r,\text{unges}}$ gemäß Abschnitt 5.2 der Mittelwert der Amplitude des Zahnwechselfeldes, also der mit k_{zk} gesättigten Flusspulsation der Ordnung g_r über q Statorzähnen ist. Der Ersatzluftspalt δ_{μ} liegt als Ergebnis der Flusspulsationsberechnung im Ständerzahn vor (siehe Abschnitt 5.2). Weiters ist B_{z,g_r} der Mittelwert der Amplitude der gesättigten Zahnflussdichte

der Ordnung g_r über q Statorzähnen, berechnet aus der mit dem Ersatzluftspalt δ_{puls} ermittelten Gesamtpulsation (siehe Abschnitt 5.2). Die Amplitude $B_{z,\mu}$ ist die mit k_h gesättigte Flussdichte in einem Statorzahn, verursacht durch das μ -te Läuferrestfeld.

Beispiel 3-1:

Für die Maschine IV (Daten Anhang B) wurde für zwei Fälle das Läuferstromspektrum je Stab bei Bemessungsschlupf mit Einfluss der Eisensättigung berechnet:

- Alle Läuferoberwellen sättigen in gleicher Weise (mit demselben Sättigungsfaktor k_h).
- Einige Läuferoberwellen sättigen unterschiedlich.

In den Bildern 3-1 und 3-2 erkennt man den Unterschied am Beispiel des Rotoroberstromes mit der Ordnung $\nu = 38$.

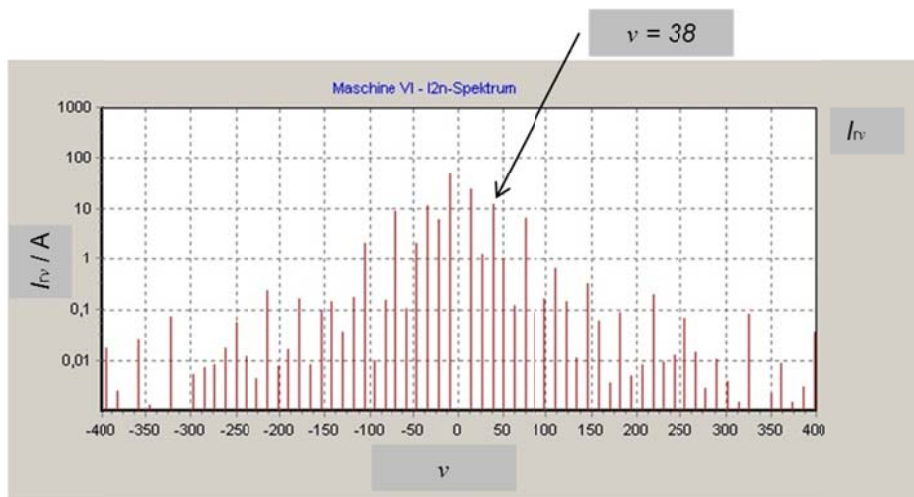


Bild 3-1 (Ergebnis aus KLASYS05, berechnet nach Taegen): Maschine IV, Läuferstromspektrum in Abhängigkeit der Ordnungszahl ν bei Bemessungsschlupf $s_N = 3,58\%$ ohne individuelle Sättigung. $I_{r,\nu=38}$ ist ca. 12 A, berechnet nach [25] ca. 12,5 A.

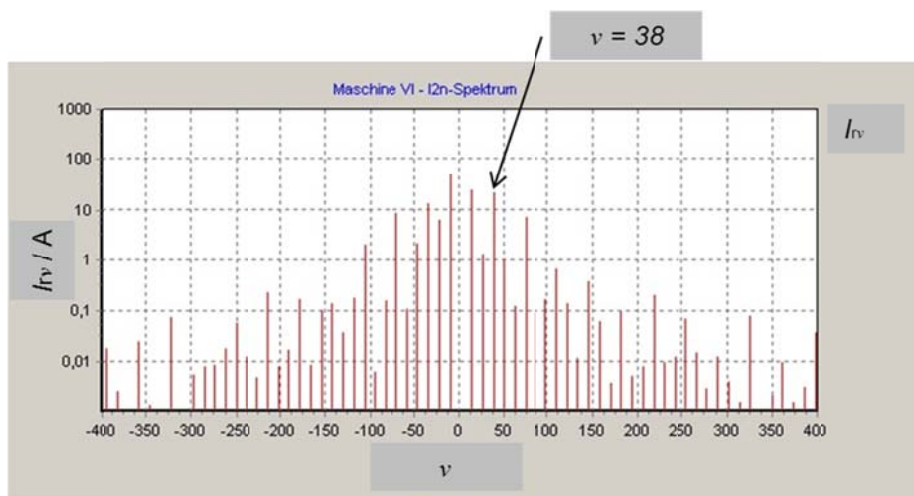


Bild 3-2 (Ergebnis aus KLASYS05, berechnet nach Taegen): Wie Bild 3-1, jedoch mit individueller Sättigung. $I_{r,\nu=38}$ ist ca. 22,5 A, gemessen nach [25] ca. 19 A.

4 Die Bestimmung der netzfrequenten Flüsse im Stator

Die Bestimmung der Oberfelder des Stators ist die Grundlage zur Bestimmung der Zusatzverluste in der Asynchronmaschine. Ausgehend von *Weppler* [10] verwendet *Schetelig* [11] konsequent den Zickzack-Streufloss als Ursache für die Berechnung der Ständer-Pulsationsverluste.

4.1 Wahl des Koordinatensystems

Schetelig verwendet die lastabhängige Stromkomponente $\underline{I}_{\text{sB}} = \underline{I}_{\text{s}} - \underline{I}_{\text{m}}$ und empfiehlt den Ursprung des Koordinatensystems in der Schwerpunktsachse einer Spulengruppe, sodass die Zeiger von $\underline{I}_{\text{sB}}$ und der Nutdurchflutung $\underline{Q}_{\text{qSB}}$ und die entstehenden Wellen im Koordinatenursprung in Phase sind. Somit können gleichfrequente Flüsse unter jenen Winkeln, wie sie sich im Zeigerdiagramm ergeben, addiert werden. Da der magnetische Luftspaltleitwert der Nutung jedoch von der Nutmitte aus berechnet wird, muss dies für den Fall, dass der Koordinatenursprung der Schwerpunktsachse in Zahnmitte liegt, durch entsprechende Verschiebung um eine halbe Nutteilung berücksichtigt werden. Laut *Schetelig* soll in diesem Falle der Koordinatenursprung in jene Nut gelegt werden, die um $q/2$ Nutteilungen zum Ursprung versetzt ist.

Die Schwerpunktsachse einer Spulengruppe (nicht die Wicklungsachse!) liegt in Zahnmitte, wenn $(q + \varepsilon)$ eine gerade Zahl ist, sonst in der Nutmitte (ε = Schrittverkürzung in Nutteilungen bei gesehten Spulen, Bild 4.1-1).

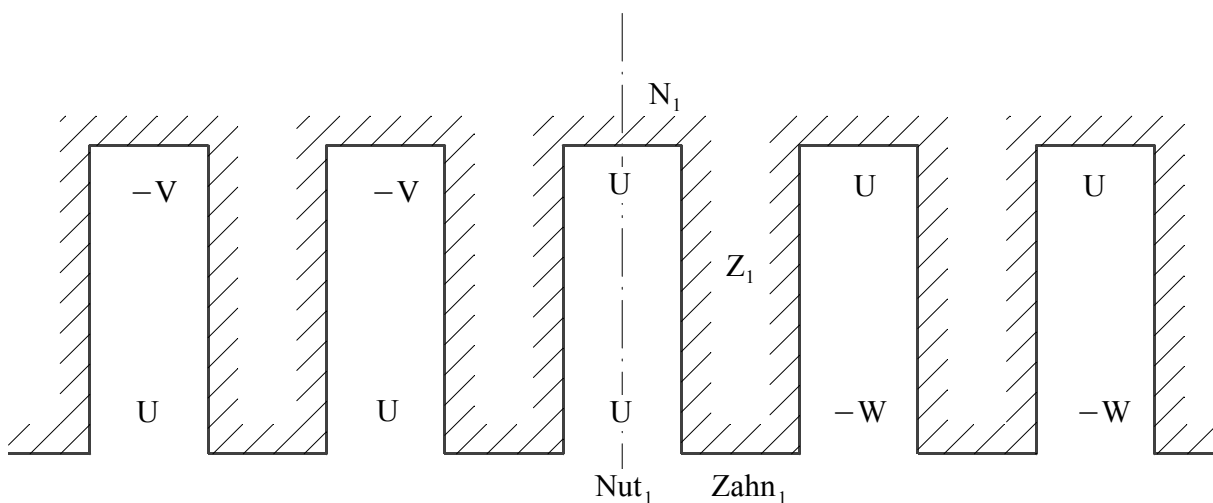


Bild 4.1-1: Lage der Schwerpunktsachse einer Spulengruppe für $q = 3$ und Schrittverkürzung $\varepsilon = 2$. Die Schwerpunktsachse der Spulengruppe U liegt in Nutmitte.

Somit ergeben sich zwei Möglichkeiten, die mit der Definition des Offsets o beschrieben werden (Bild 4.1-2).

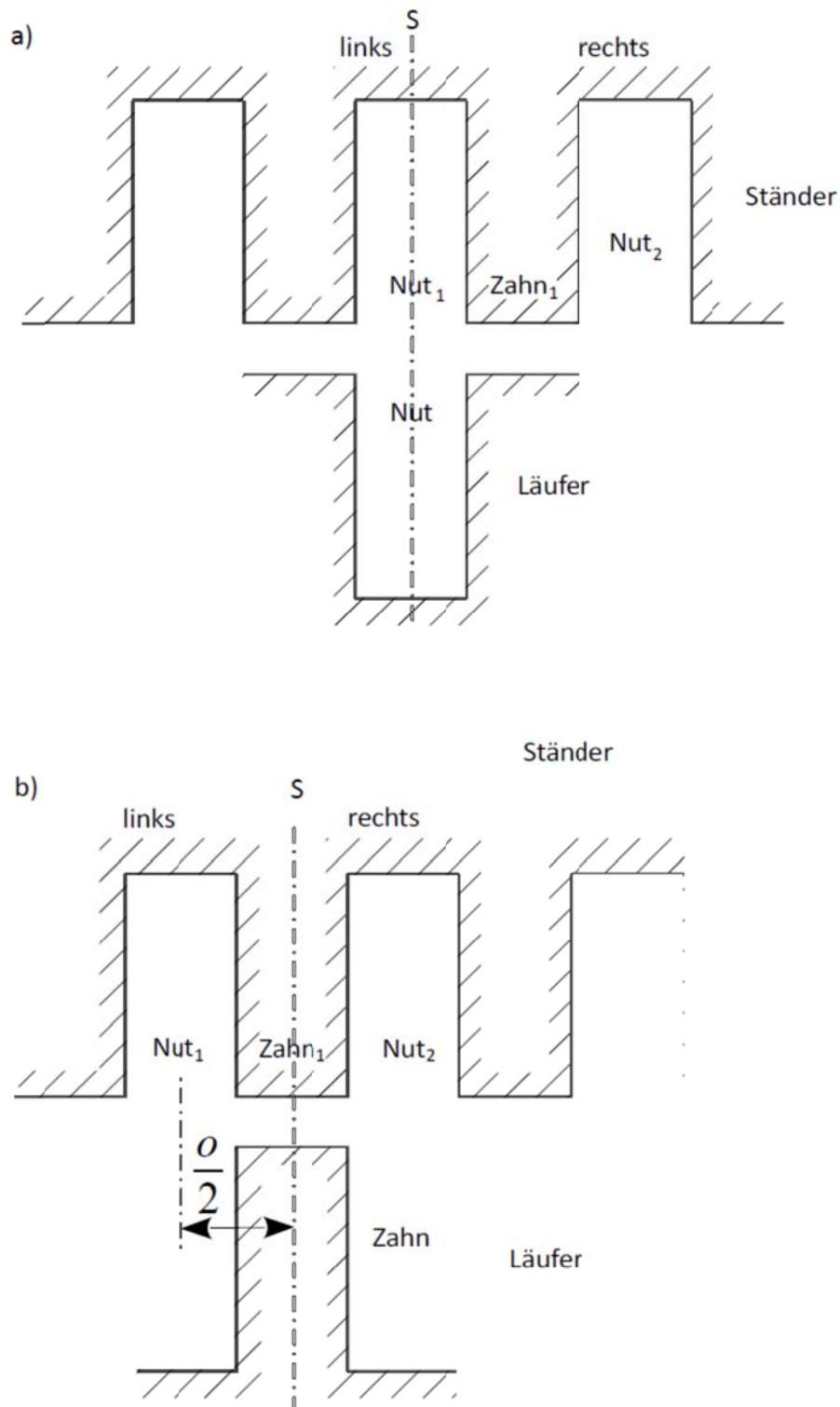


Bild 4.1-2: Lage der Schwerpunktsachsen der Spulengruppen des Ständers und des Nutleitwerts im Läufer. a) Lage in der Nutmitte, Offset $o = 0$, b) Lage in der Zahnmitte, Offset $o = 1$ (in Ständernutteilungen).

Falls die Schwerpunktsachse der Spulengruppe in Zahnmitte liegt, wird der Offset ,o' mit 1 definiert und in der Berechnung entsprechend berücksichtigt, da *Schetelig* die Nutungsfelder ab Nutmitte berechnet. Als Grundlage zur weiteren Berechnung wird Folgendes festgelegt:

- Bei den Zähnen werden Eck- und Mittelzähne unterschieden.
- Die normierten komplexen Nutdurchflutungen $\underline{\theta}_{\text{QsB}}$ links und rechts der oben genannten Zähne sind festzulegen.
- Die normierten komplexen Nutstreuflüsse $\underline{\varphi}_{\text{Q}\sigma}$ links und rechts der oben genannten Zähne (berechnet über die Streufluss-Leitwerte) müssen festgelegt werden.

Es bietet sich an, dass die genannten Festlegungen im Rahmen der Bestimmung der doppeltverketteten Ständerstreuung mit Nutungseinfluss erledigt werden. In einem Verfahren über die magnetische Energie der TU Wien wird jeder Nutenleiter einer Grundperiode der Ständerwicklung mit einem bestimmten Augenblickswert des Stroms belegt und so der ungesättigte Feldverlauf bestimmt, aus dem sich dann wiederum durch Bestimmung der Grundwelle der Oberwellenanteil ergibt. Daher wird nun jede Nut mit dem komplexen Zeiger des Stroms belegt (os = Oberschicht, us = Unterschicht), wobei $\frac{z_Q}{2}$ Leiter je Schicht und Nut angenommen werden:

$$\begin{aligned}\underline{\theta}_{\text{QsB}} &= \underline{I}_{\text{os}} \cdot \frac{z_Q}{2} + \underline{I}_{\text{us}} \cdot \frac{z_Q}{2} = \frac{z_Q}{2} \cdot \frac{I_s \cdot \sqrt{2}}{a} \cdot (e^{j \cdot \varphi_{\text{os}}} + e^{j \cdot \varphi_{\text{us}}}) = \\ &= z_Q \cdot \frac{I_s \cdot \sqrt{2}}{a} \cdot (0,5 \cdot e^{j \cdot \varphi_{\text{os}}} + 0,5 \cdot e^{j \cdot \varphi_{\text{us}}})\end{aligned}\quad (4.1-1)$$

Der Ausdruck vor der Klammer in (4.1-1) ist der Betrag von $\underline{\theta}_{\text{QsB}}$, der Klammerausdruck stellt die Vorbelegung der Nutober- und Unterschicht mit den Zeigern der jeweiligen Phasen (U, V, W) dar. Die normierte Vorbelegung $\underline{\theta}_{\text{QsB}}$ hat also je Schicht den Wert 0,5 A.

4.2 Der Nutstreufluss im Zahnkopf

Der Nutstreufluss schließt sich über q Zähne entsprechend dem dort verteilten Strombelag in den Nuten. Dabei schließt er sich übers Ständerjoch, die Zahnköpfe und den Zahnschaft der Eckzähne. Für die Zahnkopfpulsationsverluste werden nur die Streuflussleitwerte λ_{4s} und λ_{3s} benützt, da dies ja stromlose Teile sind, und nicht der gesamte Nutstreuflussleitwert λ_{Φ_Q} .

Der gesamte Streufluss einer Nut im Zahnkopf (oberer Abschnitt III und Nutschlitzbereich IV) ist (siehe auch *I. Richter* [17] S. 43) durch (4.2-1) gegeben:

$$\Phi_{Q\sigma} = \mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot (\lambda_{3s} + \lambda_{4s} \cdot k_{ns,sa}) \cdot 2 \cdot \Theta_{os} \cdot k_2 \quad (4.2-1)$$

Die Bestimmung des Leitwertes λ_{Φ_Q} für den Streufluss der Ständernut sei am Beispiel einer halbgeschlossenen Nut erläutert (Bild 4.2-1).

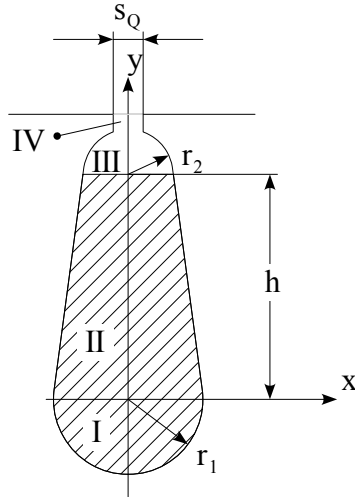


Bild 4.2-1: Typische halbgeschlossene Ständernut (aus [11])

$$\lambda_{\Phi_Q} = \frac{h + r_1 \cdot \frac{\pi}{4}}{4 \cdot r_2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{Q_s} \cdot k\right) + \frac{1}{2} \cdot \arccos\left(\frac{s_Q}{2 \cdot r_2}\right) + \frac{h_4}{s_Q} \quad (4.2-2)$$

k ...Korrekturfaktor für die Trapezform in Abschnitt II [11]

h_4 ...Nutschlitzhöhe

s_Q ...Nutschlitzbreite

Die beiden letzten Terme rechts in (4.2-2) stellen die Leitwerte λ_{3s} und λ_{4s} für die Abschnitte III und IV der Nut in Bild 4.2-1 dar. Der Faktor k_2 berücksichtigt den Sehnungseinfluss gemäß [5]. Θ_{os} ist die Nutdurchflutung der Oberschicht. Der mittlere Streuflussquerschnitt in Zahnkopfmittle lautet angenähert (siehe auch Bild 1.1-2):

$$A_{zk} = 0,67 \cdot (h_{zk,s} - h_{s4} + h'_{s4}) \cdot l_{Fe} \cdot k_{Fes} \quad (4.2-3)$$

Üblicherweise ist $h_{s4} > h'_{s4}$, wobei h'_{s4} die für den Nutstreufluss maßgebende Zahnkopfhöhe ist. Die Berechnung der Ummagnetisierungsverluste durch den Nutstreufluss im Zahnkopf erfolgt mit der Ersatzmasse der Zahnköpfe

$$m = 0,5 \cdot (\tau_{Qs} - s_{Qs}) \cdot (h_{zk,s} - h_{s4} + h'_{s4}) \cdot l_{Fe} \cdot \rho \cdot Q_s \cdot k_{Fes} \quad (4.2-4)$$

und der Zahninduktion

$$B_{Qs} = \frac{\Phi_{Q\sigma}}{A_{zk}}.$$

4.3 Bestimmung des netzfrequenten Flusses in Eck- und Mittelzahn

Die Bestimmung des netzfrequenten Flusses in Eck- und Mittelzahn dient zur Bestimmung der netzfrequenten Induktion und den von ihr verursachten Verlusten sowie der reversiblen Permeabilität. Der Fluss durch die Grundwelle (Hauptfeld) ist in den einzelnen Zähnen phasenverschoben. Netzfrequente Anteile werden der Einfachheit halber mit dem Index ‚50‘ versehen, da wir in Europa 50 Hz Netzfrequenz haben.

Im Programm KLASYS05 erfolgt eine Berechnungsschleife über alle q Zähne beginnend mit dem ersten Zahn. Links vom Zahn 1 ist immer die Nut 1. Es wird zwischen Eck- und Mittelzahn unterschieden.

a) Die Grundwelle des Hauptflusses

Der Hauptfluss im Ständerjoch wird abgeleitet vom Käfigmaschinenfluss mit Phasenbezug zu \underline{I}_{SB} . Nut 1 des Stators dient für die Phasenlage als Referenz. In [11] lautet die Formel für den von oben in den Läuferzahn eintretenden Maschenfluss (siehe auch Bild 7.5.3-1):

$$\underline{\Phi}_{zr,0} = - \left(\frac{R_r}{s \cdot \omega_s} + j \cdot L_{r\sigma} \right) \cdot 2 \cdot \sin \left(\frac{p \cdot \pi}{Q_r} \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \underline{I}_{Stab} \quad (4.3-1)$$

Dabei ist R_r der Wirkwiderstand eines Stabes und zweier auf den Stab bezogener Ringabschnittswiderstände. Ebenso ist $L_{r\sigma}$ die auf den Stab bezogene Streuinduktivität von Nut- und Stirnstreuung. Die Hälfte dieses Flusses teilt sich in Nutstreufluss und Jochfluss, also in einen ‚Polfluss‘, auf. Die Umrechnung auf diesen Polfluss erfolgt mittels der Beziehung

$$\frac{\underline{\Phi}_p}{2} = j \cdot \frac{\underline{\Phi}_{zr,0}}{2 \cdot \sin \left(\frac{p \cdot \pi}{Q_r} \right)} \quad (4.3-2)$$

und liefert den aus Nutstreufluss und Jochfluss bestehenden halben Polfluss

$$\frac{\underline{\Phi}_p}{2} = \left(-j \cdot \frac{R_r}{s \cdot \omega_s} + L_{r\sigma} \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \underline{I}_{Stab} \quad (4.3-3)$$

Beide Gleichungen (4.3-1) und (4.3-3) benutzen als Strom den Stabstrom \underline{I}_{Stab} . Nun ist zu beachten, dass für den Rotorstrom die Beziehung

$$\underline{I}_r = j \cdot \underline{I}_{Stab} \quad (4.3-4)$$

gilt. Dabei ist \underline{I}_r ein Ersatzstabstrom der die Wirkung des realen Stabstromes und des Ringstromes gemeinsam erfasst. Demzufolge kann er bei der Transformation in den Stator äquivalent zum Ständerstrom behandelt werden. Wenn es also darum geht, Flüsse oder

Ströme vom Läufer in den Ständer zu transformieren, so muss $\underline{I}_{\text{stab}}$ stets durch \underline{I}_r ersetzt werden, wobei gilt, dass $\underline{I}_{\text{SB}} = -\underline{I}'_r$ ist. Daher sind die lastabhängigen Flüsse der Ständerfeldwellen von $\underline{I}_{\text{SB}}$ abhängig und auf diesen bezogen, die Flüsse der Läuferoberwellen sind von \underline{I}_r abhängig und auf diesen bezogen. Die gegenseitigen Phasenlagen bleiben erhalten und sind im Sinne des Bildes 4.3-1 zu verstehen. Der Hauptfluss $\underline{\Phi}_{\text{h,ys}}$ im Ständerjoch ist somit nach (4.3-3) durch die Formel

$$\underline{\Phi}_{\text{h,ys}} = \left(-j \cdot \frac{R_r}{s \cdot \omega} + L_{\text{r}\sigma} \right) \cdot |\underline{I}_{\text{SB}}| \cdot \sqrt{2} \quad (4.3-5)$$

mit $\underline{I}_{\text{SB}}$ als Bezugszeiger gegeben.

Für $s \rightarrow 0$ muss eine Grenzwertbetrachtung erfolgen. Hier eignet sich der bekannte Zusammenhang zwischen der Luftspaltgrundwellenamplitude B_p und dem Jochfluss:

$$\underline{\Phi}_{\text{h,ys}} = -j \cdot \frac{2}{\pi} \cdot l_{\text{Fe}} \cdot \tau_p \cdot B_p \cdot 0,5. \quad (4.3-6)$$

Wenn nun der gesamte netzfrequente Jochfluss, bestehend aus Hauptfluss (Grundwelle), Spaltstreufeld und Nutstreufeld, berechnet werden soll, dann muss dies mit Berücksichtigung der Phasenlagen der drei Flussanteile bzw. deren örtlicher Abhängigkeit erfolgen. Dazu werden alle Flüsse, wie auch der Joch-Hauptfluss, in Bezug auf $\underline{I}_{\text{SB}}$ ermittelt.

Für die Umfangskoordinate $x' = \tau_{\text{Qs}}/2$ beträgt die Phasenverschiebung des Hauptflusses

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot p}{Q_s} \cdot \frac{1}{2}$$

und somit im Zahn z gegenüber dem ersten Zahn ($z = 1$)

$$w_{\text{el}} = \left(z - 0,5 - \frac{o}{2} \right) \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot p}{Q_s}. \quad (4.3-7)$$

Der Offset o hängt davon ab, ob die Schwerpunktsachse ($x' = 0$) in einer Nut oder einem Zahn liegt. Somit kann der netzfrequente Hauptfluss im Ständerzahn z aus dem Jochfluss wie folgt berechnet werden:

$$\underline{\Phi}_{\text{zh}} = j \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{p \cdot \pi}{Q_s}\right) \cdot \underline{\Phi}_{\text{h,ys}} \cdot \exp(-j \cdot w_{\text{el}}) = \underline{\Phi}_{\text{z50}}. \quad (4.3-8)$$

b) Spaltstreiffluss

Obwohl zunächst nur der netzfrequente Anteil des Spaltstreifflusses, der nur im Eckzahn auftritt, von Interesse ist, werden hier gleich die später benötigten Ausdrücke für den gesamten Spaltstreiffluss angegeben.

$$\Phi_{S,\max} = \frac{\mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot d}{2 \cdot \delta} \cdot \Theta_{QsB} \quad (4.3-9)$$

$$\Phi_{S,\min} = \mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot \left(\lambda_s + \frac{h_{s4}^*}{s_{Qs}} + \frac{h_{r4}^*}{s_{Qr}} \right) \cdot \Theta_{QsB} \quad (4.3-10)$$

$$h_{s4}^* = h_{s4} - h'_{s4} = 0,5 \cdot (s_{Qs} - s_{Qs}^*) \quad (4.3-11)$$

$$h_{r4}^* = h_{r4} - h'_{r4} = 0,5 \cdot (s_{Qr} - s_{Qr}^*) \quad (4.3-12)$$

Die Werte h'_{s4} und h'_{r4} sind die für den Nutstreiffluss maßgeblichen Schlitzhöhen, s_{Qs}^* und s_{Qr}^* sind die effektiven Nutschlitzbreiten. Mit den Formeln

$$\Phi_{ss} = \Phi_{S,\max} - \Phi_{S,\min} , \quad (4.3-13)$$

$$d' = d \cdot \sqrt{1 - \frac{\lambda}{d/(2 \cdot \delta)}} , \quad (4.3-14)$$

$$d = 0,5 \cdot (\tau_{Qr} - s_{Qs}^* - s_{Qr}^*) , \quad (4.3-15)$$

$$s_{Qs}^* = \frac{2 \cdot s_{Qs}}{\pi} \cdot \left\{ \arctan\left(\frac{s_{Qs}}{2 \cdot \delta}\right) - \frac{\delta}{s_{Qs}} \cdot \ln \left[\frac{1 + \left(\frac{s_{Qs}}{2 \cdot \delta}\right)^2}{4} \right] \right\} , \quad (4.3-16)$$

$$s_{Qr}^* = \frac{2 \cdot s_{Qr}}{\pi} \cdot \left\{ \arctan\left(\frac{s_{Qr}}{2 \cdot \delta}\right) - \frac{\delta}{s_{Qr}} \cdot \ln \left[\frac{1 + \left(\frac{s_{Qr}}{2 \cdot \delta}\right)^2}{4} \right] \right\} , \quad (4.3-17)$$

$$\lambda = \lambda_s + \frac{h_{s4} - h'_{s4}}{s_{Qs}} + \frac{h_{r4} - h'_{r4}}{s_{Qr}} , \quad (4.3-18)$$

$$\lambda_s = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 , \quad (4.3-17)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{\pi} \cdot \ln \left(\frac{\beta \cdot 4 \cdot \delta^2 + \frac{s_{Qs}^2}{\beta}}{4 \cdot s_{Qs} \cdot s_{Qr}} \right), \quad (4.3-19)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{s_{Qs}}{s_{Qr}} + \frac{s_{Qr}}{s_{Qs}} \right) \cdot \ln \left(\frac{s_{Qs} + s_{Qr} + \frac{s_{Qs}}{\beta}}{s_{Qs} - s_{Qr} + \frac{s_{Qs}}{\beta}} \right), \quad (4.3-20)$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \delta}{s_{Qs}} \cdot \arctan \left(\frac{\beta \cdot 2 \cdot \delta}{s_{Qs}} \right), \quad (4.3-21)$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{2 \cdot \delta}{s_{Qr}} \cdot \arctan \left(\frac{s_{Qr}}{2 \cdot \delta \cdot (\beta + 1)} \right) \text{ und} \quad (4.3-22)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \left(\frac{s_{Qs}}{2 \cdot \delta} \right)^2 - \left(\frac{s_{Qr}}{2 \cdot \delta} \right)^2 - 1 + \sqrt{\left[\left(\frac{s_{Qs}}{2 \cdot \delta} \right)^2 - \left(\frac{s_{Qr}}{2 \cdot \delta} \right)^2 - 1 \right]^2 + \left(\frac{s_{Qs}}{\delta} \right)^2} \right\} \quad (4.3-23)$$

gilt für den Spaltstreufuß einer Nut [11], der identisch ist mit dem Spaltstreufuß im Ständerjoch,

$$\Phi_S = \Phi_{S,y} = \left[\Phi_{ss} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'}{\tau_{Qr}} + \Phi_{S,min} \right] \cdot \cos(\omega \cdot t) + \Phi_{ss} \cdot \sum_g a_g \cdot \cos \left[\omega \cdot t \cdot \left(1 + \frac{g \cdot Q_r}{p} \cdot (1-s) \right) \right]. \quad (4.3-24)$$

Der netzfrequente Anteil ist der erste Ausdruck auf der rechten Seite. Er ist in Phase mit \underline{I}_{sB} .

Der netzfrequente Spaltstreufuß im Eckzahn folgt mit der Differenzbildung gemäß (4.3-28).

Links vom Zahn z ist der Spaltstreufuß

$$\underline{\Phi}_{S,a} = \underline{\theta}_{QsB,links}(z) \cdot \left(\Phi_{ss} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'}{\tau_{Qr}} + \Phi_{S,min} \right), \quad (4.3-26)$$

rechts vom Zahn ist

$$\underline{\Phi}_{S,b} = \underline{\theta}_{QsB,rechts}(z) \cdot \left(\Phi_{ss} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'}{\tau_{Qr}} + \Phi_{S,min} \right), \quad (4.3-27)$$

wobei es sich bei $\underline{\theta}_{QsB}$ jeweils um die in Kapitel 4.1 erwähnte auf Eins normierte komplexe Nutdurchflutung der Nut links bzw. rechts vom Zahn z handelt, mit welcher die Phasenlagen in den benachbarten Nuten berücksichtigt werden. Somit ist der Spaltstreufuß im Eckzahn

$$\underline{\Phi}_{S,Eck} = \underline{\Phi}_{S,a} - \underline{\Phi}_{S,b}. \quad (4.3-28)$$

c) Der Nutstreufuss im Bereich des Zahnschafts, der nur im Eckzahn auftritt

Vorausgesetzt wird, dass die Effektivwerte der Nutdurchflutung von Ober- und Unterschicht gleich sind. Allgemein ergibt sich der Nutstreufuss im Joch aus der Summe der Streuflüsse von Ober- und Unterschicht zu

$$\underline{\Phi}_{Q\sigma} = \mu_0 \cdot l \cdot (\underline{\Theta}_{os} \cdot \lambda_{\Phi_{Q,os}} + \underline{\Theta}_{us} \cdot \lambda_{\Phi_{Q,us}}). \quad (4.3-29)$$

Dabei sind λ_{Φ_Q} die Leitwerte des Nutstreufusses (siehe auch 7.5.3-11). Der Streufluss $\underline{\Phi}_{z\sigma}$ im Zahnschaft ergibt sich somit aus der Differenz der Nutstreuflüsse links (1) und rechts (2) vom Zahn:

$$\underline{\Phi}_{z\sigma} = \underline{\Phi}_{Q\sigma,1} - \underline{\Phi}_{Q\sigma,2} \quad (4.3-30)$$

Der bezogene Nutstreufuss $\underline{\varphi}_{Q\sigma}$ wird in KLASYS05 bei der Wicklungsanalyse mit Berücksichtigung der Phasenlage zwischen Ober- und Unterschicht (Bezugsphase U) vorab berechnet und gespeichert. Zuletzt erfolgt die Berücksichtigung der Phasenlage von \underline{I}_s gegenüber \underline{I}_{sB} (\underline{I}_s gemäß Bild 1.1-3 nacheilend gegen \underline{I}_{sB}), $\varphi_s > \varphi_{sB}$:

$$\underline{\Phi}_{z\sigma} = \underline{\Theta}_{os} \cdot \underline{\varphi}_{Q\sigma} \cdot \exp(j(\varphi_s - \varphi_{sB})) \quad (4.3-31)$$

d) Die abgedämpften Ständeroberwellen $v \neq p$

Zur Berücksichtigung der Ständeroberwellen für das resultierende Luftspaltfeld genügt bereits eine geringe Anzahl von Oberwellen, da ihre Amplituden mit steigender Ordnungszahl rasch abnehmen. Der Fluss einer Ständeroberwelle im Ständerzahn wird aus dem Fluss des Läuferzahns ermittelt (4.3-1). Es erfolgt die Summierung über die Ordnungszahlen v , wobei jede Flusskomponente v eine andere Phasenlage hat. Es werden Oberwellen bis zur zweiten nutharmonischen Ordnung berücksichtigt. In weiterer Folge wird analog zu (2.2.1-13) der Rotoroberstrom \underline{I}_{rv} aus dem Ständerstrom \underline{I}_s gewonnen (siehe auch [10, 21, 22, 26]):

$$\underline{I}_{rv} = -j \cdot \frac{s_v \cdot X_{rhv,Q} \cdot 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{wv} \cdot \underline{\chi}_v \cdot \eta_v \cdot \eta_{ve}}{R_{rv} + j \cdot s_v \cdot (X_{r\sigma v} + X_{rhv,Q})} \cdot \underline{I}_s. \quad (4.3-32)$$

Die Reaktanz $X_{rhv,Q}$ kann wegen (1.1.2-36) näherungsweise mit (1.1.2-8) bestimmt werden.

Die Phasenlage φ_A von \underline{I}_{rv} bezüglich \underline{I}_s ist auch die Phasenlage zwischen dem Strombelagszeiger \underline{A}_{sp} bzw. \underline{A}_{sv} und dem Strombelagszeiger \underline{A}_{rv} , der wiederum im Zeigerdiagramm in Phase mit $\underline{I}_{stab,v}$ ist. Nach Gleichung (4.3-1) ergibt sich der Läufer-Maschenfluss mit

$$\underline{\Phi}_{zr,v} = - \left(\frac{R_{r,v}}{s_v \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} + j \cdot L_{r,v} \right) \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r} \right) \cdot \underline{I}_{rv}, \quad (4.3-33)$$

wobei $\underline{I}_{stab,v}$ - wie es in Abschnitt 3.3 beschrieben wird - durch \underline{I}_{rv} ersetzt wurde. Für den Fall, dass der Schlupf $s_v = 0$ wird, liefert ein Grenzübergang die Gleichung

$$\underline{\Phi}_{zr,v} = j \cdot 2 \cdot \sin \left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r} \right) \cdot \underline{I}_s \cdot \sqrt{2} \cdot X_{rhv,Q} \cdot \frac{2 \cdot m}{Q_r} \cdot N_s \cdot \eta_v \cdot \eta_{ie} \cdot k_{w,v} \cdot \underline{\chi}_v. \quad (4.3-34)$$

Die Phasenverschiebung zwischen $\underline{\Phi}_{zr,v}$ und \underline{I}_{rv} laut (4.3-33) wird in Bild 4.3-1 mit φ_B bezeichnet. Nach Formel (37) aus [11] folgt daraus der Fluss im Ständerzahn

$$\underline{\Phi}_{zs,v} = \underline{\Phi}_{zr,v} \cdot k_2 \cdot \sin \left(\frac{v \cdot \pi}{Q_s} \cdot k_1 \right) \cdot \frac{1}{k_1 \cdot \sin \left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r} \cdot k_2 \right)} \quad (4.3-35)$$

mit

$$k_1 = \frac{\tau_{Qs} - s_{Qs}^*}{\tau_{Qs}} \quad (4.3-36)$$

und

$$k_2 = \frac{\tau_{Qr} - s_{Qr}^*}{\tau_{Qr}}. \quad (4.3-37)$$

Die Frage der phasenrichtigen Addition der Flussanteile der Ständeroberwellen zum netzfrequenten Gesamtfluss im Ständerzahn wird nun erklärt (siehe auch Bild 4.3-1).

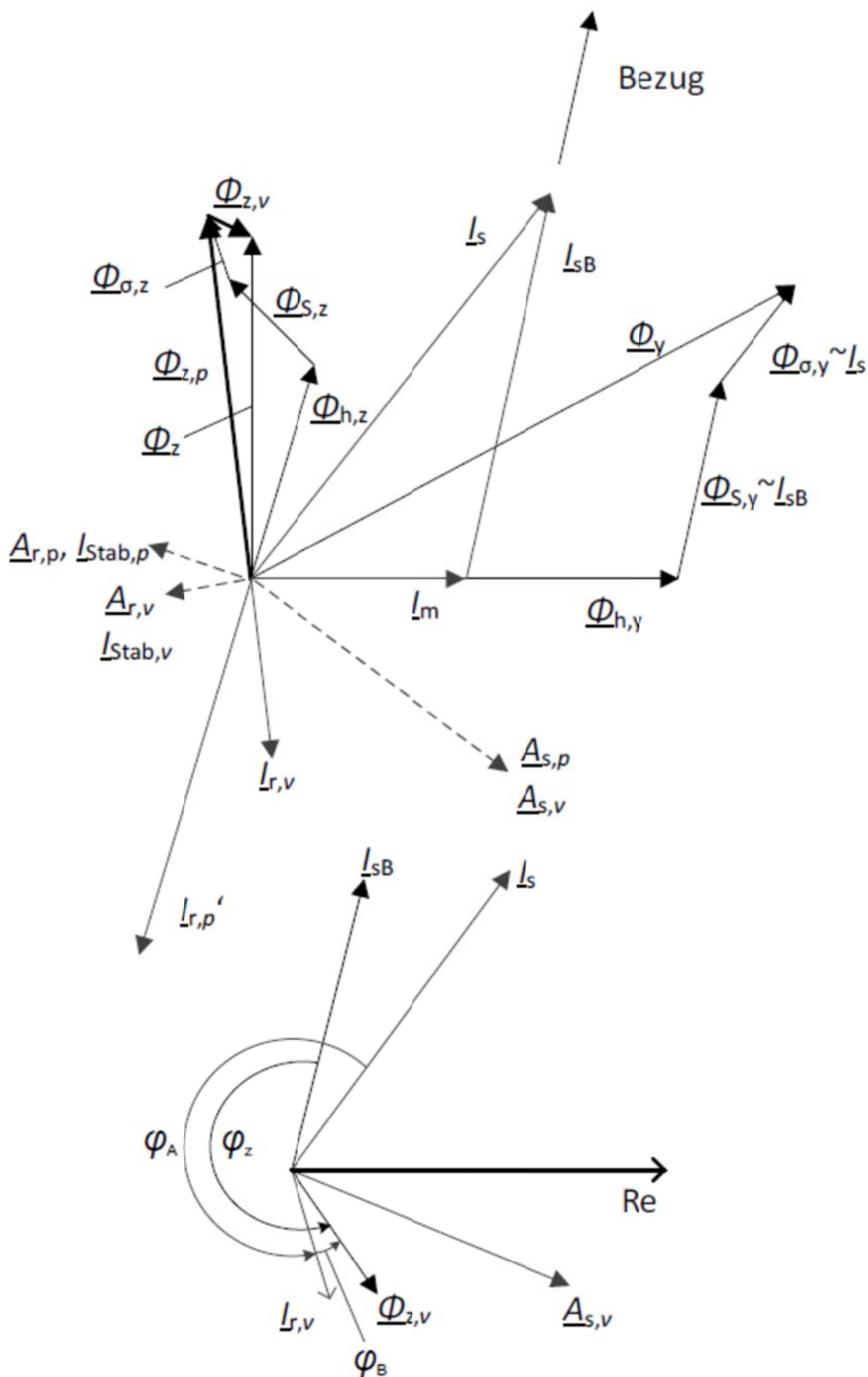


Bild 4.3-1: Prinzipielle Zeigerdiagramme der netzfrequenten Flüsse, Ströme und Strombeläge (\underline{A}) im Stator. (Jochfluss ohne Oberwellenanteil gezeichnet, Index „s“ für „Stator“ bei den Flüssen weggelassen).

Da alle Flüsse auf \underline{I}_{sB} bezogen sind, wird auch hier der Phasenbezug zu \underline{I}_{sB} hergestellt. Im Bild 4.3-1 ist der Winkel

$$\varphi_z = \text{Phasenwinkel}(\underline{\Phi}_{z,v}) - \varphi_{sB} \quad (4.3-41)$$

mit

$$\varphi_{sB} = \text{Phasenwinkel von } \underline{I}_{sB}.$$

Die Phase φ_{sB} und die Phase von $\underline{\Phi}_{z,v}$ sind beide auf die reelle Achse bezogen.

Wenn das Koordinatensystem in der Achse einer Spulengruppe liegt, dann sind die Strombelagswellen von \underline{I}_s und die Wellen der Nutdurchflutung \underline{Q}_{Qs} im Koordinatennullpunkt in Phase, und die Zahnflüsse können mit den gefundenen Winkeln zu den netzfrequenten Flüssen addiert werden. Der Phasenwinkel des Zahnflusses der weiteren Zähne wird über die Zahnnummer z analog (4.3-7) berücksichtigt:

$$\Delta\varphi_{zv} = \left(z - 0,5 - \frac{p}{2} \right) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{v}{Q_s}, \quad (4.3-42)$$

$$\underline{\Phi}_{zv} = |\underline{\Phi}_{zv}| \cdot \exp(j \cdot (\varphi_z - \Delta\varphi_{zv})). \quad (4.3-43)$$

Dieser Fluss ist netzfrequent und kann daher phasenrichtig zu den anderen netzfrequenten Flussanteilen Hauptfluss und Spaltstreufuss addiert werden. In [11] findet man in Bild 20 ein Beispiel für den gemessenen netzfrequenten Zahnfluss im Mittelzahn eines 46-nutigen ungeschrägten Läufers (Maschine VIII). Man erkennt darin, dass der Einfluss der 7. Oberwelle (in der Umgebung von $s = 0,857$) und der 5. Oberwelle (in der Umgebung von $s = 1,2$) am stärksten ist, da an diesen Stellen der zugehörige Oberwellenschlupf für $v/p = 7$ bzw. $v/p = -5$ jeweils Null ist und diese Oberfelder daher ungedämpft sind. Im Vergleich dazu ist das Berechnungsergebnis von KLASYS05 mit derselben Maschine und einem typischen Elektrolech dargestellt (Bild 4.3-2). Bei der Messung wurde der Schlupfbereich zwischen $s = 0,95$ und $s = 1,04$ ausgespart, da dort die nutharmonischen Oberfelder nur schwach abgämpft sind. Demzufolge wurde die Berechnung in Anlehnung an [11] ebenfalls nur für die Ständeroberwellen der Ordnung $\frac{v}{p} = 7$ und $\frac{v}{p} = -5$ durchgeführt.

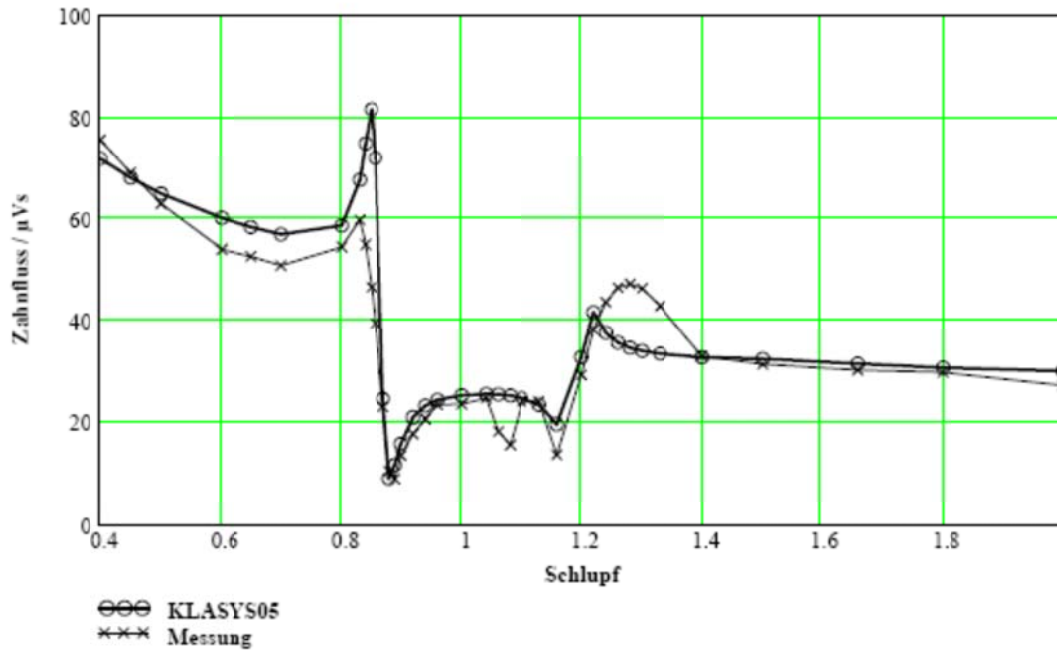


Bild 4.3-2: Berechnungsergebnis aus KLASYS05. Netzfrequenter Zahnfluss im Mittelzahn unter ausschließlicher Berücksichtigung der Ständeroberwellen mit den Ordnungszahlen $v/p = 7$ und $v/p = -5$ im Vergleich zu einer Messung aus [11] bei $U_{LL} = 38$ V und unterschiedlichem Schlupf.

Der Vergleich mit dem Beispiel aus [11] zeigt eine qualitativ gute Übereinstimmung. Der Unterschied könnte an den nur teilweise bekannten Maschinendaten liegen. So werden z. B. die Elektroblechsorte, der Stabquerschnitt und die Betriebstemperatur in [11] nicht genannt.

e) Der resultierende netzfrequente Zahnfluss

Die Summe der Flüsse a) bis d) ergibt den netzfrequenten Ständer-Zahnfluss (der Index s für ‚Ständer‘ ist in (4.3-44) weggelassen) auf Höhe des Zahnkopfs $\Phi_{z,50}$:

$$\underline{\Phi}_{z,50} = \underline{\Phi}_{h,z} + (\underline{\Phi}_{Sa} - \underline{\Phi}_{Sb}) + \underline{\Phi}_{\sigma,z} + \sum_v \underline{\Phi}_{z,v} \quad (4.3-44)$$

und die netzfrequente Zahninduktion

$$\underline{B}_{z,50} = \frac{\underline{\Phi}_{z,50}}{b_{z13} \cdot l_{Fe} \cdot k_{Fes}} \quad (4.3-45)$$

in $1/3$ der Zahnschafthöhe. Dies erlaubt auch eine genauere Bestimmung der Grundwellen-Ummagnetisierungsverluste in den Statorzähnen.

4.4 Die Bestimmung des netzfrequenten Jochflusses

Der Nutstreufloss links vom Zahn im Joch in Bezug zu \underline{I}_{sB} lautet:

$$\underline{\Phi}_{\sigma,y} = \underline{\Theta}_{os} \cdot \varphi_{Q\sigma} \cdot \exp(j \cdot (\varphi_s - \varphi_{sB})). \quad (4.4-1)$$

Dabei ist $\varphi_{n\sigma}$ ist der bezogene Nutstreufluss der Nut links vom Zahn mit der Nummer z . Der Jochfluss einer Ständeroberwelle ist

$$\underline{\Phi}_{y,v} = -j \cdot \frac{\underline{\Phi}_{z,v}}{2 \cdot \sin\left(\nu \cdot \pi / Q_s\right)} . \quad (4.4-2)$$

Der Spaltstreufluss im Ständerjoch $\underline{\Phi}_{s,y}$ ist identisch mit dem Spaltstreufluss einer Nut. Der gesamte netzfrequente Fluss im Ständerjoch wird durch Summierung erhalten:

$$\underline{\Phi}_{y,50} = \underline{\Phi}_{h,y} + \underline{\Phi}_{s,50} + \underline{\Phi}_{\sigma,y} + \sum_v \underline{\Phi}_{y,v} \quad (4.4-3)$$

mit

$$\underline{\Phi}_{s,50} = \left[\Phi_{ss} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'}{\tau_{Qr}} + \Phi_{s,min} \right] \text{ in Phase zu } \underline{I}_{sB}.$$

Mit $\underline{\Phi}_{s,50}$ ist eine genauere Bestimmung der Grundwellen-Ummagnetisierungsverluste im Joch möglich.

5 Die Berechnung des hochfrequenten Zickzack-Streufusses

Der Spaltstreufuss (Bild 5.1-1) wird durch die nutharmonischen Läuferoberfelder bei Last gebildet. Wenn man deren Wirkung im Ständer betrachtet, so müssen neben den läuferrnutungsharmonischen Oberwellen auch die durch die Nutöffnungen des Läufers bedingten Läufernutungsfelder berücksichtigt werden. Diese müssen phasenrichtig zu den Läuferwicklungsoberwellen gemäß *Boller/Jordan* [52] addiert werden. Diese Läufernutungsoberwellen werden vereinfacht nach aus der Luftspaltfeldgrundwelle und deren Modulation mit der Nutleitwertwelle berechnet.

5.1 Die höherfrequenten Anteile des Zickzack-Streufusses im Ständerzahn

Der integrale Zahnkopfsättigungsfaktor K_{zk} [10] gilt nur für die Grundschiwingung des Zickzack-Streufusses. Die Schrägung ist im Sättigungsfaktor k_h indirekt berücksichtigt. Die Maximal- und Minimalwerte des Zickzack-Streufusses $\Phi_{S,max}$ und $\Phi_{S,min}$ werden aus Θ_{QsB} bestimmt und für alle Ordnungszahlen mit dem momentanen Zahnkopf-Sättigungsfaktor k_{zk} gewichtet:

$$\Phi_{S,min} = \mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot \left(\lambda_s(x = 0.5 \cdot \tau_{Qr}) + \frac{h_{s4}^*}{s_{Qs}} + \frac{h_{r4}^*}{s_{Qr}} \right) \cdot \Theta_{QsB} \cdot k_{zk}, \quad (5.1-1)$$

$$\Phi_{S,max} = \mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot \frac{d}{2 \cdot \delta} \cdot \Theta_{QsB} \cdot k_{zk}. \quad (5.1-2)$$

Dabei ist $h_{s4}^* = h_{s4} - h'_{s4}$ aus (4.3-11) jener Abschnitt der Zahnkopfhöhe, innerhalb dessen die Feldlinien noch zum Nutstreufuss zu zählen sind. Der Abschnitt h'_{s4} des Zahnkopfs gehört demzufolge zum Bereich des Nutstreufusses (Bild 1.1.1-1). Die Differenz aus maximalem und minimalem Zickzack-Streufuss Φ_{ss}

$$\Phi_{ss} = \Phi_{S,max} - \Phi_{S,min} \quad (5.1.3)$$

ist ebenfalls in Phase mit I_{sB} . Der netzfrequente Anteil lautet nach [10]

$$\Phi_{S,50} = \Phi_{ss} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'}{\tau_{Qr}} + \Phi_{S,min}. \quad (5.1-4)$$

Der mit der Ständerwicklung verkettete Spaltstreufuss ist maximal, wenn einer Ständernut ein Läuferzahn gegenübersteht ($\Phi_{S,max}$), und minimal, wenn eine Läufernutöffnung gegenübersteht ($\Phi_{S,min}$) (Bild 5.1-1).

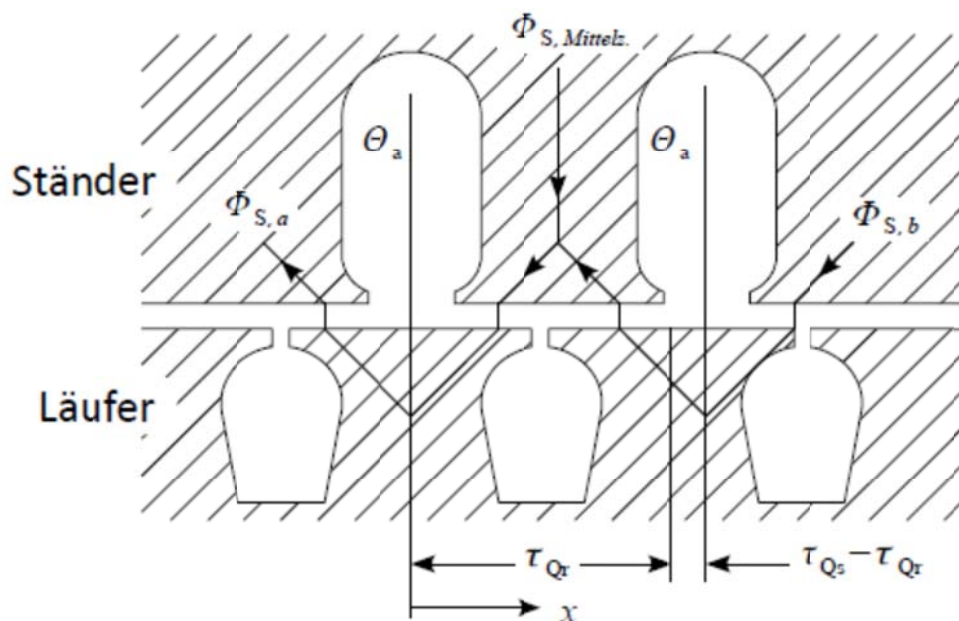


Bild 5.1-1: Zur Berechnung des Zickzackstreufusses im Mittelzahn [11].

Bei Verschiebung des Rotors um die Umfangskoordinate x erhält man den Verlauf des Zickzack-Streufusses laut Bild 5.1-2 und 5.1-3.

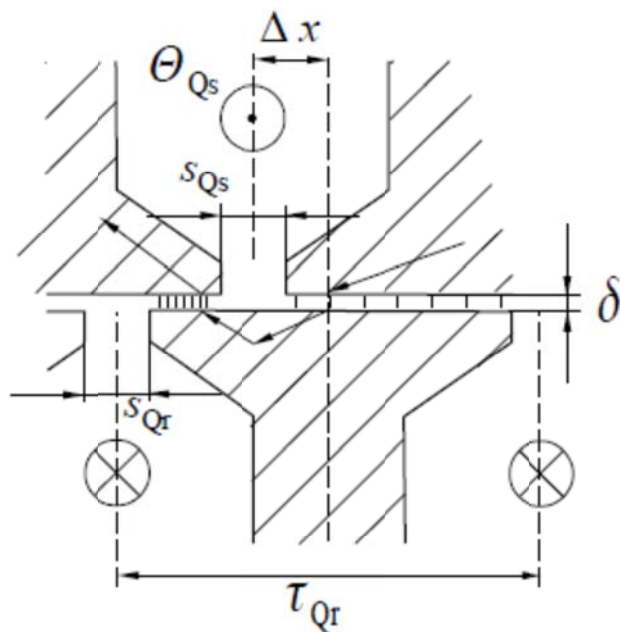


Bild 5.1-2: Zur Berechnung des Zickzackstreufusses einer Nut

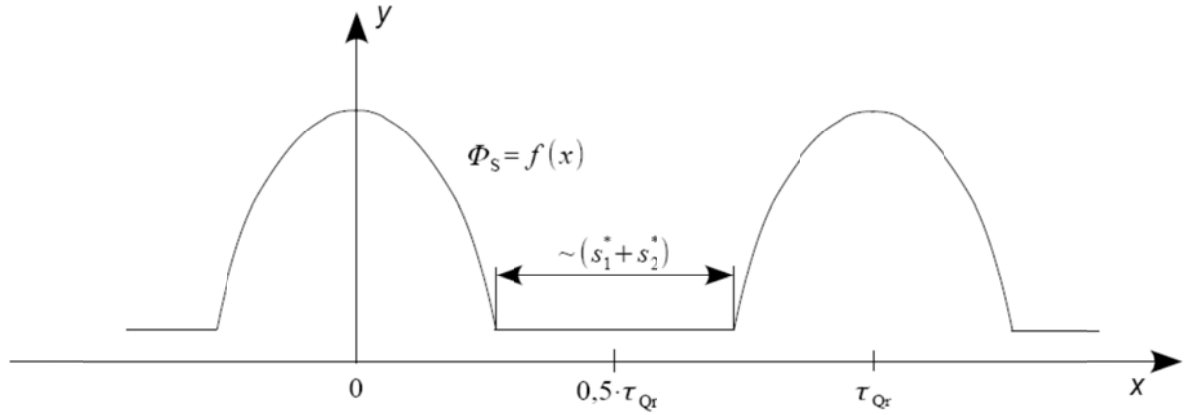


Bild 5.1-3: Der Verlauf des Zickzack-Streufusses bei Verdrehung um die Umfangskoordinate x des Rotors.

Die vollständigen Formeln wurden bereits im Abschnitt 4.3 b) angegeben. Die höherfrequenten Flusspulsationen im Ständerzahn durch den Spaltstreufuss erhält man durch die Differenzbildung der Spaltstreufüsse $\underline{\Phi}_{sa}$ und $\underline{\Phi}_{sb}$ benachbarter Nuten (Bild 5.1-1) zuzüglich der Läuferntungsfelder gleicher Ordnung. Diese Berechnung wird über $q = \frac{Q_s}{2 \cdot p \cdot m}$ Ständerzähne gemacht. Die dabei berechneten Verluste werden dann auf Q_s Statorzähne hochgerechnet. Bei $q = 2$ hat man z. B. zwei Eckzähne (E) und einen Mittelzahn (M). Es ergibt sich die Zahnfolge E-M-E.

Aus dem zeitlichen Verlauf des sich ergebenden Spaltstreufusses je Zahn erhält man durch Fourier-Reihenentwicklung nach Schetelig [11, Seite 43] die Fourierkoeffizienten des Spaltstreufusses einer Nut

$$a_g = \frac{\tau_{Qr}}{d' \cdot \pi^2 \cdot g^2} \cdot \left(\text{sic} \left(\frac{|g| \cdot 2 \cdot \pi \cdot d'}{\tau_{Qr}} \right) - \cos \left(\frac{|g| \cdot 2 \cdot \pi \cdot d'}{\tau_{Qr}} \right) \right), \quad (5.1-5)$$

wobei $g = \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$ ganze Zahlen sind.

Die Frequenzen der Oberschwingungen des Spaltstreufusses sind

$$f_g = f_s \cdot \left(1 + g \cdot \frac{Q_r}{p} \cdot (1 - s) \right) = f_s \cdot s_\mu. \quad (5.1-6)$$

Die Änderung des Phasenwinkels zwischen den Spaltstreufüssen von Nut zu Nut jeweils links und rechts vom betrachteten Ständerzahns z beträgt gemäß Bild 5.1-1

$\frac{\tau_{Qs} - \tau_{Qr}}{\tau_{Qr}} \cdot 2 \cdot \pi + 2 \cdot \pi = 2 \cdot \pi \cdot \frac{Q_r}{Q_s}$. In der Nut links vom Ständerzahn z gilt

$$\underline{\Phi}_{S,a,g} = \underline{\theta}_{QsB,links}(z) \cdot \Phi_{ss} \cdot a_g \cdot \exp \left(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot g \cdot \frac{Q_r}{Q_s} \cdot \left(z - 1 - \frac{o}{2} \right) \right), \quad (5.1-7)$$

und in der Nut rechts vom Ständerzahn z

$$\underline{\Phi}_{S,b,g} = \underline{\theta}_{QsB,rechts}(z) \cdot \Phi_{ss} \cdot a_g \cdot \exp\left(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot g \cdot \frac{Q_r}{Q_s} \cdot \left(z - \frac{o}{2}\right)\right). \quad (5.1-8)$$

z ...Zahnnummer

o ...Offset (ist Null, wenn der Schwerpunkt einer Spulengruppe in Nutmitte liegt, sonst 1.)

$\underline{\theta}_{QsB,rechts}(z)$, $\underline{\theta}_{QsB,links}(z)$...auf 1 normierte Zeiger (Phasenlage) der Nutdurchflutungen.

Nun erfolgt noch die Addition der magnetisierungsstromabhängigen Läufernutungsfelder der Grundwelle mit den Ordnungszahlen $\mu = g \cdot Q_r + p$ zu den Spaltstreuflusskomponenten. Für die Läufernutungsfelder des Läufergrundstromes gilt der Ansatz ([16])

$$B_{Qr}(x_r, t) = B_{Qr} \cdot \cos(\mu \cdot x_r - s \cdot \omega_s \cdot t - \varphi_m) \text{ bzw.}$$

$$B_{Qr}(x_s, t) = B_{Qr} \cdot \cos(\mu \cdot x_s - s_\mu \cdot \omega_s \cdot t - \varphi_m) \text{ mit} \quad (5.1-9)$$

$$\mu = p + g \cdot Q_r \text{ und} \quad (5.1-10)$$

$$B_{Qr} = -(k_{Cr} - 1) \cdot \xi_{r,|g|} \cdot B_p \cdot (-1)^g, \quad (5.1-11)$$

wobei $\xi_{r,g}$ für die Nutmitte berechnet wurde (daher der Faktor $(-1)^g$). Dabei ist φ_m der Phasenwinkel des Magnetisierungsstroms. Aus (5.1-9) ergibt sich auch die Änderung des Phasenwinkels von Ständernut zu Ständernut um

$$\Delta\varphi_Q = \mu \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Q_s}. \quad (5.1-12)$$

Die Luftspaltleitwerte für das Luftspaltfeld über den Nutöffnungen aus der konformen Abbildung für stromlose Nut ergeben sich zu

$$\xi_{r,g} = -\frac{A_{\text{rhom},|g|}}{2 \cdot \left(1 - \frac{1}{k_{Cr}}\right)} \quad (5.1-13)$$

nach [11] Formel (9). Der Differenzwinkel Δw zwischen dem Spaltstreu Feld, welches proportional \underline{I}_r' ($= -\underline{I}_{sB}$) ist, und dem Nutungsfeld, welches proportional zum Magnetisierungsstrom \underline{I}_m ist, beträgt laut *Boller/Jordan* [52]

$$\text{für } \mu < 0 \text{ und } \xi_{r,g} \leq 0: \Delta w = \varphi_m - \varphi_r$$

$$\text{für } \mu < 0 \text{ und } \xi_{r,g} < 0: \Delta w = \varphi_m - \varphi_r - \pi$$

$$\text{für } \mu > 0 \text{ und } \xi_{r,g} \leq 0: \Delta w = \varphi_m - \varphi_r - \pi$$

$$\text{für } \mu > 0 \text{ und } \xi_{r,g} < 0: \Delta w = \varphi_m - \varphi_r$$

in dem Sinne, dass der Winkel des Nutungsfeldes stets aus dem Winkel des Wicklungsfeldes (Spaltstreufeldes) zuzüglich dem oben beschriebenen Differenzwinkel berechnet wird. Dies geht, wenn der Koordinatenursprung in die Mitte einer Ständernut gelegt wird (vgl. Abschnitt 4.1). Die Phasenlage des Spaltstreufusses der Nut N_1 (Bild 5.1-2) bestimmt den Winkel der Phasendifferenz zum Nutungsfeld. Der Phasenwinkel des Läufernutungsfeldes ist der Phasenwinkel des Spaltstreufusses plus die Winkeldifferenz Δw :

$$\text{Phasenwinkel}(\text{Nutungsfeld}) = \text{Phasenwinkel}(\underline{\varrho}_{\text{SB_links}}[N_1]) + \Delta w.$$

Falls der Koordinatenursprung in der Mitte eines Ständerzahns liegt, wird dies mit einem Offset o beim Phasenwinkel des Spaltstreufusses gemäß (5.1-7, 5.1-8) berücksichtigt.

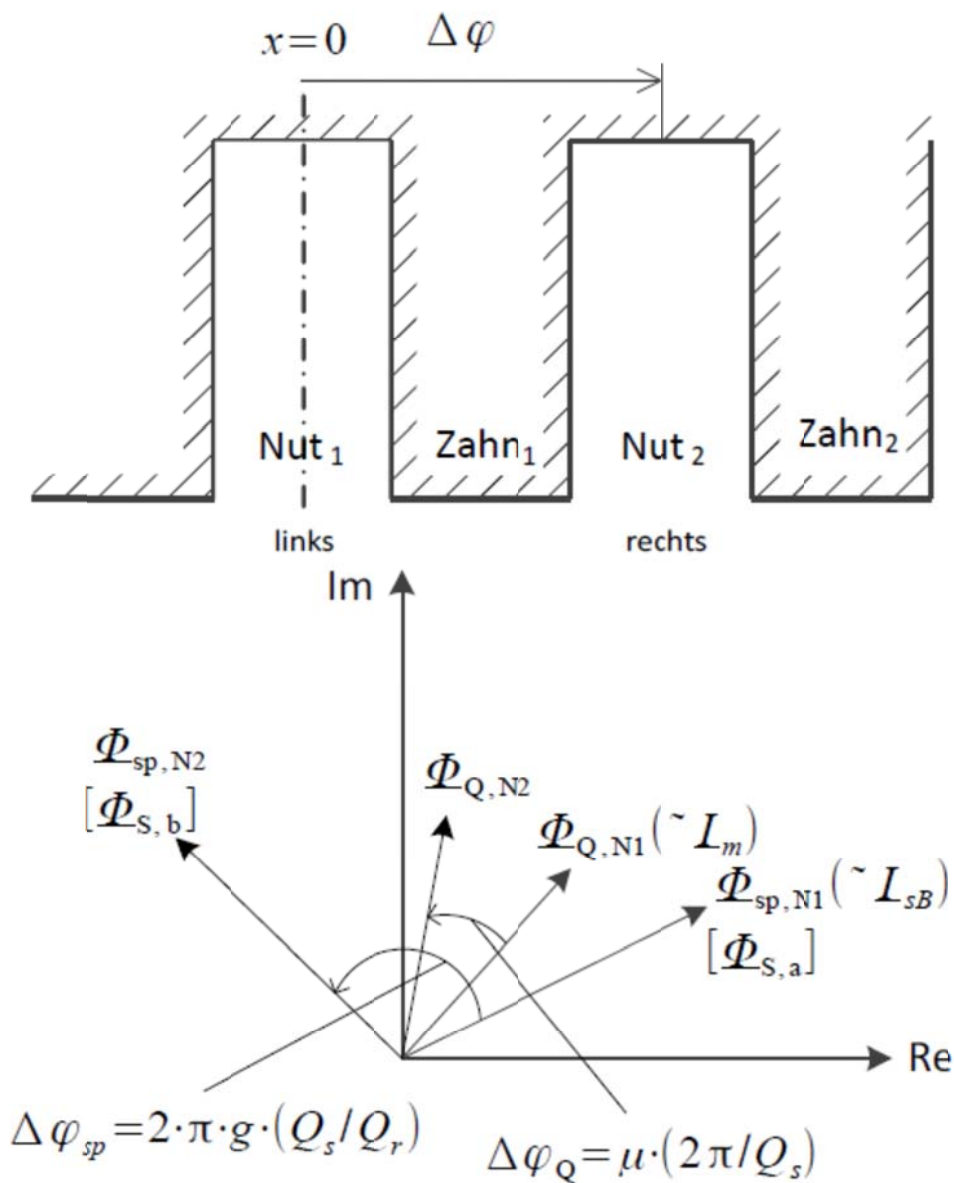


Bild 5.1-4: Änderung des Phasenwinkels des Spaltstreufusses und des Läufernutungsfusses der Ordnung g im Stator, Koordinatenursprung in der Mitte von Ständernut 1.

Der Winkel zwischen den Wechselströmen $\Phi_{Q,N1}$ und $\Phi_{sp,N1}$ ist $\Delta\omega$. Nun muss noch die Phasenwinkeländerung $\Delta\varphi_{Q,z}$ des Läufer-Nutungsfeldes für den betrachteten Zahn berücksichtigt werden. Mit (5.1-12) als Phasenänderung von Nut zu Nut ergibt sich diese im Zahn z mit $\Delta\varphi_{Q,z} = \mu \cdot \frac{2 \cdot \pi}{Q_s} \cdot (z - 0,5)$. Sie ist nachteilig bei $\mu > 0$, also:

$$\text{Nutungswinkel} = \text{Phase}(\text{Nutungsfeld}) - \Delta\varphi_{Q,z}.$$

Der Fluss im Ständerzahn durch die Läufer-Nutungsharmonischen lautet dann gemäß [11]:

$$\underline{\Phi}_{z,Q} = B_{Qr} \cdot l_{Fe} \cdot \tau_{Qs} \cdot \xi_{s\mu} \cdot \exp(j \cdot \text{Nutungswinkel}) \quad (5.1-14)$$

mit

$$\xi_{s\mu} = \text{sic}\left(\mu \cdot \pi \cdot \frac{k_1}{Q_s}\right) \quad (5.1-15)$$

nach Gl. (20) in [29] bzw. [11], und k_1 gemäß (4.3-39). Somit ergibt sich resultierend der eingepreiste, mit k_{zk} gesättigte Wechselstrom des Spaltstreuflusses im Ständerzahn

$$\underline{\Phi}_z = (\underline{\Phi}_{S,a} - \underline{\Phi}_{S,b}) + \underline{\Phi}_{z,Q} \quad (5.1-16)$$

und die zugehörige Zahninduktion

$$\underline{B}_z = \frac{\underline{\Phi}_z}{k_{Fes} \cdot l_{Fe} \cdot b_{z13s}}. \quad (5.1-17)$$

Der resultierende Fluss im Joch besteht ebenso aus den zwei Komponenten:

a) dem Spaltstreufluss $\underline{\Phi}_{yS} = \underline{\Phi}_{Sa}$ (Gl. (32) in [11]) mit der über dem Zahn berechneten Induktion im Ständerjochteil

$$\underline{B}_{yS} = \frac{\underline{\Phi}_{yS}}{k_{Fes} \cdot l_{Fe} \cdot h_{ys}} \quad (5.1-18)$$

b) dem Nutungsfeld nach (Formel 23 in [29]) mit

$$\underline{B}_{yQ} = B_{Qr} \cdot \frac{\xi_{s\mu}}{\xi'_{s\mu}} \cdot \frac{R}{k_{Fes} \cdot \mu \cdot h_{ys}} \cdot \exp(j \cdot \text{Nutungswinkel}), \quad (5.1-19)$$

wobei

$$\xi'_{s\mu} = \text{sic}\left(\mu \cdot \pi / Q_s\right) \quad (5.1-20)$$

ein Kopplungsfaktor nach (24) in [29] ist. Somit erhält man für die gesamte Ständerjochinduktion $\underline{B}_{y,\text{gesamt}} = \underline{B}_{yS} + \underline{B}_{y,Q}$.

5.2 Die genauere Bestimmung der Flusspulsationen im Ständer

Weppler [10] einen lokalen Sättigungsfaktor k_{zk} für den Zahnkopf eingeführt. Ähnlich wie *Taegen* hat bereits *Heller* [39] einen magnetisch äquivalenten Ersatzluftspalt definiert. Physikalisch erklärt sich ein magnetisch äquivalenter Ersatzluftspalt dadurch, dass für ein der Grundschwingung überlagertes kleines Wechselfeld eine andere Permeabilität gültig ist, nämlich die sogenannte effektive Permeabilität. Diese effektive Permeabilität des Ständerzahns erhöht sozusagen für die Oberwellen des Läufers den mit dem Hauptfeldsättigungsfaktor k_h gesättigten Luftspalt. Wenn der zeitliche Mittelwert der effektiven Permeabilität (Bild 5.2-1) $\mu_{\text{eff,mitt}}$ aus der Grundwelleninduktion im Zahn $B_{z,p} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ermittelt wird, dann ergibt sich ein Ersatzluftspalt von [39]:

$$\delta_{\text{ers}} = \frac{\delta}{k_h} + \eta_\mu \cdot \frac{\tau_{Qs} \cdot h_{zs}}{b_{zs} \cdot k_{Fe}} \cdot \frac{1}{\mu_{\text{eff,mitt}}} \quad (7.5.1-1)$$

mit η_μ gemäß (1.2-11).

Taegen [25] berechnet die Sättigung für hochpolige Läuferoberfelder mit dem normalen k_h -gesättigten Ersatzluftspalt δ'' . Für die über längere Wege sich schließenden Zahn pulsationsfelder in einem Zahn definiert *Taegen* einen größeren, magnetisch äquivalenten Luftspalt (Ersatzluftspalt) δ_{puls} für die Pulsationsamplituden $B_{z,\text{puls}}$ in einem Zahn mit

$$\delta_{\text{puls}} = \delta'' \cdot \frac{B_{z,\text{puls,unges}}}{B_{z,\text{puls}}} \quad (5.2-1)$$

und

$$\mu = \nu + g_r \cdot Q_r. \quad (5.2-2)$$

Dabei ist $B_{z,\text{puls,unges}}$ der Mittelwert der mit k_h -gesättigten Flusspulsationsamplituden über q Statorzähne. Ebenso ist $B_{z,\text{puls}}$ der Mittelwert der gesättigten Flusspulsation über alle q Statorzähne wie sie *Taegen* aus Experimenten mit lokalen Messspulen bestimmt hat [27]. Es handelt sich also um jene Flusspulsationsamplitude, die durch alle Wellen der Ordnung μ mit einem bestimmten Wert g_r hervorgerufen werden. Dies führt nach [25] zum Ausdruck

$$\delta_{\text{puls}} = \delta'' + \frac{\tau_{Qs} \cdot h_{zs}}{w_{zs} \cdot k_{Fes}} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{\text{eff,rel}}} - \frac{1}{\mu_{\text{Gw,rel}}} \right) \quad (5.2-3)$$

$$\text{mit } \delta'' = \delta \cdot \frac{k_C}{k_h} \quad (5.2-4)$$

als dem magnetisch äquivalenten Luftspalt für die Grundwelle des Luftspaltfeldes. Dabei treten folgende Variable auf:

k_h ...Grundwellen-Sättigungsfaktor des Luftspaltfeldes

k_C ...Carter'scher Faktor

τ_{Qs} ...Statornutteilung

h_{zs} ...Statorzahnhöhe

w_{zs} ...Statorzahnbreite luftspaltseitig

k_{Fes} ...Stator Eisenfüllfaktor

$\mu_{Gw,rel}$...relative Permeabilität für die Grundwelle

$\mu_{eff,rel}$...effektive relative Permeabilität für die Flusspulsationsüberschwingung.

Wenn man jedoch annehmen würde, dass die höherpoligen Läuferfelder statt mit dem Hauptfeldsättigungsfaktor k_h mit dem lokalen Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} berechnet werden, so müsste dies in diesem Zusammenhang bei der Berechnung des ‚normalen‘ Ersatzluftspalts berücksichtigt werden, indem dieser durch

$$\delta'' = \delta \cdot \frac{k_C}{k_{zk}} \quad (5.2-5)$$

ersetzt würde. Der Unterschied zwischen beiden Berechnungsmethoden ist aber klein, da ja das Verhältnis $\frac{\delta''}{\delta_{puls}}$ verwendet wird.

Um die nach *Taegen* experimentell ermittelte Pulsationsamplitude $B_{z,puls}$ zu bestimmen, geht man wie folgt vor:

- Berechnung der zeitabhängigen „ungesättigten“ Flusspulsationsamplitude der Ordnung g_r im Statorzahn, gesättigt mit k_{zk} , inklusive der Rotornutungsharmonischen der Luftspaltfeld-Grundwelle unter Berücksichtigung der Phasenverschiebung von Zahn zu Zahn. Ergebnis: $B_{z,puls,unges}$
- Berechnung des zeitabhängigen netzfrequenten Zahnflusses. Dieser Fluss wird bestimmt:
 - im Mittelzahn durch den netzfrequenten Hauptfluss (inkl. Ständeroberwellen)
 - im Eckzahn durch den netzfrequenten Hauptfluss, den Nutstreufluss und den netzfrequenten Zick-Zack-Streufluss
- Berechnung der Zeitabhängigkeit der effektiven relativen Permeabilität $\mu_{eff,rel}$ (Bild 5.2-1) für die Flusspulsation bestimmt durch die netzfrequente Zahninduktion B_{z50} (4.3-45).

- Berechnung der relativen Permeabilität μ_G für die netzfrequente Zahninduktion (via statische Magnetisierungskennlinie $B(H)$)
- Berechnung des zeitabhängigen äquivalenten Luftspalts für die Pulsationsamplitude des Ständerzahnflusses

$$\delta_{\text{puls}}(t) = \delta'' + \frac{\tau_{\text{Qs}} \cdot h_{\text{zs}}}{w_{\text{zs}} \cdot k_{\text{Fes}}} \cdot \left(\frac{1}{\mu_{\text{eff,rel}}(t)} - \frac{1}{\mu_{\text{Gw,rel}}} \right)$$

- Modulation der ‘ungesättigten’ Summenflusspulsation mit dem äquivalenten Luftspalt:

$$B_{\text{z,puls}}(t) = B_{\text{z,puls,unges}}(t) \cdot \frac{\delta''}{\delta_{\text{puls}}(t)}$$

- Durchführung der Fourier-Reihenentwicklung und Verwendung der relevanten Frequenz (5.1-6) der Pulsation der Ordnung g_r , um für (3-13) die zugehörige Amplitude B_{z,g_r} zu erhalten, sowie zur Berechnung der Verluste im Zahn.

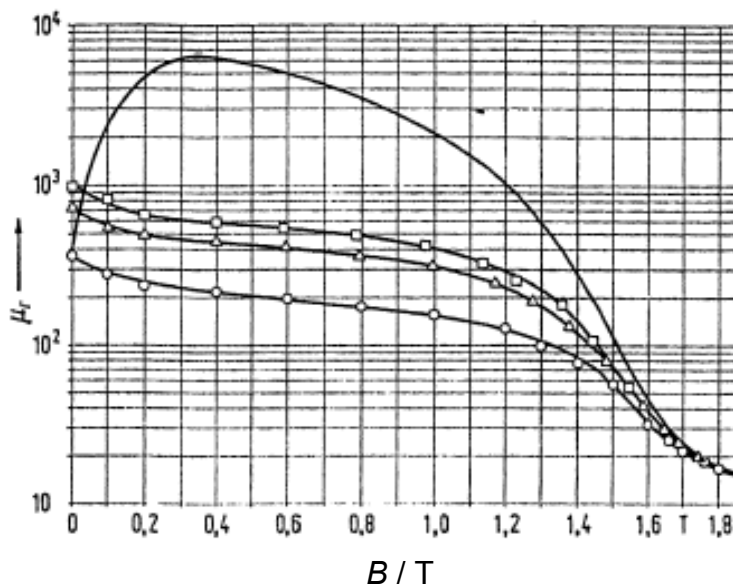


Bild 5.2-1: Effektive relative Permeabilität für Flusspulsationen bei verschiedenen Amplituden der Luftspaltfeld-Grundwelle. Die höchste Linie ist die reversible Permeabilität. Darunter sind die Kurven für verschiedene Pulsations-Amplituden. B ist die Grundwellenamplitude des Luftspaltfeldes [25].

Im Folgenden wird die Modulation mit dem Ersatzluftspaltfeld näher erläutert. Ausgangspunkt ist die Summe aus der Grundschwingung der Zahninduktion B_z mit Betrag und Phase und der dritten sättigungsharmonischen Oberschwingung, die proportional zur Amplitude der Grundwelle des Luftspaltfeldes ist:

$$B_z(t) = B_z \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t + \varphi_s) + B_z \cdot \frac{B_{3p}}{B_p} \cdot \cos(3 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t + 3 \cdot \varphi_s). \quad (5.2-6)$$

Für die Grundschwingung wird die effektive Permeabilität

$$\mu_{\text{eff,rel}}(t) = f(B_z(t)) \quad (5.2-7)$$

nach *Taegen* verwendet. Die statische Permeabilität μ der Grundwelle B_z wird der Magnetisierungskennlinie $B(H)$ des verwendeten Elektroblechs entnommen. Damit wird die Zahninduktion $B_{z,puls}(t)$ mit

$$B_{z,puls}(t) = B_{z,puls,unges}(t) \cdot \frac{\delta''}{\delta_{puls}(t)} \quad (5.2-8)$$

bestimmt, im Sinne einer Korrektur des „ungesättigten“ Wertes.

Beispiel 5.2-1: Für die ungeschrägte Asynchronmaschine VI (Daten Anhang B) die Pulsation des Ständerflusses im Zahn 1 beim Schlupf $s = 0,04$ gemäß dem hier beschriebenen Verfahren, basierend auf Bild 5.2-2, berechnet.

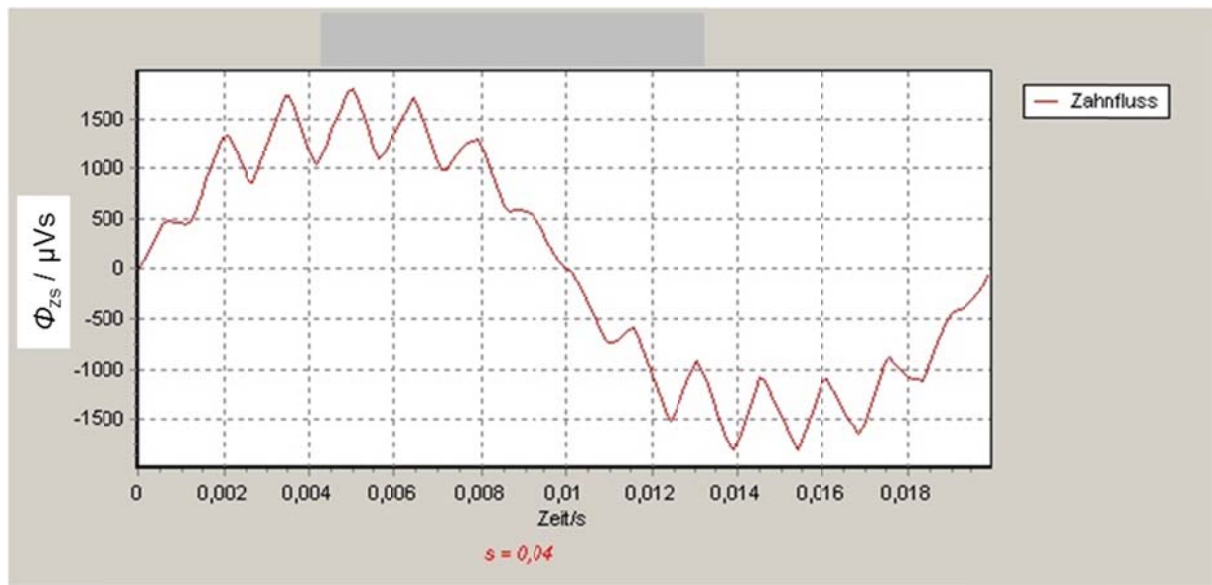


Bild 5.2-2 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Pulsation des Flusses im Ständerzahn Nr. 1 beim Schlupf $s = 0,04$.

5.3 Die Sättigungsüberschwingungen des Zickzack-Streuflusses

In [10] findet man den berechneten zeitlichen Verlauf des Zick-Zackstreuflusses sowohl für den gesättigten als auch für den ungesättigten Fall. Der Verlauf hängt einerseits von der Vorsättigung durch das Hauptfeld und andererseits von der Sättigung durch das Feld des Laststroms I_{sB} ab (siehe [10], Bild 23). Ohne Vorsättigung ist der Verlauf parabolisch. Mit zunehmendem Laststrom nimmt der zeitliche Verlauf jedoch eine eher dreieckförmige Gestalt an. Dadurch kann die Amplitude des ersten Paares der Oberschwingungen, also der ersten Läufer-nutharmonischen, um 15...20% kleiner werden. Mit zunehmender Vorsättigung durch den Hauptfluss wird der zeitliche Verlauf zusätzlich asymmetrisch. Es zeigt sich gemäß [11], dass bei großer Sättigung ($k_{zk} < 0,7$) der integrale Zahnkopfsättigungsfaktor K_{zk} für die

netzfrequente Grundschiwingung des Spaltstreufusses 15...25% über k_{zk} liegt. Um denselben Betrag wird dann der Spaltstreufuss bei Sättigung zu groß berechnet. Beide Anteile können sich aufheben, sodass folgt:

Der momentane Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} , der aus der Läuferstellung $x = 0$ berechnet wird, wo einer Ständernut ein Läuferzahn mittig gegenüber steht, kann sowohl für den netzfrequenten Anteil als auch für das erste Paar der Läuferharmonischen des Zickzack-Streufusses verwendet werden.

Die Fourier-Reihenentwicklung des Zeitverlaufs des ungesättigten Zickzack-Streufusses liefert bei Berücksichtigung des minimalen Spaltstreufusses $\Phi_{s,min}$ genau die Fourier-Koeffizienten nach Schetelig (5.1-4). Dieselbe Berechnung für den gesättigten Zickzack-Streufuss kann nun folgendermaßen erfolgen:

Man verwendet die Hüllkurve des gesättigten Zick-Zackstreufusses, also den ‚tatsächlichen‘ Verlauf in Bild 5.3-1, und berechnet daraus die Sättigungsüberschwingung der 3-fachen Grundfrequenz.

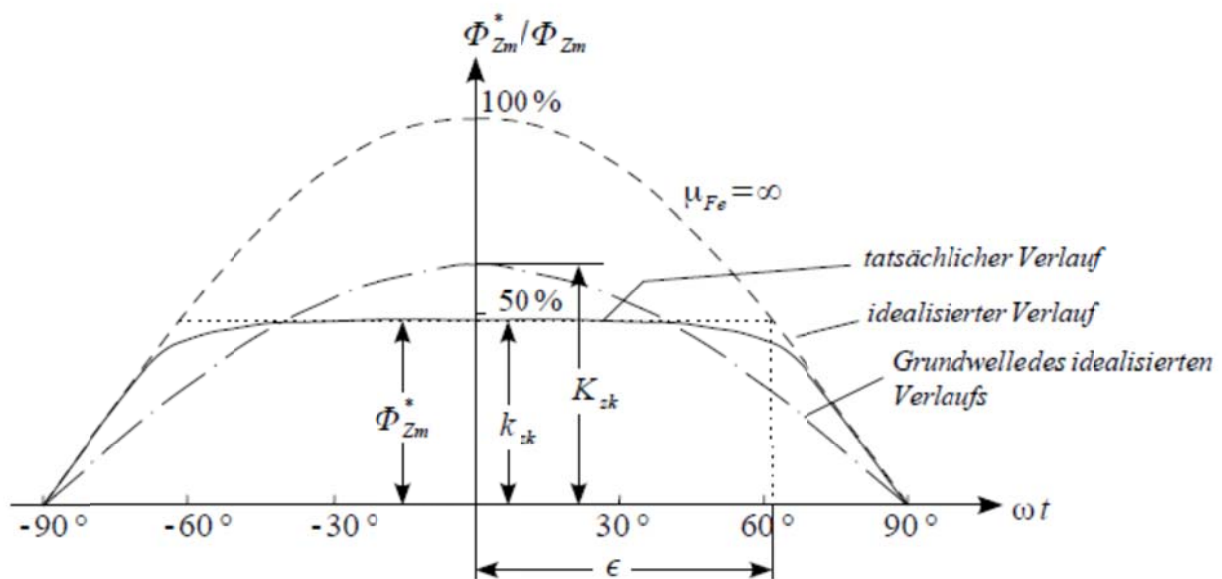


Bild 5.3-1: Einhüllende des zeitlichen Verlaufs des Zickzackstreufusses bei Rotation des Läufers [10]

Daraus ergibt sich ein Zahnkopfsättigungsfaktor $k_{zk,3}$ gemäß Bild 5.3-2, das dem Bild 25 aus [11] entspricht. Multipliziert man mit diesem die einzelnen Harmonischen des ungesättigten Spaltstreufusses, so erhält man dessen Sättigungsharmonische, die im Ständer mit den

Frequenzen $\omega_s \cdot t \cdot \left[3 + g_r \cdot \frac{Q_r}{p} \cdot (1-s) \right]$ pulsieren. Diese Rechnung gilt jedoch nur angenähert,

da der Verlauf des Spaltstreufusses als Funktion der Läuferstellung x bei Rotation des Läufers mit zunehmender Sättigung wie erwähnt eine dreieckförmige Gestalt annimmt [10].

Deshalb muss man in Abhängigkeit vom lokalen Zahnkopfsättigungsfaktor $k_{zk,1}$ der Grundschiwingung einen Korrekturfaktor zwischen 0,75 und 1 einführen (Bild 5.3-2).

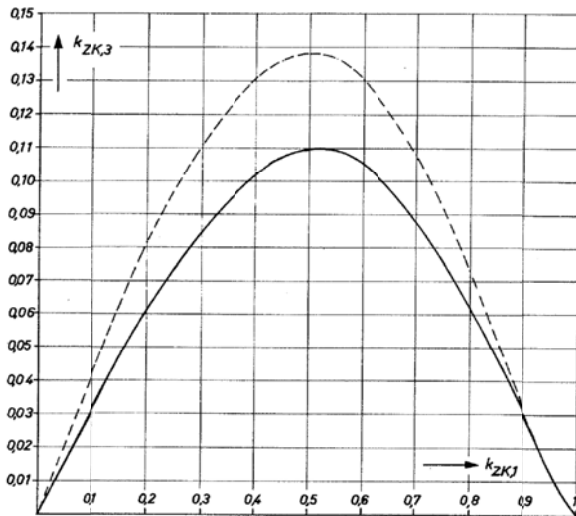


Bild 5.3-2: Zahnkopfsättigungsfaktor $k_{zk,3}$ zur Berechnung der Sättigungsüberschwingung des Spaltstreulflusses [11]. Die strichlierte Linie gilt bei idealisiertem parabelförmigem Verlauf des Luftspaltstreulflusses.

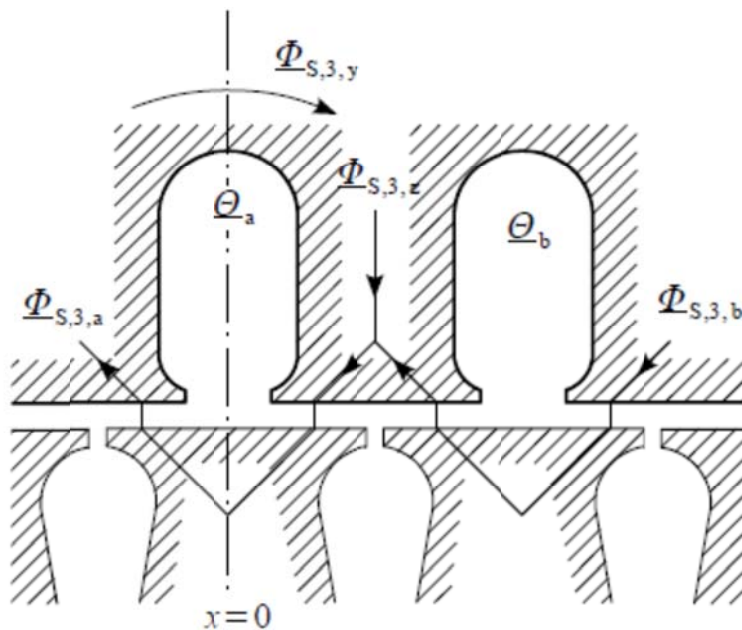


Bild 5.3-3: Sättigungsanteil des Spaltstreulflusses [11]

Mit den Abkürzungen für die Berechnung im ungesättigten Fall

$$A = (\Phi_{S,\max} - \Phi_{S,\min}) \text{ und}$$

$$B = \left(A \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'}{\tau_{Qr}} + \Phi_{S,\min} \right)$$

erhält *Schetelig* den eigentlichen Verlauf des Spaltstreulflusses der Sättigungsfelder ($g = g_r$):

$$\Phi_{s,3} = -k_{zk,3} \cdot \left\{ B \cdot \cos(3 \cdot \omega_s \cdot t) + A \cdot \sum_{g=\pm 1}^{\infty} a_g \cdot \cos \left[\omega_s \cdot t \cdot \left(3 + \frac{g \cdot Q_r}{p} \cdot (1-s) \right) \right] \right\} = \Phi_{s,3,y} \quad (5.3-1)$$

Zum Spaltstreufluss der Sättigungsfelder der Ordnung $(3 \cdot p + g_r \cdot Q_r)$ muss noch folgendes hinzuaddiert werden (Bild 5.3-4):

- die Restfelder der durch die Sättigungsoberwelle $\nu = 3 \cdot p$ verursachten Läuferoberströme $I_{r,3p}$ (Komponente 1),
- die abgedämpfte Sättigungsoberwelle $\nu = 3 \cdot p$ (Komponente 2)
- die Läufer-Nutungsfelder der abgedämpften Sättigungsoberwelle $\nu = 3 \cdot p$ (Komponente 3).

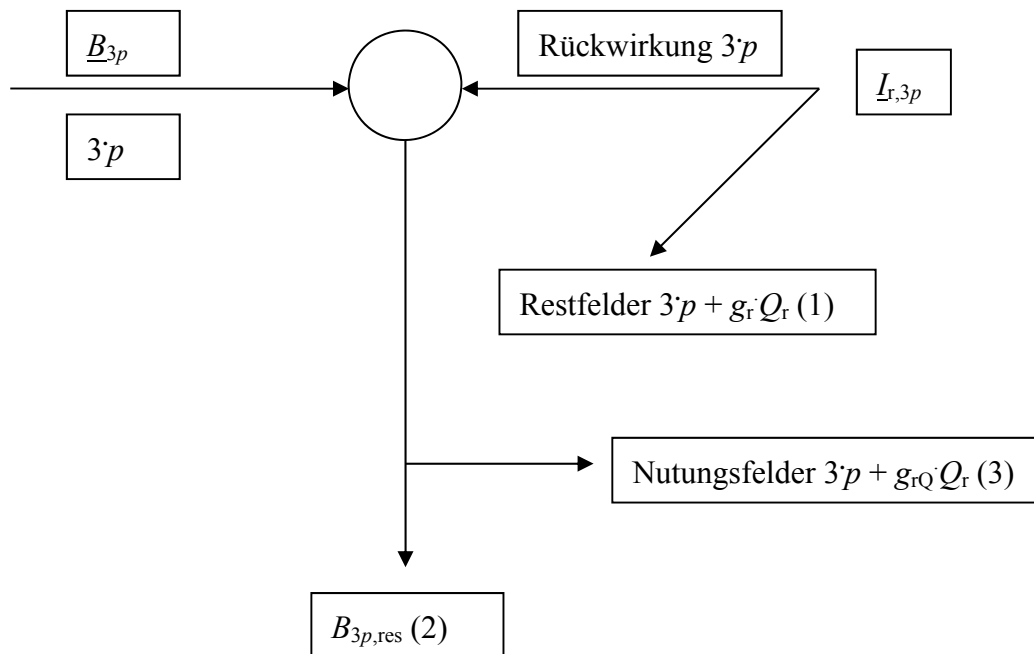


Bild 5.3-4: Komponenten 1, 2 und 3 der Sättigungsfelder

6 Die Berechnung der Ummagnetisierungsverluste

Die Ummagnetisierungsverluste werden als Summe der Hystereseverluste (prop. f) und Wirbelstromverluste (prop. f^2) berechnet. Die exzessiven (anomalen) Verluste nach *Bertotti* [54] sind bei nicht kornorientierten Blechen klein und werden daher meistens nicht berücksichtigt. Diese sind somit in den Wirbelstromverlusten enthalten. Ausgangspunkt für die Berechnung ist die *Steinmetz*-Formel (6-1), die die Ummagnetisierungsverluste je Masse angibt. Speziell für hohe Induktionen $B > 1T$ liefert (6-1) i. a. nicht korrekte Werte für die Ummagnetisierungsverluste.

$$p_{Fe} = k_{hy} \cdot f \cdot B^n + k_w \cdot f^2 \cdot B^2 \dots \text{nach Steinmetz [5] mit } n = 1,7 \dots 2 \quad (6-1)$$

k_{hy} , k_w ... Verlustbeiwerte für Hysteres- und Wirbelstromverluste

In der Literatur [54] wird zwischen klassischen und anomalen Wirbelstromverlusten unterschieden. Die anomalen Wirbelstromverluste ändern sich mit $f^{1,5}$ und sind durch den Einfluss der Korngröße bestimmt. Die Ummagnetisierungsverluste je Masse p_{Fe} (6-2) können berechnet werden, wenn die Verlustbeiwerte k_{Hy} , k_w und k_a bekannt sind.

$$p_{Fe} = k_{hy} \cdot f \cdot B^n + k_w \cdot f^2 \cdot B^2 + k_a \cdot f^{1,5} \cdot B^{1,5}, n = 1,7 \dots 2. \quad (6-2)$$

Wenn man die Ummagnetisierungsverluste für B -Werte $B > 1 T$ bestimmen möchte, so kann dies genauer in folgendem Ansatz geschehen [43]:

$$p_{Fe} = k_{hy} \cdot f \cdot B^2 + (k_w + a_4 \cdot B^{a_3}) \cdot f^2 \cdot B^2 \quad (6-3)$$

Die Faktoren a_3 und a_4 müssen aus einer Blechdatenanalyse gewonnen werden. Der Ansatz (6-3) ist im Programm KLASYS05 realisiert.

6.1 Der Einfluss der Feldverdrängung

Bei Umrichterspeisung muss zusätzlich berücksichtigt werden, dass hochfrequente Wirbelströme in den Blechen auftreten, die auf Grund der Feldverdrängung an die Blechseitenflächen hin bestimmte Wirbelstromverluste bedingen. Die Feldverdrängung wirkt sowohl bei den Wirbelstrom- als auch bei den Hystereseverlusten. Bei der Berechnung der Wirbelstromverluste muss man daher einen Faktor k_b für die Rückwirkung (Dämpfung) auf das ursprüngliche Feld und einen Faktor k_{da} für den Feldverdrängungseffekt in Betracht ziehen. Für den Fall kleiner Frequenzen oder den Fall, dass die Blechstärke kleiner als die Eindringtiefe ist, kann angenommen werden, dass die mittlere Flussdichte B_m innerhalb des

Blechs ungefähr gleich ist wie jene bei Frequenz Null. Deshalb ist für die Berechnung der Wirbelstromverluste diese mittlere Induktion ausschlaggebend sowie der Faktor k_{da} (6.1-1). Für den Fall hoher Frequenzen oder Blechdicke größer als die Eindringtiefe muss zur Berechnung der Verluste die Randinduktion B_s und der Faktor $k_{da} \cdot k_b^2$ verwendet werden.

Diese Faktoren sind definiert zu [8]

$$k_{da} = \frac{3}{\xi} \cdot \left(\frac{\sinh(\xi) - \sin(\xi)}{\cosh(\xi) - \cos(\xi)} \right), \quad (6.1-1)$$

$$k_b = \frac{\sqrt{2}}{\xi} \cdot \sqrt{\frac{\cosh(\xi) - \cos(\xi)}{\cosh(\xi) + \cos(\xi)}} \quad (6.1-2)$$

mit der reduzierten Blechdicke

$$\xi = d_b \cdot \sqrt{\kappa_b \cdot \pi \cdot f \cdot \mu}. \quad (6.1-3)$$

Dabei ist d_b die geometrische Blechdicke, κ_b die elektrische Leitfähigkeit des Blechs und μ dessen Permeabilität. Die Hystereseverluste müssen mit dem Faktor k_b korrigiert werden.

Fall a): Ursprünglicher Fluss ist konstant

Dieser Fall tritt auf bei Grundfeldern, die eingepreßt sind, also auch bei den Grundfeldern der Oberspannungssysteme im Umrichterbetrieb. Der ursprüngliche Fluss Φ bzw. die Induktion

B_m bleibt aufgrund des Induktionsgesetzes $\Phi_{k_{FU}} \sim \frac{U_{k_{FU}}}{f_{k_{FU}}}$ erhalten. Die wirksame Konstante ist

k_{da} :

$$P_{Fe,w} \sim k_{da} \cdot B_m^2 \cdot f^2$$

Fall b): Ursprünglicher Fluss ist nicht konstant und abdämpfbar

Dieser Fall tritt auf bei Oberfeldern, die Zusatzverluste verursachen und deren Größe bei Rückwirkung nicht auf ihren ursprünglichen Wert kompensiert wird (z. B. Pulsationsverluste). Die ursprüngliche Induktion B bleibt als Randinduktion B_s erhalten. Wirksame Konstanten sind k_{da} und k_b^2 :

$$P_{wb} \sim k_{da} \cdot (k_b \cdot B_s)^2 \cdot f^2$$

Die wirksame relative Permeabilität für die Berechnung der Ummagnetisierungsverluste hängt vom Grad der Eisensättigung ab und liegt meist in einem Bereich von 500 ... 900. Bei der Berechnung im Programm KLASYS05 kann man diesen Wert vorgeben.

6.2 Erhöhung der Ummagnetisierungsverluste durch Bearbeitung

In dieser Arbeit wurde versucht, die in [15] für schlussgeglühtes Elektroblech erforschten Bearbeitungseinflüsse durch Stanzen, Schweißen und Einziehen hinsichtlich der Erhöhung der Ummagnetisierungsverluste und der Verschlechterung der Magnetisierbarkeit einfließen zu lassen. Die Verschlechterungsfaktoren hängen daher von der Streifenbreite (also der Zahnbreite und der Jochhöhe) und von der mittleren Korngröße ab. Die Verschlechterungsfaktoren wirken vor allem bei den Hystereseverlusten. Für die Wirbelstromverluste wird ein konstanter Verschlechterungsfaktor verwendet. Für hochsiliziertes Dynamoblech (Si-Anteil 3%) erhält man nach [15] die in Bild 6.2-1 dargestellte Abhängigkeit der Ummagnetisierungsverluste von der Höhe der Amplitude der magnetischen Wechselfeld-Polarisation.

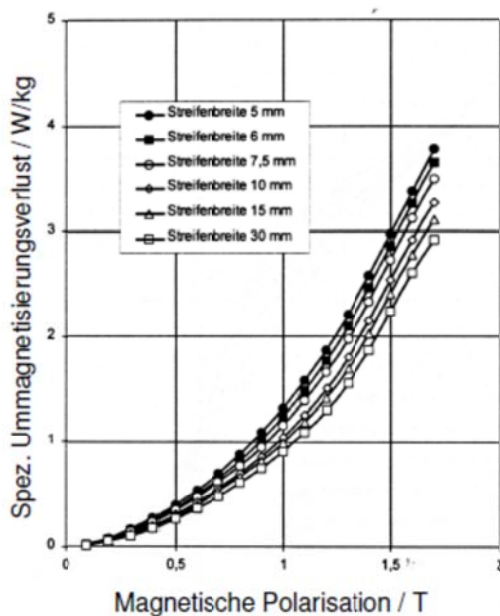


Bild 6.2-1: Verlustkurve eines hochsilizierten Elektroblechs (Si-Anteil = 3%) mit 0,5 mm Dicke und unterschiedlichen Blechstreifenbreiten (aus [15]).

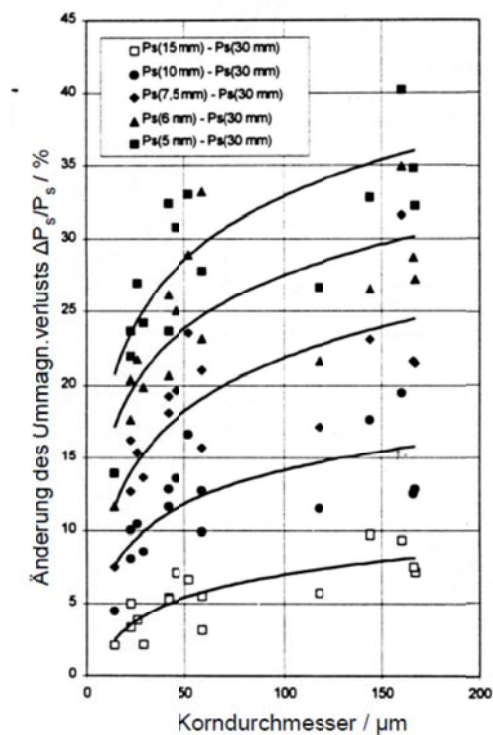


Bild 6.2-2: Änderung des spezifischen Ummagnetisierungsverlustes ΔP_{Fe} (hier ΔP_s genannt) bei $J = 1,5 \text{ T}$ für Blechstreifen unterschiedlicher Breite im Vergleich mit einem 30 mm breiten Streifen, wie er im Epsteinrahmen verwendet wird, in Abhängigkeit des mittleren Korndurchmessers (aus [15]). Blechdicke $d_B = 0,5 \text{ mm}$, Si-Anteil = 3%.

Der Einfluss der mittleren Korngröße als mittlerer Korndurchmesser kann bei $J = 1,5 \text{ T}$ aus dem Diagramm Bild 6.2-2 entnommen werden. Dabei ist

$$\Delta P_s = P_s(x \text{ in mm}, J = 1,5 \text{ T}) - P_s(30 \text{ mm}, J = 1,5 \text{ T})$$

mit dem Parameter $x = 5 \text{ mm}, 6 \text{ mm}, 7,5 \text{ mm}, 10 \text{ mm}, 15 \text{ mm}$ Streifenbreite.

Aus Bild 6.2-2 wird mit Hilfe einer Interpolation die Erhöhung der spezifischen Ummagnetisierungsverluste $\Delta P_s = \Delta P_{Fe}$ bei einem bestimmten mittleren Korndurchmesser und einer bestimmten Blechstreifenbreite ermittelt. Die Streifenbreite in der realen Maschine entspricht entweder der Zahnbreite im Zahnbereich oder der Jochhöhe im Jochbereich. Zwischen mittlerem Korndurchmesser und Si-Gehalt im Blech gilt gemäß [15] folgender Zusammenhang gemäß Bild 6.2-3:

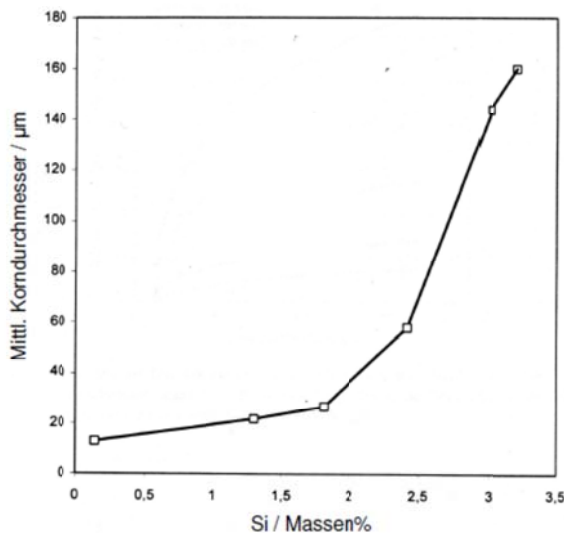


Bild 6.2-3: Abhängigkeit des Korndurchmessers bei schlussgeglühtem Elektroband mit $d_B = 0,5 \text{ mm}$ Dicke vom Si-Gehalt in Prozent der Blechmasse (aus [15]).

Demnach nimmt mit steigendem Si-Gehalt und damit steigendem spezifischen elektrischen Widerstand des Blechs die Größe des mittleren Korndurchmessers zu und damit die Ummagnetisierungsverluste. Die Verschlechterung der Magnetisierbarkeit, also die Verringerung der Permeabilität in Abhängigkeit der magnetischen Feldstärke bzw. des mittleren Korndurchmessers, wird aus den folgenden Diagrammen Bild 6.2-4 und 6.2-5 abgeleitet [15].

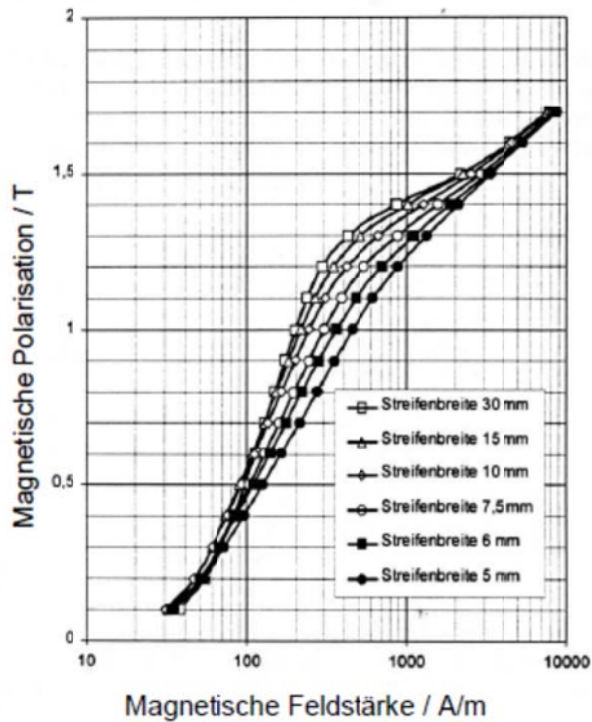


Bild 6.2-4: Magnetisierungskurve $J(H)$ eines hochsilizierten Elektroblechs (Si-Gehalt = 3%) mit 0,5 mm Dicke in Abhängigkeit der Blechstreifenbreite (aus [15]).

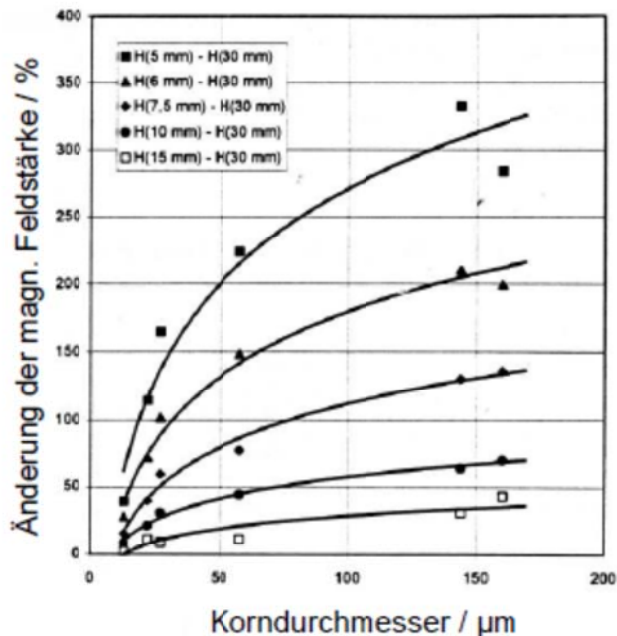


Bild 6.2-5: Erhöhung der magnetischen Feldstärke ΔH bei $J = 1 \text{ T}$ für unterschiedliche Blechstreifenbreite im Vergleich mit einem 30 mm breiten Blechstreifen, wie er im Epstein-Rahmen verwendet wird, in Abhängigkeit vom mittleren Korndurchmesser (aus [15]).

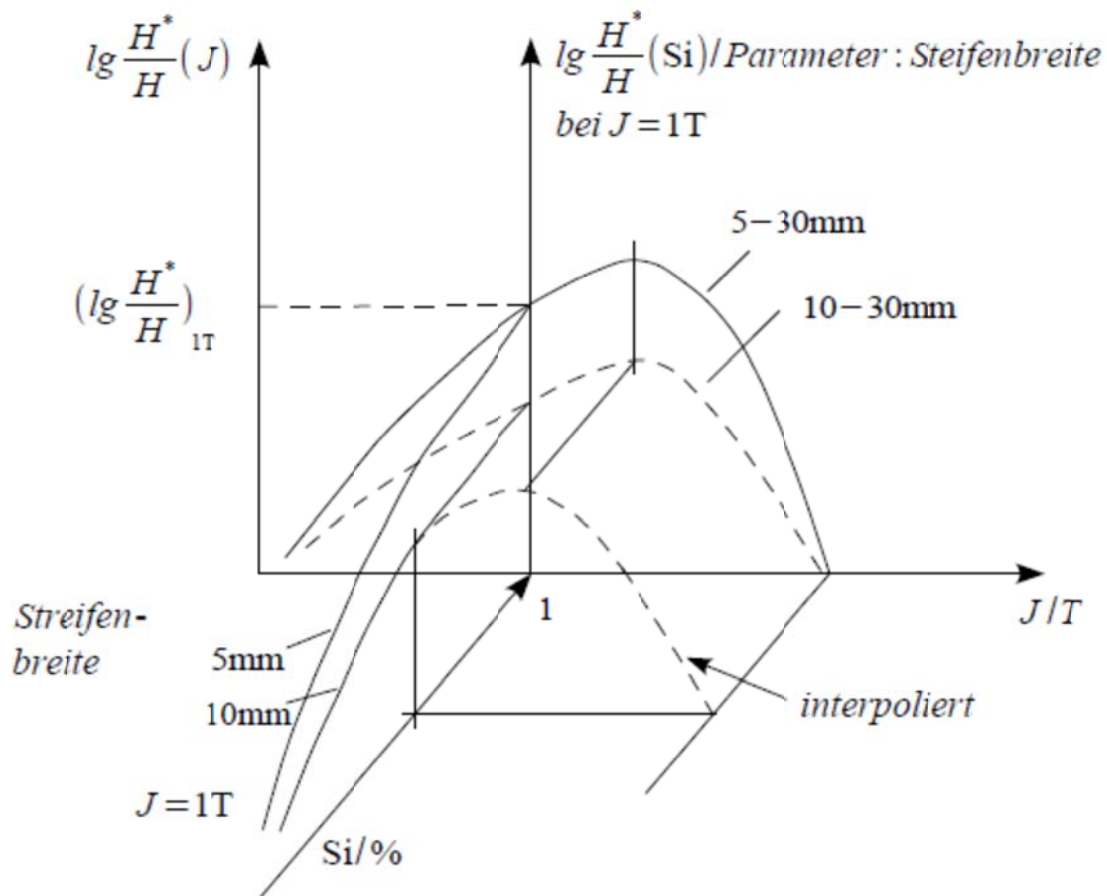


Bild 6.2-6: Kombination und Interpolation der Kurven aus Bild 6.2-4 (Ordinate links) und Bild 6.2-5 (Ordinate in Mitte). Abhängigkeit der Verschlechterung H^*/H von der Polarisation J und vom Siliziumgehalt (Korngröße), Parameter ist die Streifenbreite.

Zur Bestimmung der Erhöhung der magnetischen Feldstärke ΔH wird folgende Vorgangsweise eingeschlagen (siehe auch Bild 6.2-6):

Aus Bild 6.2-4 wird vorab die maximale Erhöhung $k_{\max} = \frac{H + \Delta H}{H}$ gemäß (6.2-1) - also jene zwischen 30 mm und 5 mm Blechstreifenbreite - in Abhängigkeit der Polarisation J ermittelt und dessen Zehnerlogarithmus ermittelt:

$$\lg(k_{\max}) = \lg\left(\frac{H + \Delta H}{H}\right) = f(J) \quad (6.2-1)$$

Ebenfalls aus Bild 6.2-4 wird der Logarithmus der maximalen Verschlechterung $k_{1\max}$, also jene zwischen 30 mm und 5 mm Streifenbreite, jedoch für $J = 1\text{ T}$ entnommen. Zur Bestimmung des Verschlechterungsfaktors k_{vB} in Abhängigkeit des mittleren Korndurchmessers, der Blechstreifenbreite und der Polarisation J im Blech gilt dann annähernd:

$$k_{vB} = 10^{\frac{\log(k_{\max})}{\log(k_{1,\max})} \cdot \log(k_1)} \quad (6.2-2)$$

wenn man k_1 bei $J = 1 \text{ T}$ für die aktuelle Streifenbreite und den aktuellen Korndurchmesser (Si-Gehalt) aus Bild 6.2-5 bestimmt.

6.3 Einfluss der rotierenden Feldkomponente auf die Hystereseverluste

Während in den Zähnen ein Wechselfeld auftritt, ist das zweidimensional verteilte Feld im Joch eine Überlagerung von einer Wechselfeld- und einer Drehfeldkomponente [7]. Durch die drehende Feldkomponente erhöhen sich die Hystereseverluste im Bereich zwischen 0 und ca. 1,7 T gegenüber den Hystereseverlusten im Wechselfeld. Die Bestimmung der wechselnden und drehenden Feldkomponenten im Joch bedarf der zweidimensionalen Feldberechnung, die hier nicht verwendet wird. Deshalb wird der Einfluss der erhöhten Hystereseverluste durch eine rotierende Feldkomponente in den Berechnungen vernachlässigt. Für die Erhöhung der Wirbelstromverluste wurden die Faktoren in Tabelle 6.3-1 berücksichtigt.

Tabelle 6.3-1: Faktoren zur Erhöhung der Wirbelstromverluste durch Bearbeitung

	Faktor
Joch ohne Einziehen des Statorpakets ins Gehäuse	1,2
Joch mit Einziehen des Statorpakets ins Gehäuse	1,65
Zahn durch unvollständige Isolierung	1,4

6.4 Behandlung von Überlagerungsfeldern

Bei der Überlagerung mehrerer Flussdichte-Wechselfelder, z. B. durch Oberwellen oder Oberschwingungen zufolge Umrichterspeisung, ist die Abhängigkeit $B(H)$ bereits im Fall reiner Wechselfelder, deren Feldvektor nicht rotiert, keine einfache geschlossene Hystereseschleife mehr. Es treten neben z. B. einer dominanten Schleife durch eine dominante Grundschwingung kleine Nebenschleifen durch z. B. höherfrequente Schwingungen auf (Bild 6.4-2). Der zeitliche Verlauf des Betrags des Feldvektors B lokal an einer bestimmten Stelle im Blechpaket ist dann eine Überlagerung einer dominanten Grundschwingung und höherfrequenten Oberschwingungen kleiner Amplitude (Bild 6.4-1). Für die Ermittlung der Hystereseverluste bei Vorhandensein von höherfrequenten Flusspulsationen im Netzbetrieb, die zu den in Bild 6.4-2 dargestellten Nebenschleifen führen, wird das vereinfachte Verfahren

nach *Biringer, Lavers, Hollitscher* [40] verwendet. Dieses Verfahren gilt für Grundwelleninduktionsamplituden $B \geq 1$ T und Oberschwingungen kleiner Amplitude. Bild 6.4-1 zeigt die prinzipielle Situation wie sie z. B. in einem Zahnschaft vorkommen kann.

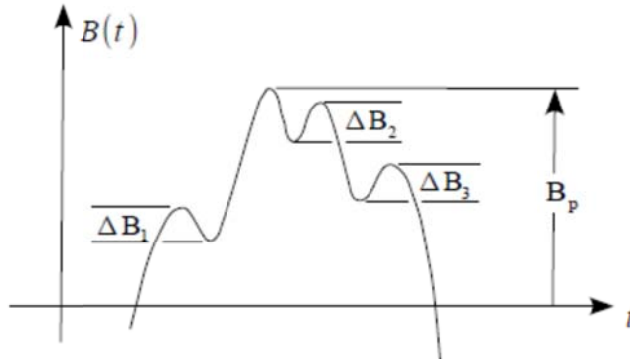


Bild 6.4-1: Ermittlung der höherfrequenten Wechselamplituden $\Delta B_i/2$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ aus dem Zeitverlauf der lokalen Induktion

Zu diesem Zwecke wird die lokale maximale Induktion B_p sowie die aus der Summe der Pulsamplituden ermittelte mittlere höherfrequente Amplitude $\frac{\Delta B_T}{2}$

$$\Delta B_T = \frac{1}{B_p} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta B_i \quad (6.4-1)$$

ermittelt. Da je Grundperiode n Nebenschleifen auftreten, deren Flächen proportional zu den zusätzlichen Verlusten sind, wird dies mit (6.4-1) richtig als Summe erfasst. Die gesamten Hystereseverluste ergeben sich aus

$$P_{hy} = P_{hy,\sin}(B_p) \cdot (1 + k \cdot \Delta B_T), \quad (6.4-2)$$

wobei $P_{hy,\sin}$ die Hystereseverluste ohne Oberschwingungen sind und k zwischen 0,6 und 0,7 anzusetzen ist.

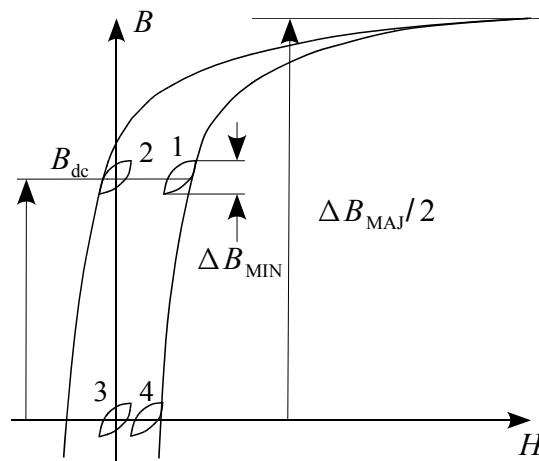


Bild 6.4-2: Hauptschleifen und Nebenschleifen durch Oberschwingungen

ΔB_{MAJ} ... Hauptschleife

ΔB_{MIN} ... Nebenschleife

Für die zusätzlichen Hystereseverluste bei Umrichterbetrieb durch die Spannungsüberschwingungen wird vereinfachend eine Näherung nach *Boglietti* [49] verwendet, welche den Gleichrichtwert der pulsweitenmodulierten Spannung verwendet.

$$P_{\text{Hy}} = \eta^{1,8} \cdot P_{\text{Hy,sin}} \quad (6.4-3)$$

$$\eta = \frac{U_{\text{av}}}{U_{\text{av},1}} \quad (6.4-4)$$

Dabei sind U_{av} und $U_{\text{av},1}$ die Gleichrichtwerte der pulsweitenmodulierten Strangspannung bzw. deren Grundschiwingung.

7 Die Zusatzverluste der Asynchronmaschine mit Käfigläufer im Netzbetrieb

Die Zusatzverluste werden in mehrere Gruppen aufgeteilt:

- Oberflächenverluste in den Stator- und Rotorzahnköpfen durch Feldoberwellen zufolge der verteilten Wicklung und der Nutöffnungen
- Pulsationsverluste in den Zähnen durch Feldoberwellen zufolge der verteilten Wicklung und der Nutöffnungen
- Querstromverluste im Läufer bei geschrägten nichtisoliertem Käfig
- Wirbelstromverluste (Stromverdrängung) in der Ständerwicklung
- Ummagnetisierungsverluste im elektrisch leitfähigen ggf. ferromagnetischen Gehäusemantel und in den Endblechen
- Stromwärmeverluste im Käfig durch Rotoroberströme
- Stromwärmeverluste in der Statorwicklung bei Dreieckschaltung durch einen sättigungsbedingten Kreisstrom dreifacher Netzfrequenz

7.1 Der klassische Ansatz nach *Richter*

Die Formeln für die Zusatzverluste in der alten Version von KLASYS stammen alle von *Richter* [6]. Ein typisches Kennzeichen der klassischen Berechnung ist die Trennung zwischen den Verlusten durch die nutungsbedingten Luftspaltfeldeinbrüche (im Leerlauf) und durch die Durchflutungs- bzw. Wicklungsoberwellen (bei Last). Allerdings treten bei beiden Verlustanteilen die gleichen Oberwellenordnungszahlen bzw. Frequenzen auf. Insofern ist eine getrennte Berechnung nicht korrekt. *Dreyfus* [47] beweist jedoch anhand des glatten Rotors, dass bei der getrennten Berechnung kein erheblicher Fehler auftritt. Nichtsdestotrotz ist es anzustreben, die Trennung dieser Verluste zu vermeiden und sie geschlossen zu berechnen.

7.1.1 Klassische Oberflächenverluste im Leerlauf

Generell handelt es sich bei diesen Verlusten um Wirbelstromverluste im unendlich tiefen Eisenblech die proportional $(f \cdot B)^2$ sind, wobei die Feldverdrängung berücksichtigt wird. Die so entstandene Formel wird auf die Verluste in einem massiven Polschuh angewandt und ergibt die Basisformel für alle Oberflächenverluste zu

$$P_o \sim k_o \cdot (Q \cdot n)^{1,5} \cdot (B_o \cdot \tau_Q)^2. \quad (7.1.1-1)$$

Dabei ist k_o ist ein analytischer Ausdruck, der die relative Permeabilität μ_r und den spezifischen Widerstand ρ beinhaltet. Dieser wird aber experimentell bestimmt, wodurch für geblechte Pakete dieselbe Formel wie für geblechte ‚Polschuhe‘ verwendet werden kann. Zur Berechnung der Induktion B_o in Bild (7.1.1-1) geht *Richter* von der halben Tiefe des Nutungseinbruchs $B_o = \frac{(B_{\max} - B_{\min})}{2}$ aus, was bei Annahme einer Sinusform auf den

Mittelwert $B_m = \frac{2}{\pi} \cdot B_o$ führt. Zwischen B_o und dem Mittelwert der Luftspaltinduktion besteht ein Zusammenhang über den *Carter*-Faktor. Wenn die Form des Feldeinbruchs durch die Nutung zu sehr von der Sinusform abweicht, muss dieser in eine Fourierreihe zerlegt werden. Angewandt wird die Verlustformel für massive Polschuhe mit Berücksichtigung des Skineffekts. Die Nutschlitz des betroffenen Teiles können durch eine Korrektur berücksichtigt werden.

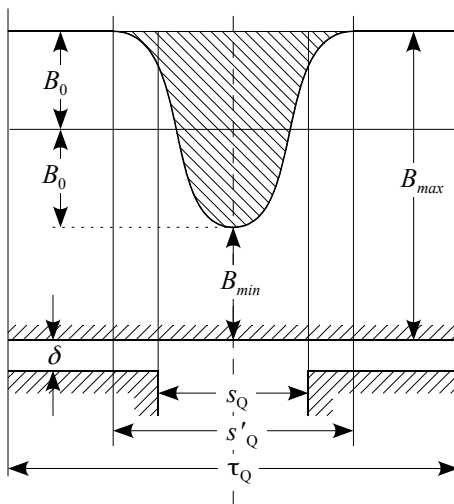


Bild 7.1.1-1: Normalkomponente der Induktion an der Polschuhoberfläche für $s/\delta = 4,5$ [4].

Die Methode nach *Richter* ist in zweierlei Hinsicht unkorrekt. Zum einen wird der Nutschlitz nicht richtig erfasst und zum anderen wird die Verlustformel für massive Polschuhe angewandt. Die Annahme, dass die Nutungsoberwellen nur reine Oberflächenverluste erzeugen, ist zulässig.

7.1.2 Klassische Oberflächenverluste bei Last

Richter zieht von der Felderregerkurve als Treppenkurve den stetigen Anteil in Form eines Trapezes (nicht die Grundwelle) ab und erhält einen sägezahnförmigen Verlauf der relativ zum erregenden Teil („Anker“) ruht und sich nur im Maße des Wechselstromes ändert, wie man in Bild 7.1.2-1 b und c erkennt. Dieser Anteil bildet die Ursache für diese Verlustart. Der Sägezahn muss aber noch mit dem Luftspaltleitwert der stromdurchflossenen Nut nach *Carter* multipliziert werden. Dann entsteht ein annähernd sinusförmiger Verlauf (Bild 7.1.2-2). Für die Oberflächenverluste wird wieder die Formel für massives Eisen mit Feldverdrängungseffekt verwendet und über alle Induktionswellen addiert. Mit B' aus Bild 7.1.2-2 und $B_v = K_v \cdot B'$ können die Oberflächenverluste aller Oberwellen summiert werden. Der Faktor K_v ist aus einer Fourieranalyse der Feldkurve B zu ermitteln. Die so entstehende Summe

$$K_2 = \sum_v \frac{K_v^2}{\sqrt{v}}$$

ist für verschiedene Verhältnisse s_Q/δ und τ_Q/δ in graphischer Form vorhanden [8]. Letztlich resultiert für die Oberflächenverluste die Formel

$$P_o \sim k_o \cdot \left(\frac{\tau_Q}{\delta} \right)^2 \cdot K_2 \cdot (Q \cdot n)^{1,5} \cdot (\Theta_Q)^2. \quad (7.1.2-1)$$

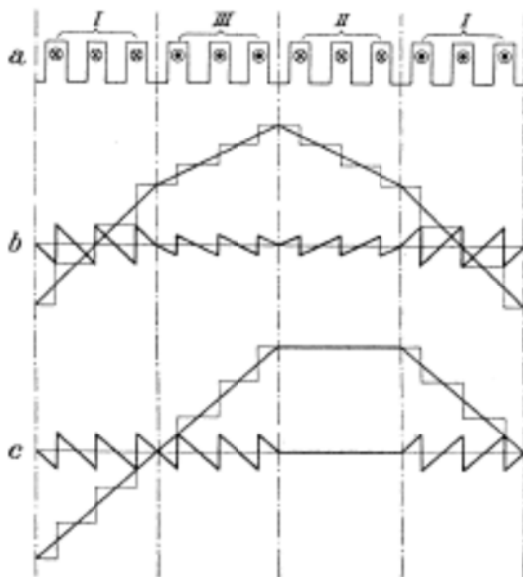


Bild 7.1.2-1 a bis c: Zerlegung der treppenförmigen Felderregerkurve (schwach) in einen stetigen und einen sägezahnblattformigen Anteil (stark). b) zur Zeit t_1 , c) zur Zeit t_2 [8].

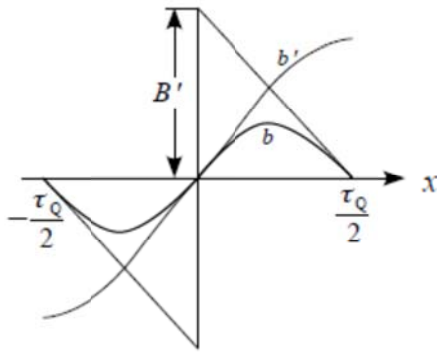


Bild 7.1.2-2: Ermittlung der Feldkurve $b(x)$ aus der sägezahnblattformigen Felderregerkurve und dem Luftspaltleitwert b' [8].

Der Faktor k_0 ist vom Material und der Blechung abhängig und liegt im Bereich $k_0 = 4$. Mit der Methode nach Richter wird diesmal der Nutschlitz richtig erfasst, jedoch wird wieder die Verlustformel für massive Polschuhe angewandt.

7.1.3 Klassische Pulsationsverluste im Leerlauf

Auch hier handelt es sich um Wirbelstromverluste $(\sim f \cdot B)^2$, die mit einem Feldverdrängungsfaktor multipliziert werden. Diese Verlustart tritt nur bei gegenseitiger Nutung auf. Ausgehend von den Grenzstellungen Zahn gegenüber Zahn oder Zahn gegenüber Nut wird die Amplitude der Schwankung aus der mittleren Zahninduktion, der Luftspaltinduktion und dem Carter'schen Faktor bestimmt. Die Schwankung der mittleren Zahninduktion und deren Einfluss auf den Feldverdrängungsfaktor wird letztlich vernachlässigt. Dazu kommt noch ein 80%-iger Zuschlag für Bearbeitung und Abflachung. . Letztlich resultiert die Formel

$$P_p \sim (Q \cdot n \cdot B_p)^2 \quad (7.1.3-1)$$

mit B_p als der Amplitude der Pulsationsfeldes.

7.1.4 Klassische Pulsationsverluste bei Last

Auch hier wird der Sägezahnverlauf aus Abschnitt 7.1.2 verwendet. Dieser Induktionsverlauf wird in Einzelwellen zerlegt, deren Grundwellenlänge gleich einer Nutteilung ist. Der Zahnfluss wird aus der Integration des Induktionsverlaufes gewonnen. Durch Division durch den mittleren Querschnitt des Zahns erhält man die Induktionsamplitude im Zahn und im weiteren die Pulsationsverluste. Praktisch wird nur die Induktionsgrundwelle B_1 verwendet, deren Feldverdrängungsfaktor praktisch 1 ist. Letztlich resultiert die Formel

$$P_p \sim k_o \cdot \left(\frac{\tau_Q}{C_2} \right)^2 \cdot (Q \cdot n \cdot \Theta_Q)^2 \cdot \left(\frac{B_1}{B'_1} \right)^2 \quad (7.1.4-1)$$

mit B_1 als der Amplitude der Grundwelle der Induktion b_1 über eine Nutteilung (Bild 7.1.4-1).

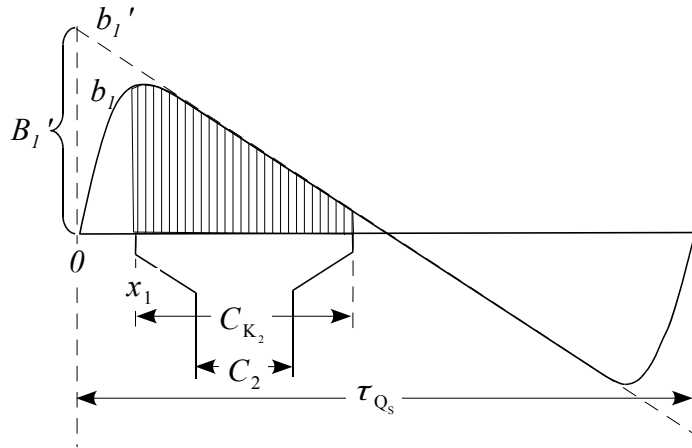


Bild 7.1.4-1: Zur Ermittlung der Zahnpulsationsverluste durch die Nutdurchflutungen [6].

7.2 Die Berechnung der Zusatzverluste in KLASYS05

Die Zusatzverluste werden mittels den in den vorangegangenen Kapiteln erwähnten Grundlagen und Formelsätzen im Programm KLASYS05 wie folgt berechnet:

- Berechnung der Läuferoberströme: Ausgangspunkt ist der Grundswingungsstrom $I_s(s)$ und die Hauptfeldsättigung k_h für eine bestimmte Ständerspannung U_s , Ständerfrequenz f_s und einem Schlupf s nach dem Ersatzschaltbild von *Weppler*.
- Berechnung des Luftspaltfeldes nach *Taegen*.
- Berechnung der Zusatzverluste in den Ständerzähnen, dem Ständerjoch und dem Läuferkäfig nach *Schetelig*.
- Berechnung der Zusatzverluste in den Rotorzahnköpfen durch die Oberwellen des vom Magnetisierungsstrom abhängigen Leerlaufeldes nach *Taegen* als Oberflächenverluste.
- Berechnung der Zusatzverluste in den Rotorzahnköpfen durch die Oberwellen des vom Laststrom abhängigen Zickzack-Streufusses nach *Weppler* als Zahnkopfverluste.
- Berechnung der Zusatzverluste in den Rotorzahnschäften als Pulsationsverluste, bei ungeschrägtem Käfig nach *Taegen* oder alternativ nach *Schetelig*, bei geschrägtem Käfig nach *Weppler/Schetelig* mit Berücksichtigung der Querströme.

Die Zusatzverluste werden bei der Berechnung der Kenndaten der Maschine wie folgt berücksichtigt.

Aus der mit (1.1.2-2) bzw. (1.1.2-3) berechneten Luftspaltleistung werden zunächst die Ständerzusatzverluste $P_{\text{zus,s}}$ und die Ständer-Kreisstromverluste $P_{\text{Cu,s,3}}$ (siehe Abschnitt 2.4) abgezogen:

$$P'_d = P_d - P_{\text{zus,s}} - P_{\text{Cu,s,3}} \quad (7.2-1)$$

Daraus werden die Läuferstromwärmeverluste

$$P_r = s \cdot P'_d$$

und der Leistungsfaktor

$$\cos(\varphi) = \frac{P'_d + P_{\text{Cu,s}} + P_{\text{Fe}} + P_{\text{zus,s}}}{3 \cdot U_s \cdot I_s} \quad (7.2-2)$$

berechnet, sowie daraus wiederum die Blindleistung Q . Die abgegebene mechanische Leistung ist

$$P_{\text{out,m}} = P'_d - P_r - P_{\text{Cu,r,3}} - P_f - P_{\text{zus,r}} \quad (7.2-3)$$

wobei $P_{\text{Cu,r,3}}$ die Stromwärmeverluste im Läuferkäfig durch die 3. Sättigungswelle sind und P_f die Reibungsverluste darstellen. Das Drehmoment errechnet sich zu

$$M = \frac{P'_d - P_f - P_{\text{Cu,r,3}}}{\omega_{\text{mech}}} + M_{\text{Br,r}} \quad (7.2-4)$$

wobei $M_{\text{Br,r}}$ das bremsende Moment durch die im Läufer auftretenden Pulsations- und Oberflächenverluste sind. Die Summe der Verluste ist somit

$$V_{\text{ges}} = P_{\text{Cu,s}} + P_{\text{Cu,s,3}} + P_r + P_{\text{Cu,2,3}} + P_{\text{Fe}} + P_{\text{zus}} + P_f \quad (7.2-5)$$

und der Leistungsfaktor neu

$$\cos(\varphi) = \frac{P_{\text{in}}}{\sqrt{Q^2 + P_{\text{in}}^2}} \quad (7.2-6)$$

Die zugeführte elektrische Leistung ist

$$P_{\text{in}} = P_{\text{out,m}} + V_{\text{ges}} \quad (7.2-7)$$

Zuguterletzt wird noch der Wirkungsgrad berechnet. Die einzelnen Komponenten dieser Zusatzverluste werden in den folgenden Abschnitten behandelt.

7.3 Stromwärmeverluste durch Läuferoberströme und Querströme

Läuferstromwärmeverluste durch Querströme werden gemäß Kapitel 1 durch die Verwendung des komplexen Schrägungsfaktors nach Formel (1.1.2-1) erfasst. Die zur Berechnung des

komplexen Schrägungsfaktors benötigte Läufer-Hauptfeldreaktanz X_{rhv} wird zur Berücksichtigung der Sättigung mit dem Hauptfeldsättigungsfaktor k_h berechnet. Die Stromwärmeverluste durch Staboberströme entsprechend der Methode nach *Weppeler* (mit dem erweiterten Kopplungsfaktor) oder der Methode nach *Taegen*.

7.4 Verluste durch Pulsationen in den Ständerzähnen und im Ständerjoch

Mit der Berechnung der Flusspulsationen gemäß Kapitel 5 können nun deren Wirbelstromverluste nach Kapitel 6 bestimmt werden. Die Berechnung erfolgt mit Berücksichtigung der Feldverdrängung. Die Pulsationsverluste durch den Spaltstreufloss in den Zahnköpfen erhält man aus folgendem Formelsatz:

$$A_{zk} = k_{Fes} \cdot l_{Fe} \cdot d \cdot \sin(\rho_s) \dots \text{mittlerer Querschnitt (siehe auch [18] und [17] S. 48, 49)} \quad (7.4-1)$$

$$B_{zk} = a_g \cdot \frac{\Phi_{ss}}{A_{zk}} \dots \text{Induktion im Zahnkopf} \quad (7.4-2)$$

$$m_{zk} = l_m \cdot A_{zk} \cdot \rho_{D, \text{Blech}} \dots \text{Masse des Zahnkopfs}$$

$$l_m = \frac{(\tau_{Qs} - s_{Qs}^* + s_{Qr}^*)}{2 \cdot \cos(\rho_s)} \dots \text{mittlere Länge des Zahnkopfabschnitts} \quad (7.4-3)$$

7.5 Die Oberflächen- und Pulsationsverluste im Läufer

Da Spaltstreufloss und Nutstreufloss im Zahnkopf örtlich getrennt sind, können die durch sie verursachten Ummagnetisierungsverluste separat berechnet werden. Zur Berechnung der Verluste durch den schlupffrequenten Spaltstreufloss im Zahnkopf muss zuerst der Spaltstreufloss einer Rotornut vom Rotor aus gesehen betrachtet werden. Die rotorlageabhängige Periodizität des Zickzack-Streuflosses ist nun eine Ständernutteilung.

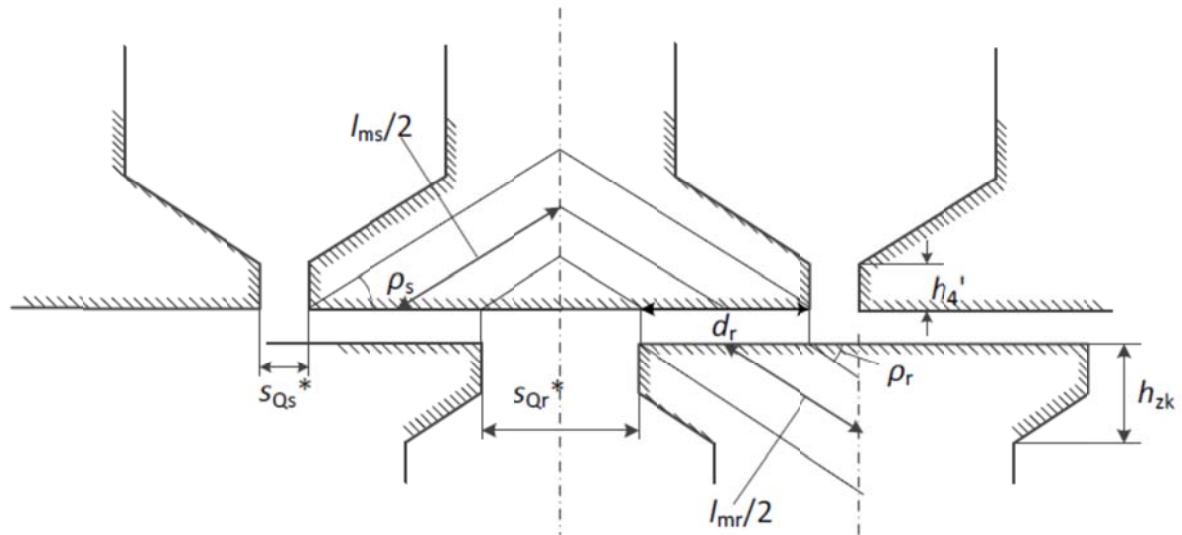


Bild 7.5-1: Relative Position von Stator und Rotor bei maximalem Spaltstreufloss der Rotornut. Der Rotornutöffnung steht ein Statorzahn gegenüber.

Die im Bild 7.5-1 dargestellten Flussquerschnitte und mittleren Feldlinienlängen im Zahnkopf lauten:

$$d_r = (\tau_{Qs} - s_{Qs}^* - s_{Qr}^*) \cdot 0,5 \quad (7.5-1)$$

$$l_{mr} = \frac{\tau_{Qr} - s_{Qr}^* + s_{Qs}^*}{2 \cdot \cos(\rho_r)} \quad (7.5-2)$$

Der mittlere Querschnitt im Rotorzahnkopf ergibt sich aus

$$Q_{zk,r} = k_{Fe} \cdot l_{Fe} \cdot d_r \cdot \sin(\rho_r) \quad (7.5-3)$$

Wie bereits in Kapitel 1, Bild 1.1-2 erwähnt wurde, ist die Bestimmung des Feldwinkels ρ_r problematisch und oft ungenau. Aus [11] Seite 45 entnimmt man

$$\Phi_{S,max,r} = \frac{\mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot d_r}{2 \cdot \delta} \cdot \Theta_{QsB} \quad \text{und} \quad (7.5-4)$$

$$\Phi_{S,min,r} = \mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot \left(\lambda_r + \frac{h'_{s4}}{s_{Qs}} + \frac{h'_{r4}}{s_{Qr}} \right) \cdot \Theta_{QsB}, \quad (7.5-5)$$

wobei λ_r so erhalten wird, dass im Ausdruck (4.3-17) für λ_s und (4.3-23) für β die Nutschlitzbreiten s_{Qr} und s_{Qs} gegeneinander ausgetauscht werden. Somit ist wiederum der läuferseitige Zickzack-Streufloss

$$\Phi_{ss,r} = \Phi_{S,max,r} - \Phi_{S,min,r} \quad (7.5-6)$$

Der läuferseitige Zickzack-Streufloss wird von der Läufernutdurchflutung $\Theta_{Qr} = \Theta_{QsB}$ hervorgerufen, welche aber mit $s \cdot \omega_s$ schlupffrequent ist. Die Verdrehung des Läufers um die

um den Weg x' ergibt eine örtliche Periodizität des Zickzack-Streufusses von τ_{Qs} und nach erfolgter Fourieranalyse die Periodendauern der harmonischen Anteile der Ordnung g zu

$$g \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{x'}{\tau_{Qs}},$$

wobei

$$x'(t) = (1-s) \cdot \frac{f_s}{p} \cdot Q_s \cdot \tau_{Qs} \cdot t$$

ist. Durch die Modulation mit der Schlupffrequenz ergibt sich die Frequenz der höherharmonischen Anteile zu

$$s \cdot \omega_s \cdot t + g \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{x'(t)}{\tau_{Qs}} = s \cdot \omega_s \cdot t + g \cdot \frac{(1-s) \cdot \omega_s \cdot Q_s \cdot t}{p} = \omega_s \cdot t \cdot \left(s + \frac{g \cdot Q_s}{p} \cdot (1-s) \right), \quad (7.5-7)$$

also gleich wie die Frequenz der Ständermutharmonischen (2.2.2-9b) im Läufer. Somit folgt für den rotorseitigen Spaltstreufuss

$$\begin{aligned} \Phi_{Sr} = & \left[\Phi_{ss,r} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'_r}{\tau_{Qs}} + \Phi_{S,min,r} \right] \cdot \cos(s \cdot \omega_s \cdot t) + \dots, \\ & \dots + \Phi_{ss,r} \cdot \sum_g a_{gr} \cdot \cos \left[\omega_s \cdot t \cdot \left(s + \frac{g \cdot Q_s}{p} \cdot (1-s) \right) \right] \end{aligned} \quad (7.5-8)$$

wobei a_{gr} so berechnet wird, dass in (5.1-5) für a_g die Nutteilung τ_{Qr} durch τ_{Qs} und d' durch d'_r ersetzt wird. Ähnlich wie λ_r wird d'_r analog zu (4.3-14) berechnet. Der schlupffrequente Anteil des Spaltstreufusses ist

$$\Phi_{Sr,50} = \left(\Phi_{ss,r} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{d'_r}{\tau_{Qs}} + \Phi_{S,min,r} \right), \quad (7.5-9)$$

und somit folgt für diesen Anteil der Zahnkopfinduktion

$$B_{zk,r,50} = \frac{\Phi_{Sr,50}}{Q_{zk,r}}$$

und deren Frequenz

$$f_r = f_s \cdot s.$$

Die höherfrequenten Anteile der Zahnkopfinduktionen ergeben sich aus (7.5-8) analog dazu.

Die Ummagnetisierungsverluste werden mit der Masse aller Zahnköpfe

$$m_{zk} = l_{mr} \cdot Q_{zk,r} \cdot \rho_D \cdot Q_r$$

berechnet. Dabei ist l_{mr} aus Bild 7.5-1 zu entnehmen, $Q_{zk,r}$ der wirksame Querschnitt sowie ρ_D die Dichte des verwendeten Elektroblechs.

Die Berechnung der schlupffrequenten Ummagnetisierungsverluste durch den Nutstreiffluss des Läufergrundstroms im Läuferzahnkopf ([11] Formel 15) erfolgt mit der Annahme, dass sich der gesamte Nutstreiffluss über den Zahnkopf schließt, d. h., dass rechnerisch der gesamte Nutstreifflussleitwert λ_{Φ_Q} , welcher analog zu (4.2-2) berechnet wird, verwendet wird. Mit $\underline{I}_{Stab} = \underline{I}'_r \cdot \underline{u}_1$ und dem Stromübersetzungsverhältnis \underline{u}_1 für die Grundwelle aus (1.1.2-11) wird der gesamte Nutstreiffluss

$$\underline{\Phi}_{Q,\sigma} = \mu_0 \cdot \lambda_{\Phi_Q} \cdot l_{Fe} \cdot \underline{I}_{Stab} \cdot \sqrt{2} . \quad (7.5-10)$$

Die Höhe des Nutschlitzes wird mit

$$h'_{r4} = \lambda_{4r} \cdot s_{Qr}$$

berechnet. Über die Zahnkopfinduktion

$$B_{z\sigma,Q} = \frac{\Phi_{\sigma,Q}}{k_{Fer} \cdot 0,67 \cdot (h_{zk,r} - h_{r4} + h'_{r4}) \cdot l_{Fe}} \quad (7.5-11)$$

und die Masse aller Zahnköpfe

$$m_{zk} = 0,5 \cdot Q_r \cdot l_{Fe} \cdot k_{Fer} \cdot \frac{h_{zk,r} - h_{r4} + h'_{r4}}{\tau_{Qr} - s_{Qr}} \cdot \rho_D \quad (7.5-12)$$

werden die Ummagnetisierungsverluste bestimmt (Formeln in Kapitel 6).

7.5.1 Pulsationen im Zahnschaft für ungeschrägte Läuferfalten nach Taegen

Zur Berechnung der Flusspulsation in den Rotorzahnschäften kann man vom unabgedämpften Luftspaltfeld oder vom Rotoroberstrom ausgehen. Im ersten Fall berechnet man ausgehend vom unabgedämpften Luftspaltfeld den durch den Käfig abgedämpften Fluss im Zahnschaft mit Hilfe eines Abdämpfungsfaktors. Die unabgedämpften Felder setzen sich aus den Wicklungs- und Ständernutungsfeldern zusammen (siehe Kapitel 2.2 und 2.3). Man muss gemäß [45] zwischen der Abdämpfung des Felds und dessen Rückwirkung unterscheiden. Das durch die Rückwirkung des Läuferfelds resultierende Luftspaltfeld umfasst nur Felder der gleichen Polzahl wie das ursprüngliche induzierende Ständerfeld. Im Läuferzahn sind jedoch auch Felder der doppeltverketteten Läuferstreuung (Spaltstreiffluss) vorhanden, welche bezüglich des Läufers die gleiche Frequenz besitzen. Diese sind bei der Verlustberechnung zu berücksichtigen. Dieser Umstand wird sowohl von Taegen ([45] Seite 6) als auch von Schetelig ([11] Seite 32 und 87) berücksichtigt. Dazu ein Zitat aus [46]:

Die geringen Pulsationsverluste im Läufer sind eine Folge der Abdämpfung der Ständeroberfelder durch den Käfig. Um die Abdämpfung richtig erfassen zu können, hat man folgendes zu beachten. Jedes Ständeroberfeld

$$B_\nu(x_r, y, t) = \hat{B}_\nu \cdot \cos\left(\nu \cdot x_r - s_\nu \cdot \omega_s \cdot t + \nu \cdot \beta \cdot \frac{y}{l_{Fe}} - \varphi_s\right) \quad (7.5.1-1)$$

mit der Amplitude \hat{B}_ν , der Polpaarzahl ν , der von der Läuferumfangskoordinate x_r aus beurteilten Kreisfrequenz $s_\nu \cdot \omega_s$, dem Schrägungswinkel β und dem Phasenwinkel φ_s (mit y als axiale Läuferkoordinate) erzeugt Ströme im Läuferkäfig, die ihrerseits Ursache für eine Reihe von Feldern $B_\mu(x_r, t) = \hat{B}_\mu \cdot \cos(\mu \cdot x_r - s_\nu \cdot \omega_s \cdot t - \varphi_{r\nu})$ mit den Polpaarzahlen

$$\mu = g \cdot Q_r + \nu, \quad g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

sind. Unter diesen gibt es ein Feld der gleichen Polpaarzahl ($\mu = \nu$), welches das erzeugende Feld schwächt. Bei der Berechnung der Abdämpfung von Feldern durch den Läufer denkt man im Allgemeinen nur an dieses eine Feld. Für die hinsichtlich der Zusatzverluste wichtigen Nutharmonischen ist diese Rückwirkung meist aber sehr gering (Zitat Ende).

Eine durch zwei benachbarte Stäbe und die Ringe begrenzte Läufermasche umfasst dagegen die Summe der Flüsse aller Felder sowie einen Teil des Nutstreufflusses $\underline{\Phi}_{\sigma\nu}$. Infolge der bei den in Frage kommenden hohen Frequenzen auftretenden Stromverdrängung konzentriert sich dieser auf den oberen Teil der Nut, sodass man näherungsweise annehmen kann, dass der gesamte Nutstreuffluss im Zahnschaft vorhanden ist. Damit ergibt sich der Fluss im Zahn zu

$$\underline{\Phi}_{z\nu} = \int_{y=-0,5 \cdot l_{Fe}}^{0,5 \cdot l_{Fe}} \int_{x_r=-\frac{\pi}{Q_r}}^{\frac{\pi}{Q_r}} (B_\nu + \sum B_\mu) \cdot R \cdot dx_r \cdot dy + \underline{\Phi}_{\sigma\nu}. \quad (7.5.1-2)$$

Die Anwendung des Induktionsgesetzes auf eine Läufermasche liefert

$$-\frac{d\underline{\Phi}_{z\nu}}{dt} = \underline{I}_{R\nu} \cdot R_{R\nu}, \quad (7.5.1-3)$$

bzw.

$$-j \cdot s_\nu \cdot \omega \cdot \underline{\Phi}_{z\nu} = \underline{I}_{R\nu} \cdot R_{R\nu}. \quad (7.5.1-4)$$

wobei $R_{R\nu}$ der auf einen Ringabschnitt bezogene Läuferwiderstand bestehend aus einem Stab- und zwei halben Ringabschnitten

$$R_{R\nu} = 2 \cdot R_{\text{Ring},\nu} + \left(2 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)\right)^2 \cdot R_{\text{Stab},\nu}, \quad (7.5.1-5)$$

und \underline{I}_{Rv} der Ringstrom (Maschenstrom) sowie $\underline{\Phi}_{zv}$ der Effektivwert des Zahnflusses ist. Der Fluss im Zahn wird demnach bis auf den der ohm'schen Spannung entsprechenden Teil abgedämpft. Bei den üblichen Widerständen R_{Rv} und Ströme \underline{I}_{Rv} sind die zugehörigen Flüsse $\underline{\Phi}_v$ in den Zähnen sehr klein. Bei Maschinen mit geraden Nuten ist die Phasenlage der Induktion von der axialen Lage y unabhängig. Damit sind dann auch die Induktionen in den Läuferblechen und die von ihnen hervorgerufenen Pulsationsverluste sehr gering. Diese Tatsache zeigt auch die Messung. Man darf also den Fluss im Zahn nicht aus dem Feld \underline{B}_v und ($\underline{B}_{\mu \neq v}$) allein berechnen. Die Felder der doppeltverketteten Läuferstreuung ($\underline{B}_{\mu \neq v}$) sind an der Abdämpfung des Flusses im Zahn entscheidend beteiligt. Wenn man dann noch den Ringstrom durch den Fluss des unabgedämpften Oberfeldes im Läuferzahn ausdrückt, erhält man den oben erwähnten Abdämpfungsfaktor [45].

Im zweiten Fall erhält man aus (7.5.1-3) den Zahnfluss $\underline{\Phi}_{zv}$ direkt aus dem zugehörigen Rotoroberstrom \underline{I}_{Rv} , wobei der Zahnfluss auch den Nutstreufluss des v -ten Stabstromes enthält. Dies beruht auf der Annahme, dass der Läuferstab an jeder beliebigen Stelle unterhalb der Nutöffnung voll mit dem Streufluss verkettet ist oder anders ausgedrückt, der Streufluss zur Gänze im Nutschlitz auftritt.

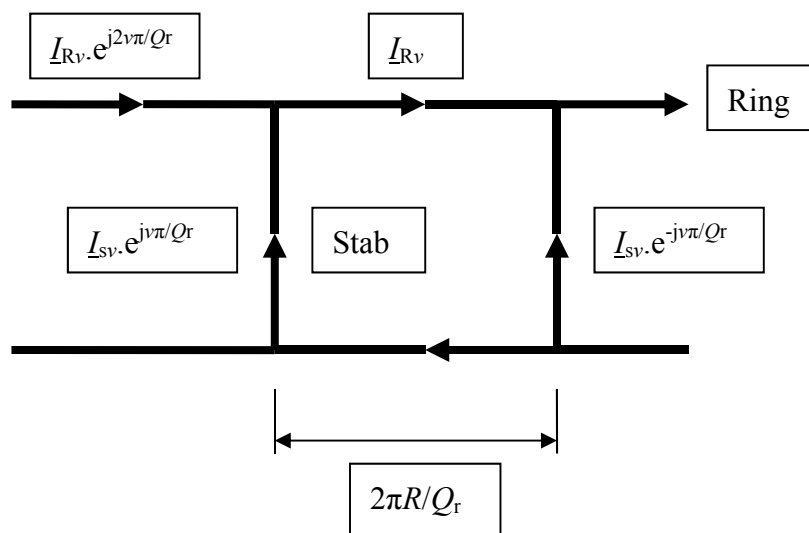


Bild 7.5.1-1: Läufermasche mit Stab- und Ringströmen

Wie aus der oben genannten Gleichung (7.5.1-4) hervorgeht, wird demnach der Fluss im Zahn bis auf den dem ohm'schen Widerstand entsprechenden Rest abgedämpft. Die Berechnung geht also von einem vorab berechneten Läuferingstrom $\underline{I}_{R,v}$ aus, in der auch der Nutungseinfluss von Stator- und Läufernutung in irgendeiner Form berücksichtigt ist (siehe Abschnitt 2.2.1 Formeln (2.2.1-12) und (2.2.1-13) oder Abschnitt 1.2). Ein Beispiel für den

Pulsationsfluss im Läuferzahn, berechnet mit Gleichung (7.5.1-4) ist in Bild 7.5.1-2 ersichtlich.

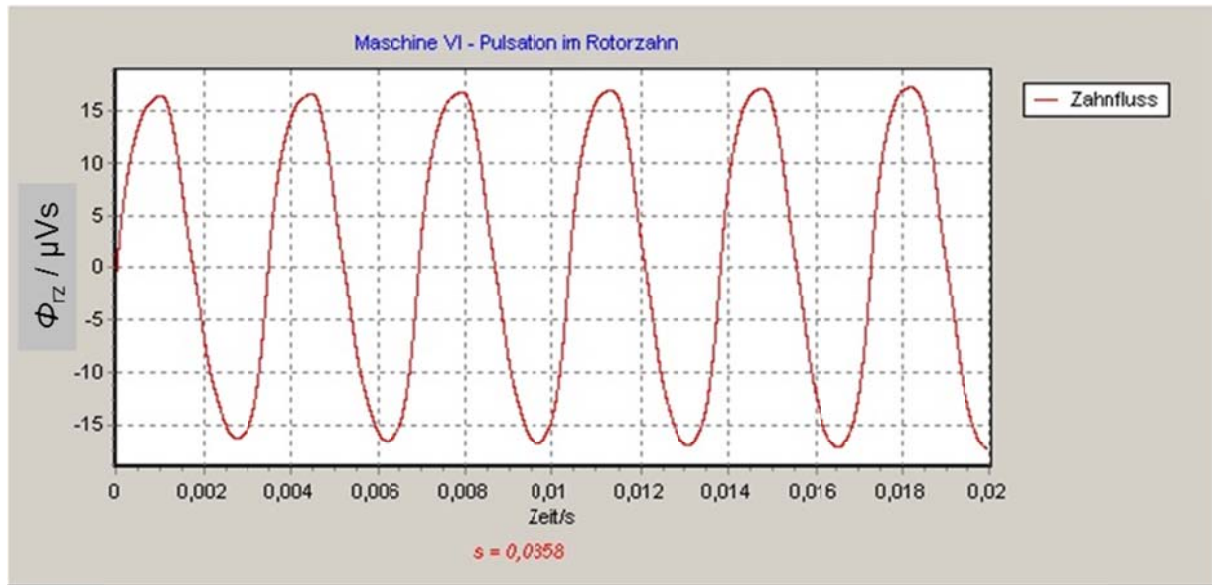


Bild 7.5.1-2 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechneter zeitlicher Verlauf des Pulsationsflusses (ohne Grundwelle) im ungeschrägten Läuferzahn mit Nutstreufluss bei Bemessungsschlupf $s_N = 0,0358$ für Maschine VI berechnet nach Taegen.

7.5.2 Flusspulsationen im Zahnschaft für ungeschrägten Läufer nach Schetelig

Eine ähnliche Methode zur Bestimmung des Pulsationsflusses im Läuferzahn und Läuferjoch ist jene nach Schetelig [11], wonach die Flüsse ebenfalls aus den Stabströmen berechnet werden. Die Berechnung berücksichtigt das Gesamtfeld und die Abdämpfung. Die schwache Sättigung von Läuferzahn und Läuferjoch für Schlupfwerte $s \geq \frac{s_N}{2}$ rechtfertigen die Methode, zur Berechnung der Flüsse im Läufer vom Stabstrom auszugehen, welcher bei weitem nicht so stark dem Einfluss der Sättigung unterworfen ist wie etwa die Zahnköpfe. Schetelig [11] unterscheidet zwischen dem Zahnfluss oben, welcher keinen Nutstreufluss und keinen Zick-Zack-Streufluss enthält und dem Zahnfluss unten, welcher den gesamten Nutstreufluss enthält.

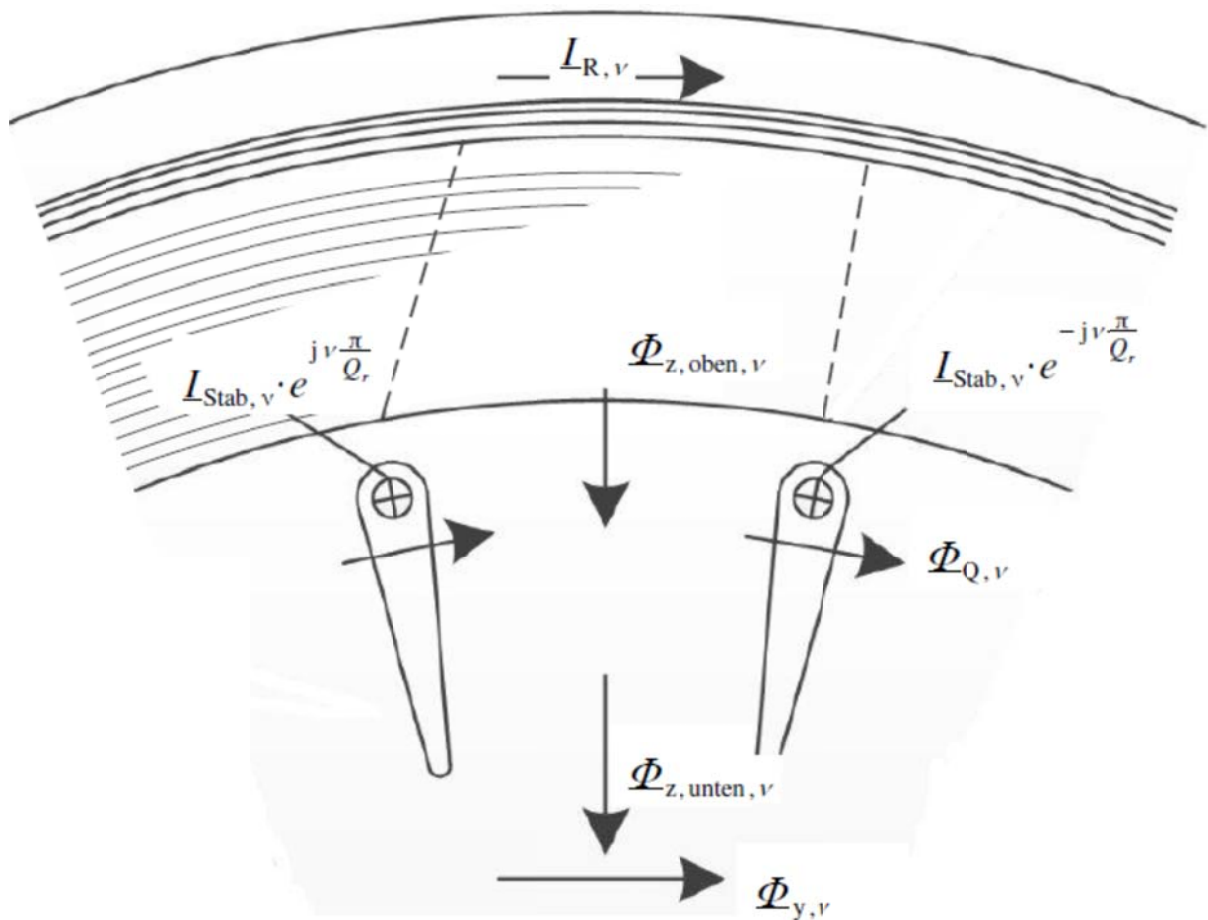


Bild 7.5.2-1: In den Läuferzahn eintretender Fluss Φ_z (aus [11])

Der Zahnfluss $\Phi_{z,oben,v}$ (Bild 7.5.3-1) oben wird aus der Maschengleichung

$$(R_{rv} + j \cdot s_v \cdot \omega_s \cdot L_{r\sigma v}) \cdot I_{Stab,v} \cdot \left(e^{j \cdot v \cdot \frac{\pi}{Q_r}} - e^{-j \cdot v \cdot \frac{\pi}{Q_r}} \right) = -j \cdot s_v \cdot \omega_s \cdot \frac{\Phi_{z,oben,v}}{\sqrt{2}}$$

zu

$$\Phi_{z,oben,v} = - \left(\frac{R_{rv}}{s_v \cdot \omega_s} + j \cdot L_{r\sigma v} \right) \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \left(v \cdot \frac{\pi}{Q_r} \right) \cdot I_{Stab,v} \quad (7.5.3-1)$$

errechnet. Dabei ist $L_{r\sigma v}$ die geometrische, stromverdrängungsabhängige Nutstreuinduktivität eines Läuferstabes (siehe z. B. [5] oder [12] bzw. Anhang A).

In dieser Beziehung wird der vom induzierenden ν -ten Ständeroberfeld hervorgerufene Fluss und das vom Läuferstrom I_{rv} hervorgerufene homogene Feld in der Masche zum tatsächlich in den Zahn eintretenden resultierenden Restfluss $\Phi_{z,oben,v}$ zusammengefasst. Er beinhaltet also auch die doppeltverkettete Läuferstreuung bzw. den Spaltstreufluss und ist daher geeignet, Pulsationsverluste zu bestimmen. Der halbe Polfluss ergibt sich aus dem Zahnfluss oben (Bild 7.5.2-2) zu

$$\frac{\underline{\Phi}_{p,v}}{2} = \left(-j \cdot \frac{R_{rv}}{s_v \cdot \omega_s} + L_{r\sigma v} \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \underline{I}_{\text{Stab},v} \quad (7.5.2-2)$$

Der Jochfluss ist

$$\underline{\Phi}_{y,v} = \left(-j \cdot \frac{R_{rv}}{s_v \cdot \omega_s} + \mu_0 \cdot l_{\text{Fe}} \cdot (\lambda_{\sigma,Q,v} - \underline{\lambda}_{\Phi_Q,v}) \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \underline{I}_{\text{Stab},v} \quad (7.5.2-3)$$

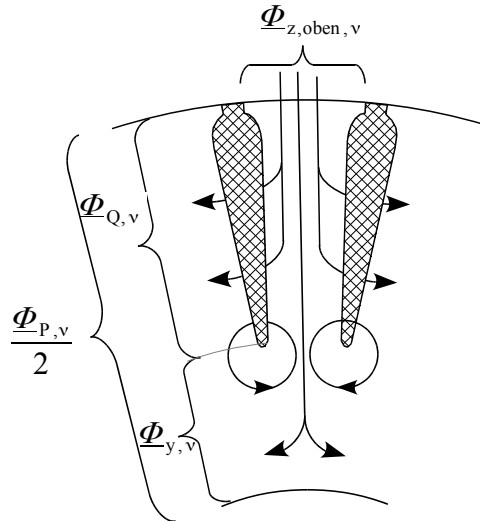


Bild 7.5.2-2: Zahnfluss oben $\Phi_{z,oben,v}$, Nutstreufluss $\Phi_{Q,v}$, Jochfluss $\Phi_{y,v}$ und halber Polfluss (aus [11])

Der Zahnfluss unten ist

$$\underline{\Phi}_{z,unten,v} = \left(-j \cdot \frac{R_{rv}}{s_v \cdot \omega_s} + \mu_0 \cdot l_{\text{Fe}} \cdot (\lambda_{\sigma,Q,v} - \underline{\lambda}_{\Phi_Q,v}) \right) \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{v \cdot \pi}{Q_r}\right) \cdot \underline{I}_{\text{Stab},v} \quad (7.5.2-4)$$

In Gl. (7.5.2-3) und (7.5.2-4) bedeuten:

$\lambda_{\sigma,Q,v}$... der Leitwert der geometrischen Streureaktanz (siehe z. B. [5])

$\underline{\lambda}_{\Phi_Q,v}$... der komplexe Leitwert des Nutstreuflusses

Die Berechnung des komplexen Leitwertes für den Nutstreufluss erfolgt aus dem Vektorpotential. Hier wird ein Beispiel für die Bestimmung des Leitwertes für den Streufluss $\underline{\Phi}_Q$ einer runden Läufernut gegeben. Der Nutstreufluss $\underline{\Phi}_Q$ bestimmt sich aus der Differenz des Vektorpotentials am oberen Rand und am unteren Rand der Nut (Bild 7.5.3-3).

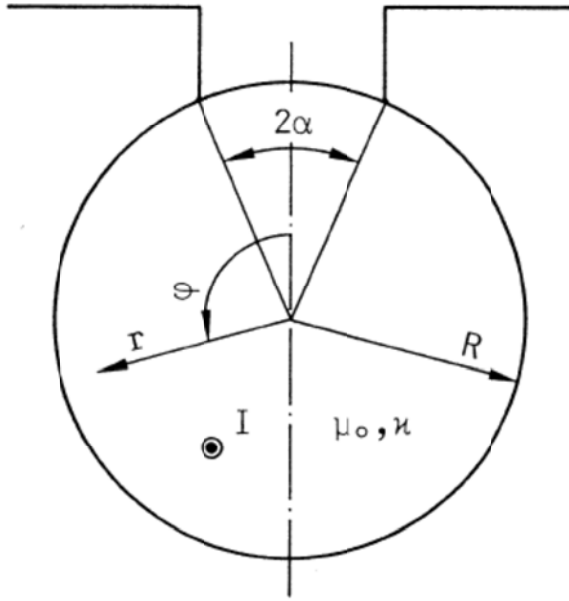


Bild 7.5.2-3: Rundnut, Bemaßung zur Bestimmung des Streufluss-Leitwertes

Das Vektorpotential $\underline{A}(r, \varphi)$ lautet [12]:

$$\underline{A}(r, \varphi) = \frac{-\mu_0 \cdot \underline{I}}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{I_0\left(\underline{\zeta} \cdot \frac{r}{R}\right)}{\underline{\zeta} \cdot \underline{I}'_0(\underline{\zeta})} + 2 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cdot \frac{I_n\left(\underline{\zeta} \cdot \frac{r}{R}\right)}{\underline{\zeta} \cdot \underline{I}'_n(\underline{\zeta})} \cdot \cos(n \cdot \varphi) \right] \quad (7.5.2-5)$$

$$\text{mit } \alpha_n = \frac{\sin(n \cdot \alpha)}{n \cdot \alpha}, \quad (7.5.2-6)$$

$$\underline{\zeta} = R \cdot \sqrt{\omega \cdot \mu_0 \cdot \frac{\kappa}{2}}, \quad (7.5.2-7)$$

$$\underline{\zeta} = \xi \cdot (1 + j) \quad (7.5.2-8)$$

I_n ist die modifizierte Besselfunktion n -ter Ordnung und \underline{I}'_n deren Ableitung. Für den Rand mit dem Radius $r = R$ ergibt sich

$$\underline{\Phi}_Q = l_{\text{Fe}} \cdot (\underline{A}(\varphi = 0) - \underline{A}(\varphi = \pi)) = -\frac{\mu_0 \cdot \underline{I} \cdot l_{\text{Fe}}}{2 \cdot \pi} \cdot 2 \cdot \sum_{n=2,4,\dots} \alpha_n \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta})}{\underline{\zeta} \cdot \underline{I}'_n(\underline{\zeta})}. \quad (7.5.2-9)$$

Mit der Gleichung für den Nutstreufluss

$$\underline{\Phi}_Q = \mu_0 \cdot l_{\text{Fe}} \cdot \underline{\lambda}_{\Phi_Q} \cdot \underline{\Theta} \quad (7.5.2-10)$$

erhält man den Streufluss-Leitwert zu

$$\underline{\lambda}_{\Phi_Q} = -\frac{2}{\pi} \cdot \sum_{n=1,3,\dots} \alpha_n \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta})}{\underline{\zeta} \cdot \underline{I}'_n(\underline{\zeta})}. \quad (7.5.2-11)$$

In den Bildern 7.5.3-4 und 7.5.3-5 finden sich Beispiele für berechnete Zahnflusspulsationen.

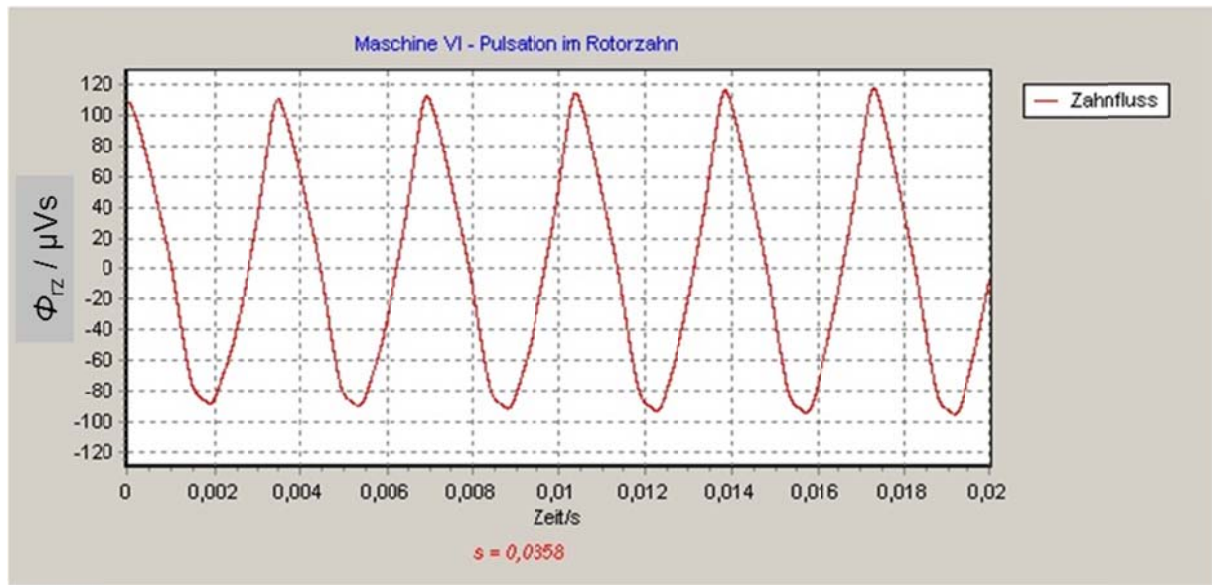


Bild 7.5.2-4 (Ergebnis aus KLASYS05): Pulsationsfluss (ohne Grundwelle) für Maschine VI im Läuferzahn oben (ohne Streufluss) bei Bemessungsschlupf $s_N = 3,58\%$ nach Schetelig bei $U_s = 380 \text{ V}$, $f_s = 50 \text{ Hz}$.

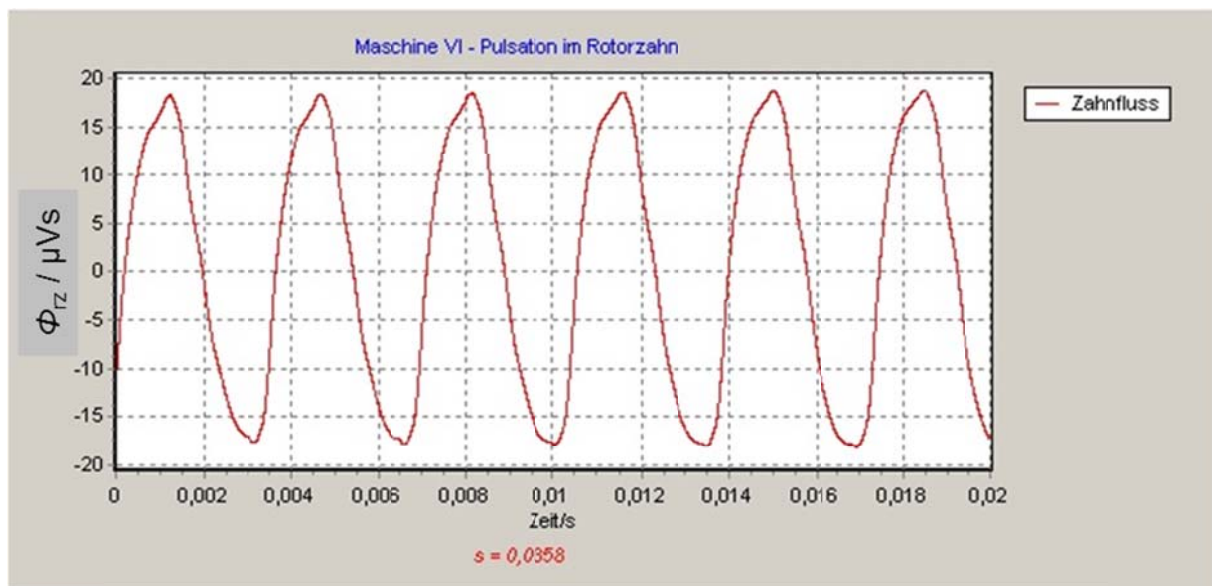


Bild 7.5.2-5: Wie Bild 7.5.2-4, jedoch Pulsationsfluss im Läuferzahn unten

7.5.3 Flusspulsationen im Zahnschaft für geschrägte Läuferferruten nach Schetelig / Weppler

Bei Schrägung der Läuferferruten um eine Wellenlänge des induzierenden Oberwellenfelds ist zwar der Fluss und somit der dadurch induzierte Rotorstrom dieser Welle in der Läuferferrute gleich Null, trotzdem entstehen Pulsationsverluste im Zahn in voller Höhe, da das Feld nicht abgedämpft wird. Für diese Verluste durch hochfrequente Flüsse ist also die Schrägung nicht relevant, da die Pulsationen durch die Schrägung zwar räumlich versetzt

sind, aber doch in jeder Blechebene auftreten. Für die Berechnung der Ummagnetisierungsverluste durch pulsierenden Zahnfluss wird im Programm KLASYS05 die Käfigmasche axial in 10 gleich breite Abschnitte zerlegt. In jedem Abschnitt wird der Fluss bestimmt und zwar u. a. durch die vorher berechneten Stab- und Querströme. Diese werden mit dem komplexen Schrägungsfaktor [21] berechnet. In jedem dieser Maschenteile werden die Verluste durch Stab- und Querströme berechnet, um den Einfluss der Querströme ebenfalls zu erfassen. Der Gesamtpulsationsfluss je Masche ist die Summe der Flüsse in den 10 Abschnitten (Bild 7.5.3-1).

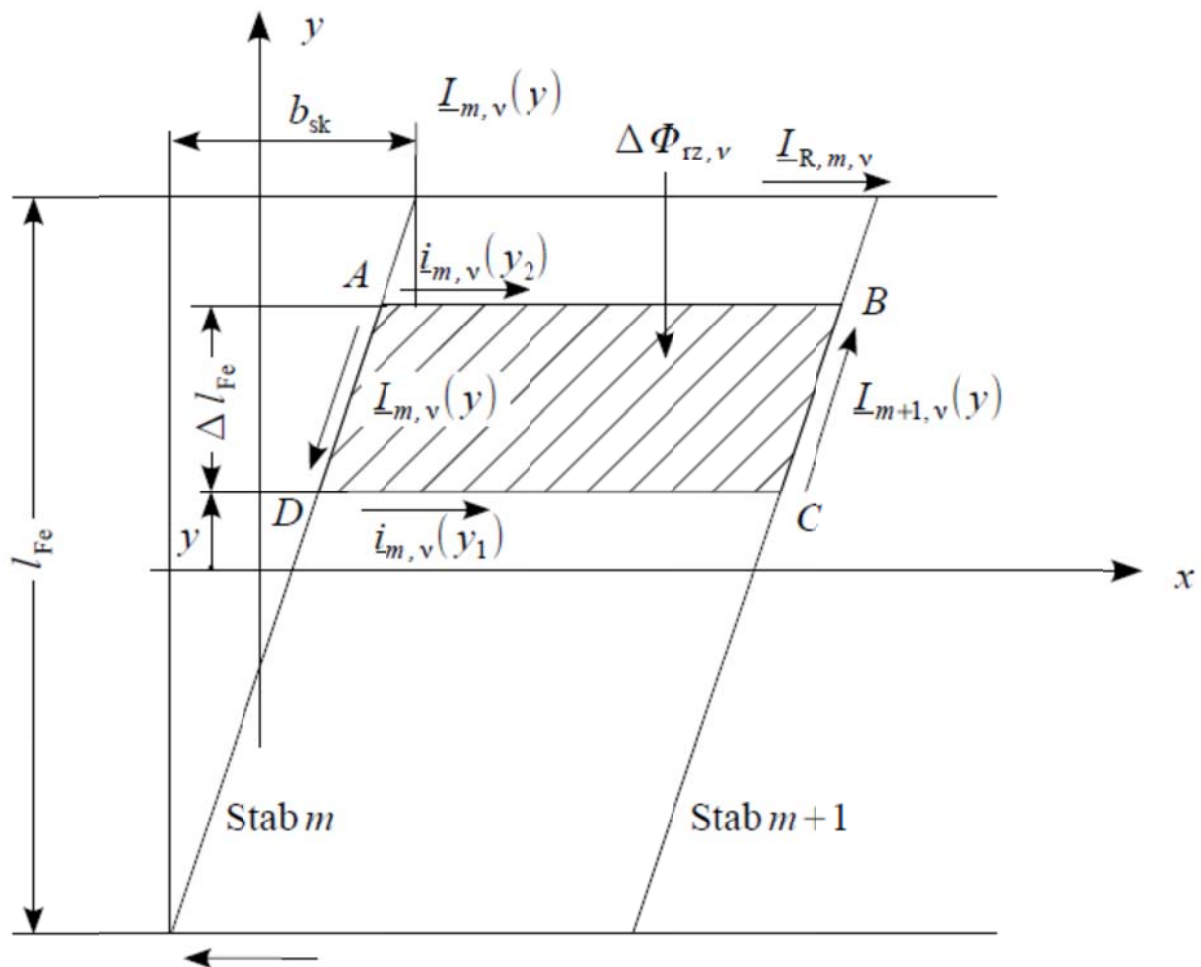


Bild 7.5.3-1: Abgerollte Läuferoberfläche mit den Zählpfeilen für die Ströme der Teilmasche ABCD (aus [11])

$I_{m,v}$... Stabstrom

$i_{m,v}$... Querstrom je Meter Paketlänge von Stab zu Stab

$\underline{Z}_{q,v}^*$... Querimpedanz zwischen zwei Stäben bei der Frequenz f_v

Der stirnseitige Schrägungswinkel β wird aus

$$\beta = \frac{b_{sk}}{R} \quad (7.5.3-1)$$

berechnet. Für die induzierte Umlaufspannung in einem differentiell kurzen Käfigmaschenabschnitt mit der axialen Länge dy erhält man

$$\sum \underline{U}_{ABCD} = \frac{R_{\text{Stab},v} + j \cdot s_v \cdot X_{\text{Stab},\sigma,v}}{l_{\text{Fe}}} \cdot \int_{y_1}^{y_2} [\underline{I}_{m,v}(y) - \underline{I}_{m+1,v}(y)] \cdot dy + \underline{Z}_{q,v}^* \cdot l_{\text{Fe}} \cdot [\underline{i}_{m,v}(y_2) - \underline{i}_{m,v}(y_1)]. \quad (7.5.3-2)$$

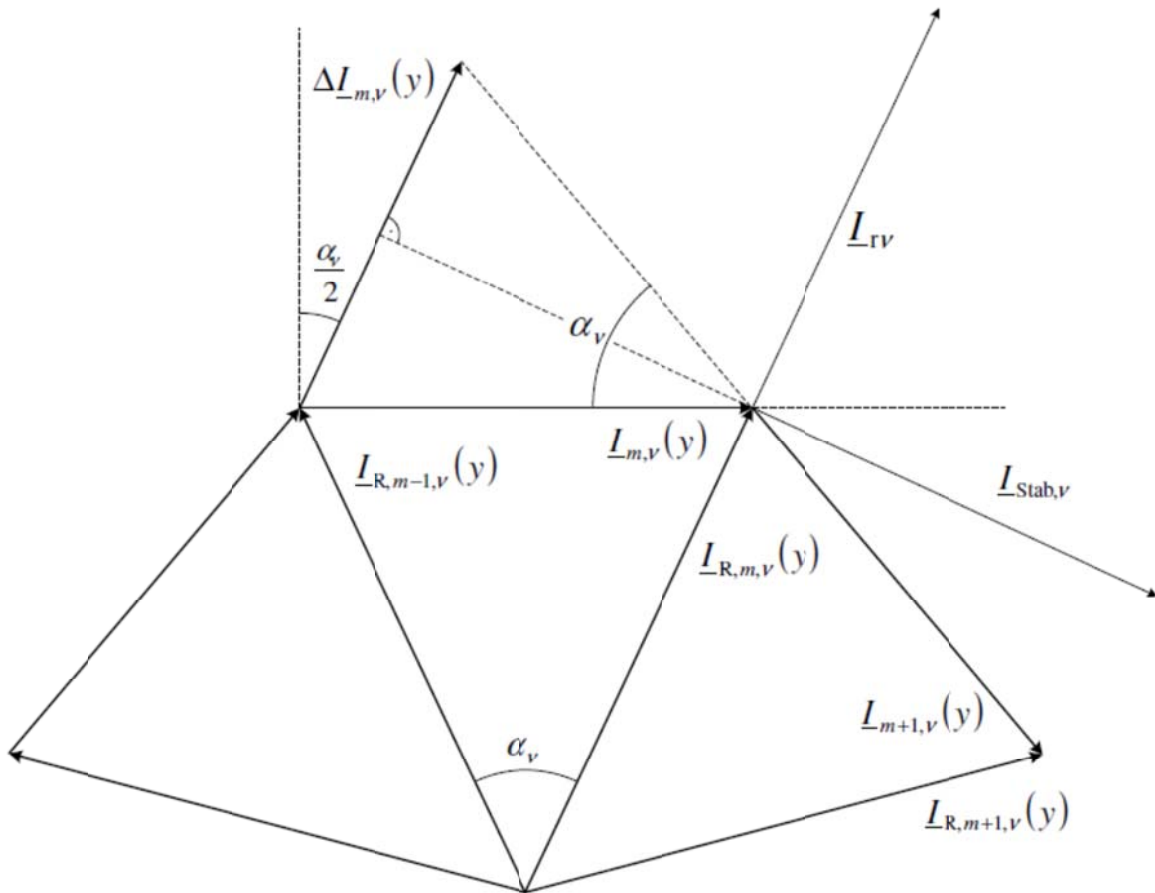


Bild 7.5.3-2: Zeigerdiagramm für Bild 7.5.4-1

Der Zusammenhang zwischen dem auf die Maschenmitte bezogenen Stabstrom $\underline{I}_{\text{Stab},v}$ aus [10] und dem Stabstrom im m -ten Stab $\underline{I}_{m,v}$ in Bild 7.5.3-2 ist durch

$$\underline{I}_{m,v} = \underline{I}_{\text{Stab},v} \cdot e^{-j \cdot \frac{v \cdot \pi}{Q_i}}$$

gegeben. Der Ringabschnittsstrom $\underline{I}_{R,m,v}(y)$ in Bild 7.5.3-2 ist ein fiktiver Strom, der jeder Blechebene zugeordnet ist und gegeben ist durch die Aufsummierung aller Querströme $\underline{i}_{m,v}(y)$ vom Ort y bis zum Ende der Maschine mit

$$\underline{I}_{R,m,v}(y) = \underline{I}_{R,m,v} + \int_{y=-0,5 \cdot l_{Fe}}^{y=0,5 \cdot l_{Fe}} \underline{i}_{m,v}(y) \cdot dy.$$

Dabei ist $\underline{I}_{R,m,v}$ der Ringabschnittsstrom im Kurzschlussring. Ersetzt man das bestimmte Integral in (7.5.3-2) näherungsweise durch

$$\Delta l_{Fe} \cdot \left[\underline{I}_{m,v} \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) - \underline{I}_{m+1,v} \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) \right]$$

und berücksichtigt die Beziehungen

$$\underline{I}_{m+1,v}(y) = \underline{I}_{m,v}(y) \cdot e^{-j \cdot \frac{\nu \cdot 2 \cdot \pi}{Q_r}} \quad (7.5.3-3)$$

sowie

$$\Delta \underline{I}_{m,v} = \underline{I}_{m,v}(y) - \underline{I}_{m+1,v}(y) = 2 \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r} \right) \cdot j \cdot \underline{I}_{m,v}(y) \cdot e^{-j \cdot \frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}}, \quad (7.5.3-4)$$

welche beide aus dem geometrischen Zeigerdiagramm Bild 7.5.4-2 abzulesen sind, so ergibt sich für kleine Maschenabschnittslängen $\Delta l_{Fe} \ll l_{Fe}$

$$\begin{aligned} \sum \underline{U}_{ABCD} &= (R_{Stab,\nu} + j \cdot s_\nu \cdot X_{Stab,\sigma,\nu}) \cdot \frac{\Delta l_{Fe}}{l_{Fe}} \cdot 2 \cdot j \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r} \right) \cdot \underline{I}_{m,v} \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) \cdot e^{-j \cdot \frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}} + \dots \\ &+ \underline{Z}_{q,\nu}^* \cdot l_{Fe} \cdot [\underline{i}_{m,v}(y_2) - \underline{i}_{m,v}(y_1)] = -j \cdot s_\nu \cdot \omega_s \cdot \frac{\Delta \Phi_{rz\nu}}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (7.5.3-5)$$

Mit den Formeln für die Rotorströme \underline{I}_{rv} (aus [21])

$$\begin{aligned} \underline{I}_{rv}(y) &= -\frac{j \cdot s_\nu \cdot X_{rh\nu}}{\underline{Z}_{l,\nu} + (\nu \cdot \beta)^2 \cdot \underline{Z}_q} \cdot \left[\left(\cos \left(\frac{\nu \cdot \beta}{l} \cdot y \right) - j \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \beta}{l} \cdot y \right) \right) - \underline{A} \cdot \cosh \left(\frac{y}{l} \cdot \sqrt{} \right) - \underline{B} \cdot \sinh \left(\frac{y}{l} \cdot \sqrt{} \right) \right] \times \\ &\times 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{w\nu} \cdot \eta_\nu^2 \cdot \underline{I}_s \cdot k_{n\nu}, \end{aligned} \quad (7.5.3-6)$$

dem Längswiderstand

$$\underline{Z}_{l,\nu} = R_{Stab,\nu} + j \cdot s_\nu \cdot (X_{Stab,\sigma,\nu} + X_{rh\nu}),$$

dem Nutungsfaktor $k_{n\nu}$ gemäß (2.2.1-11), der Abkürzung $\sqrt{} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_l}{\underline{Z}_q}}$, sowie dem auf den

Stab umgerechneten Querschnittswiderstand (R_q ist der ohm'sch angenommene Querschnittswiderstand

zwischen zwei Stäben gemäß $R_q = \frac{\rho_q}{A_q}$, A_q : Nutenseitenwandfläche, $\rho_q \approx 0,01 \Omega \text{cm}^2$, [21])

$$\underline{Z}_q = \frac{R_q}{4 \cdot \sin^2 \left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r} \right)}$$

und dem Querstrom pro Maschinenlänge

$$\begin{aligned} i_{m,\nu}(y) = & - \frac{j \cdot s_\nu \cdot X_{rh\nu}}{l \cdot (\underline{Z}_l + \nu^2 \cdot \beta^2 \cdot \underline{Z}_q)} \cdot \frac{e^{-j \cdot \nu \cdot \frac{\pi}{Q_r}}}{2 \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r} \right)} \times \\ & \times \left[-\nu \cdot \beta \cdot \left(\cos \left(\frac{\nu \cdot \beta}{l} \cdot y \right) - j \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \beta}{l} \cdot y \right) \right) + j \cdot \sqrt{\cdot} \cdot \left(\underline{A} \cdot \sinh \left(\frac{y}{l} \cdot \sqrt{\cdot} \right) + \underline{B} \cdot \cosh \left(\frac{y}{l} \cdot \sqrt{\cdot} \right) \right) \right] \times \\ & \times 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{w\nu} \cdot \eta_\nu^2 \cdot \underline{I}_s \cdot k_{n\nu} \end{aligned} \quad (7.5.3-7)$$

kann nun der resultierende in den Zahn oben eindringende Fluss $\Delta \Phi_{rz\nu}$ aus Gl. (7.5.3-5) in jedem Maschenabschnitt berechnet werden. Allerdings müssen die oben berechneten Ströme \underline{I}_{rv} noch auf den Stab ($\underline{I}_{m,\nu}$) wie folgt umgerechnet werden (siehe auch Bild 7.5.3-2):

$$\underline{I}_{m,\nu} = -j \cdot \underline{I}_{rv} \cdot e^{j \frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}}.$$

Da *Weppeler* den Nutungseinfluss nicht berücksichtigt, wurden die Gleichungen mit dem Nutungsfaktor $k_{n\nu}$ ergänzt (siehe auch Abschnitt 2.2.1: η_ν^2 wird durch $\eta_\nu \cdot \eta_{e\nu}$ ersetzt und $\eta_{e\nu}$ wiederum durch $\eta_\nu \cdot k_{n\nu}$). Die Abkürzungen lauten:

$$\underline{A} = \frac{R_R \cdot \cos \left(\frac{\nu \cdot \beta}{2} \right) - \nu \cdot \beta \cdot \underline{Z}_q \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \beta}{2} \right)}{R_R \cdot \cosh \left(\frac{\sqrt{\cdot}}{2} \right) + \underline{Z}_q \cdot \sqrt{\cdot} \cdot \sinh \left(\frac{\sqrt{\cdot}}{2} \right)}, \quad (7.5.3-8)$$

$$\underline{B} = -j \cdot \frac{R_R \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \beta}{2} \right) + \nu \cdot \beta \cdot \underline{Z}_q \cdot \cos \left(\frac{\nu \cdot \beta}{2} \right)}{R_R \cdot \sinh \left(\frac{\sqrt{\cdot}}{2} \right) + \underline{Z}_q \cdot \sqrt{\cdot} \cdot \cosh \left(\frac{\sqrt{\cdot}}{2} \right)}, \quad (7.5.3-9)$$

Der Fluss im Zahn oben je Abschnittslänge Δl_{Fe} ohne Querstromanteil ist dann

$$\Delta \Phi_{rz\nu, \text{oben}} = \frac{(R_{\text{Stab},\nu} + s_\nu \cdot X_{\text{Stab},\sigma,\nu})}{-j \cdot s_\nu \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_s} \cdot \frac{\Delta l_{Fe}}{l_{Fe}} \cdot 2 \cdot j \cdot \sin \left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r} \right) \cdot \underline{I}_{m,\nu} \cdot \sqrt{2} \cdot e^{-j \frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}}. \quad (7.5.3-10)$$

Aus

$$\Delta \underline{I}_{m\nu} = [\underline{I}_{m,\nu}(y_2) - \underline{I}_{m,\nu}(y_1)]$$

folgt jener Anteil des Zahnflusses, der vom Querstrom erregt wird zu

$$\Delta \Phi_{\text{rzq},\nu} = \frac{R_q \cdot I_{\text{Fe}} \cdot \Delta I_{m,\nu} \cdot \sqrt{2}}{-j \cdot s_\nu \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_s} \quad (7.5.3-11)$$

Der Nutstreufuss ergibt sich mit dem Nutstreufussleitwert λ_{Φ_Q} zu

$$\Delta \Phi_{\text{rs}\nu} = \mu_0 \cdot \Delta l_{\text{Fe}} \cdot \lambda_{\Phi_Q} \cdot I_{m,\nu} \cdot \sqrt{2} \quad (7.5.3-12)$$

Somit erhält man den Jochfluss aus dem halben Polfluss abzüglich des Nutstreufusses

$$\Delta \Phi_{\text{ry}} = j \cdot \frac{\Delta \Phi_{\text{rz}\nu, \text{oben}}}{2 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right)} - \Delta \Phi_{\text{rs}\nu} \quad (7.5.3-13)$$

Der Fluss im Zahn unten ergibt sich aus dem Jochfluss und dem Querfluss zu

$$\Delta \Phi_{\text{rz},\nu, \text{unten}} = -j \cdot \Delta \Phi_{\text{ry}\nu} \cdot 2 \cdot \sin\left(\frac{\nu \cdot \pi}{Q_r}\right) + \Delta \Phi_{\text{rzq},\nu} \quad (7.5.3-14)$$

und die Flussdichtenpulsation im Zahnschaft zu

$$B_{z\nu, \text{unten}} = \frac{\Delta \Phi_{\text{rz}\nu, \text{unten}}}{k_{\text{Fe},r} \cdot b_{z13r} \cdot \Delta l_{\text{Fe}}} \quad (7.5.3-15)$$

Die Flussdichte im Zahnkopf durch Streufuss erhält man aus

$$B_{r,z,\sigma\nu} = \frac{\Delta \Phi_{\text{rs}\nu}}{k_{\text{Fe},r} \cdot 0,67 \cdot (h_{\text{zkr}} - h_{r4} + h'_{r4}) \cdot \Delta l_{\text{Fe}}}, \quad (7.5.3-16)$$

sowie jene im Läuferjoch aus

$$B_{\text{ry},\nu} = \frac{\Delta \Phi_{\text{ry}\nu}}{k_{\text{Fe},r} \cdot \Delta l_{\text{Fe}} \cdot h_{\text{yr}}} \quad (7.5.3-17)$$

Da sich in Wirklichkeit der Zahnfluss im Zahnschaft kontinuierlich von oben nach unten verändert, werden mit der Berechnung des Zahnflusses ‚oben‘ oder ‚unten‘ im Zahnschaft nur zwei Randpunkte dargestellt. Deshalb kann im Programm KLASYS05 wahlweise der Zahnfluss ‚unten‘ oder ‚oben‘ angewählt werden, um diesen Einfluss auf die Pulsationsverluste zu zeigen. Wie bereits in Bild 7.5.2-4 und 7.5.2-5 ersichtlich, ist der Unterschied bedingt durch den Nutstreufuss beträchtlich.

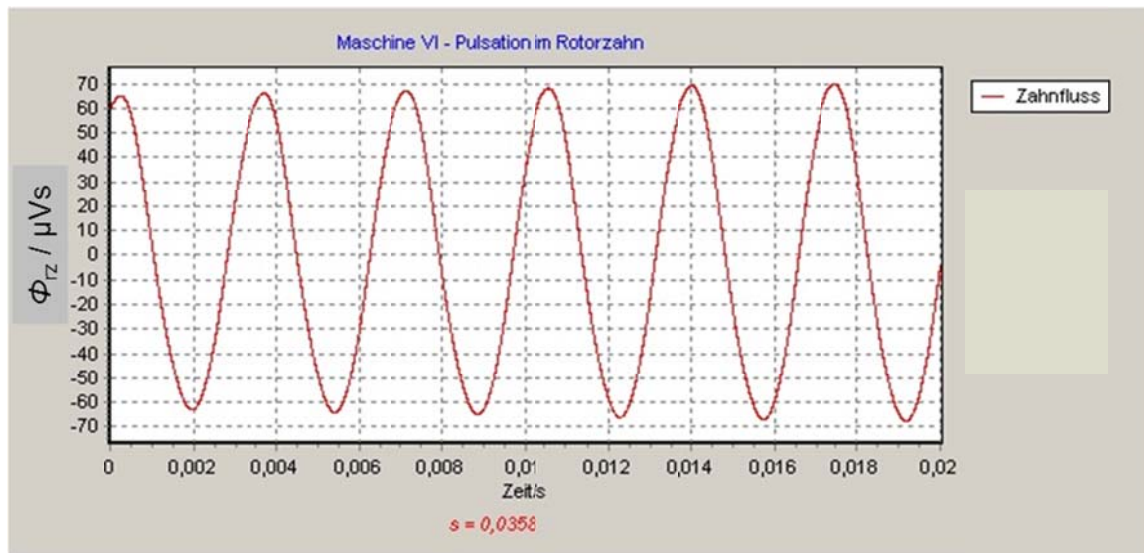


Bild 7.5.3-3 (Ergebnis aus KLASYS05): Pulsationsfluss (ohne Grundwelle) im geschrägten Läuferzahn im oberen Bereich des Zahnschafts in Abhängigkeit der Zeit bei Bemessungsschlupf $s = 3,58\%$ nach Schetelig/Weppeler für Maschine VI, geschrägt (1/28). $\rho_q = 0,01 \Omega\text{cm}^2$.

Zahlenbeispiel 7.5.3-1:

Beispielmotor VI (Anhang B) bei $U_s = 380 \text{ V}$, $f_s = 50 \text{ Hz}$, $s = 5\%$, $\rho_q = 0,01 \Omega\text{cm}^2$. Berechnete Läuferpulsationsverluste $P_{p,r}$ in den Zahnschaften für unterschiedliche Läuferschrägung. Das Ergebnis ist in Tabelle 7.5.3-1 zusammengefasst.

Tabelle 7.5.3-1: Rotorpulsationsverluste in Abhängigkeit der Rotorschrägung (in Teilen des Rotorumfangs), Maschine VI, Wicklungstemperatur 20°C , keine Verschlechterung durch Bearbeitung, Berechnung der Verluste mit dem Zahnfluss ‚oben‘ am Zahnschaft.

Schrägung	$P_{p,r} / \text{W}$
1/28	11,73
1/35	10,61
1/40	9,72
1/45	8,84
1/50	8,03
1/60	6,64
1/75	5,03
1/100	3,32
1/150	1,68
1/200	1
ungeschrägt	0,02

Die rechnerische Bestimmung der Pulsationsverluste erfolgt mit dem im Kapitel 7.5 ermittelten Wechselfluss im Rotorzahn und den in Kapitel 6 angegebenen Formeln zur Berechnung der Ummagnetisierungsverluste mit Berücksichtigung der Feldverdrängung. Die zugehörige Zahninduktion wird aus dem Zahnfluss und der Zahnbreite in 1/3 Zahnhöhe

errechnet. Mit abnehmender Schrägung nehmen die Pulsationsverluste ab, da die Größe des induzierten Rotoroberstroms in den Käfigmaschen zunimmt und daher das eindringende Ständerfeld zunehmend abdämpft.

7.5.4 Einfluss der Schrägung auf die Läuferzusatzverluste

Der Schrägungseinfluss soll an einem konkreten Beispiel beschrieben werden. Es handelt sich um die Maschine A-I (Anhang B) mit $2p = 4$ und $Q_s/Q_r = 48/40$ bei unterschiedlicher Schrägung und isoliertem und nichtisoliertem Käfig. Bei unterschiedlicher Schrägung wurden für den isolierten ($\rho_q = 10000 \text{ } \Omega\text{cm}^2$) und nicht isolierten ($\rho_q = 0,01 \text{ } \Omega\text{cm}^2$) Käfig die Ummagnetisierungsverluste im Läuferzahnschaft als Pulsationsverluste mit dem Zahnfluss ,unten' nach Schetelig (siehe Abschnitt 7.5.3) sowie die Stromwärmeverluste durch Oberströme im Läuferkäfig inklusive Querstromverluste (gemäß (1.1.2-1) bzw. (1.2-18)) berechnet, beides bis zu einer maximalen Oberwellenordnungszahl von $\nu = 400$. Die Schrägung b_{sk} wird in Teilen des Rotorumfangs angegeben (z. B. $1/100 = 0,01$).

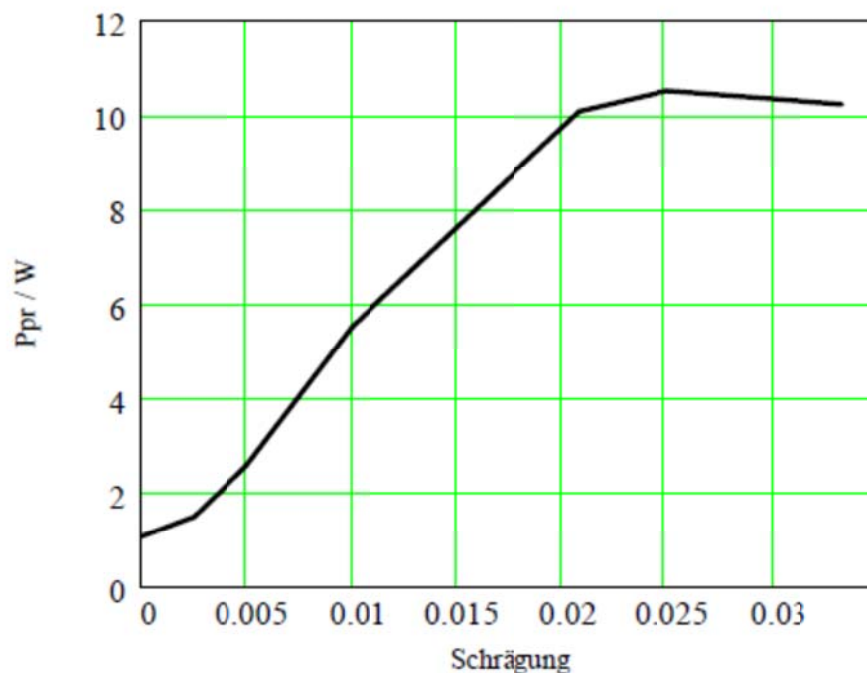


Bild 7.5.4-1: Berechnete Pulsationsverluste im Läuferzahnschaft (Zahnfluss ,unten' am Zahnschaft verwendet, inklusive Nutstreufloss) in Abhängigkeit der Schrägung bei $U_s = 400 \text{ V}$, $f_s = 50 \text{ Hz}$, $s = 2$ und isoliertem Läuferkäfig: $\rho_q = 10000 \text{ } \Omega\text{cm}^2$, Maschine A-I. Die Schrägung b_{sk} der Nuten wird angegeben als Teil des Rotorumfangs.

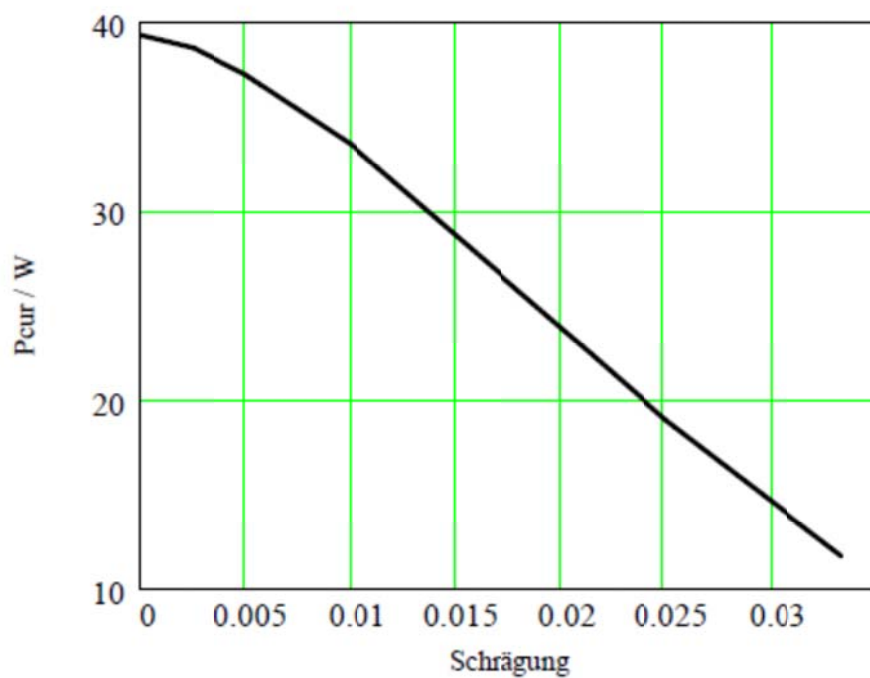


Bild 7.5.4-2 (zu Bild 7.5.4-1): Berechnete Stromwärmeverluste im Läufer durch Oberströme im Käfig und sehr kleine Querströme in Abhängigkeit der Schrägung bei $s = 2$ und isoliertem Läuferkäfig: $\rho_q = 10000 \Omega\text{cm}^2$

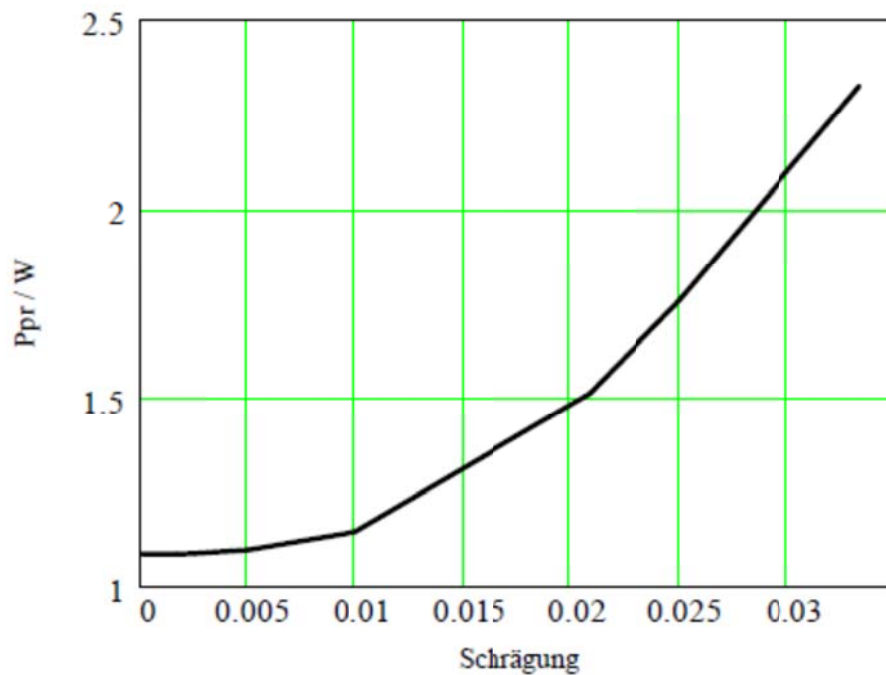


Bild 7.5.4-3: Wie Bild 7.5.4-1, jedoch nicht isolierter Läuferkäfig $\rho_q = 0,01 \Omega\text{cm}^2$

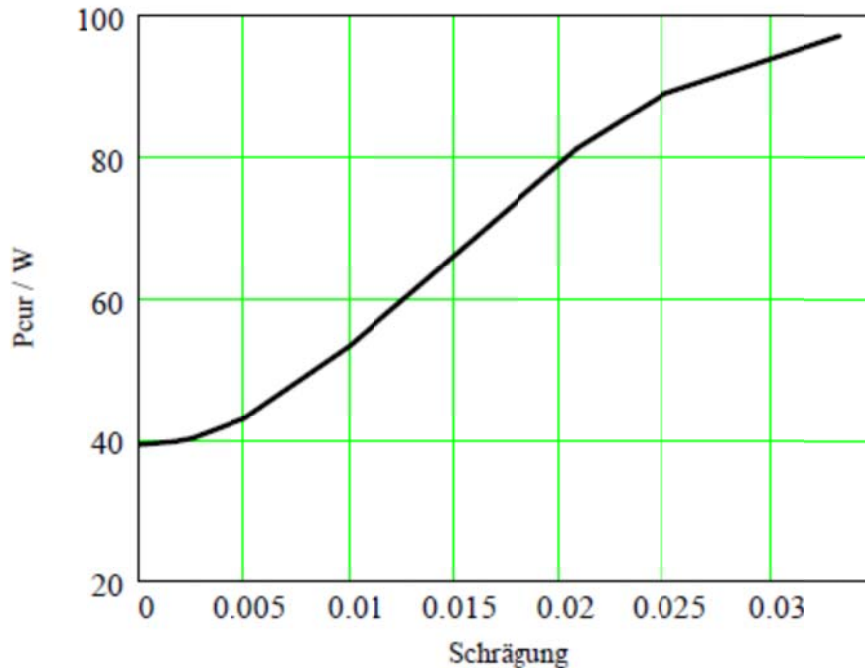


Bild 7.5.4-4: Wie Bild 7.5.4-2, jedoch nicht isolierter Läuferkäfig $\rho_q = 0,01 \Omega \cdot \text{cm}^2$

Beim isolierten Käfig (Bild 7.5.4-1 und 7.5.4-2) erkennt man die Zunahme der Pulsationsverluste und die Abnahme der Käfigverluste mit zunehmender Schrägung. Mit zunehmender Schrägung wird der Käfig durch Oberwellen weniger induziert. Dadurch sinken zwar die Rotorstromwärmeverluste, obwohl die Querstromverluste zunehmen, welche aber wegen des isolierten Käfigs nahezu Null sind. Die Zahnflüsse werden mit sinkenden Rotoroberströmen durch diese weniger weniger gedämpft, so dass die Zahnpulsationsverluste in den Rotorzahnschäften zunehmen.

Bei nicht isoliertem Käfig (Bild 7.5.4-3 und 7.5.4-4) erkennt man die nun etwas geringere Zunahme der Pulsationsverluste, aber auch die querstrombedingte Zunahme der Käfigverluste mit zunehmender Schrägung.

Die folgenden Bilder 7.5.4-5 bis 7.5.4-9 zeigen für dieselbe Maschine A-I (Anhang B) den Einfluss der Schrägung und der Querimpedanz auf den resultierenden Fluss in den 10 Teilmaschen ,oben' im Zahnschaft, also in Abhängigkeit der axialen Koordinate y . An den 10 Stützstellenwerten wurde der Flussverlauf über der axialen Koordinate y interpoliert. Die Berechnungen wurden für den Schlupf $s = 2$ bei $U_s = 400 \text{ V}$, $f_s = 50 \text{ Hz}$ gemacht. Dabei wurde nur eine nutharmonische Oberwelle des Ständerfelds ($v_Q = -46$) betrachtet und berechnet, wie sich in den einzelnen Rotorblechebenen die Flusspulsationen einstellen. Der ursächliche Rotorzahnfluss der Ständernutharmonischen beträgt in einem Abschnitt ΔI_{Fe} ca. $\Delta \Phi_1 = 2,3 \cdot 10^{-7} \text{ Wb}$.

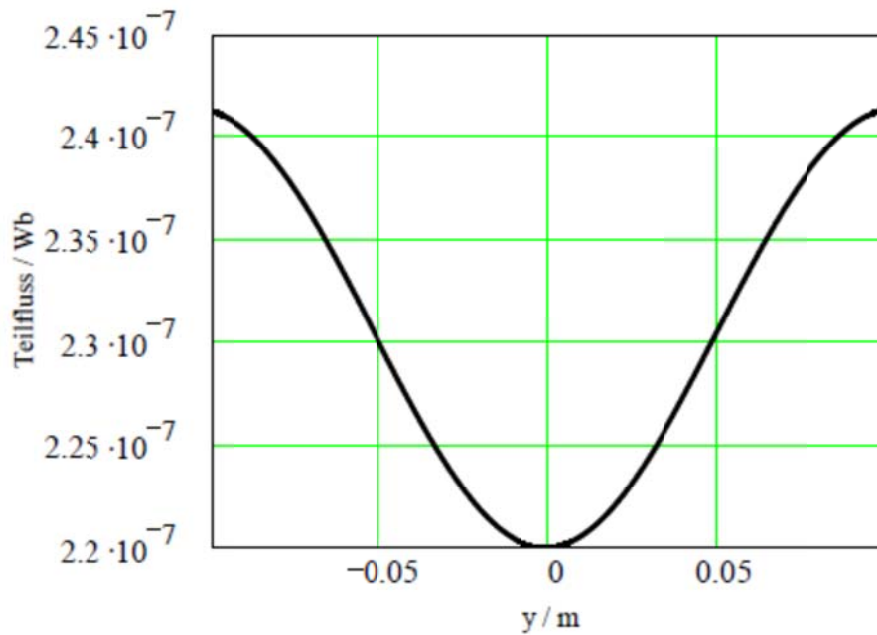


Bild 7.5.4-5: Berechneter Betrag der Flusspulsation bei isoliertem Käfig $\rho_q = 10000 \Omega\text{cm}^2$, Käfigschrägung um eine Statornutteilung $1/48$, Maschine A-I.

Man erkennt aus Bild 7.5.4-5, dass der Zahnfluss praktisch unabgedämpft vorhanden ist, da wegen der Schrägung $1/48$ die Oberwelle mit der Ordnungszahl $\nu_Q = -46$ diese Läufermasche nahezu nicht induziert, so dass kein flussabdämpfender Oberstrom fließt. Aufgrund der Phasenverschiebung der Teilflüsse in den einzelnen Blechebenen ist der resultierende Gesamtfluss in der Käfigmasche nahezu Null. Dieser beträgt hier ca. $7 \cdot 10^{-10} \text{ Wb}$ und ist daher um etwa $1/1000$ kleiner als die Teilflüsse in den 10 Maschenabschnitten.

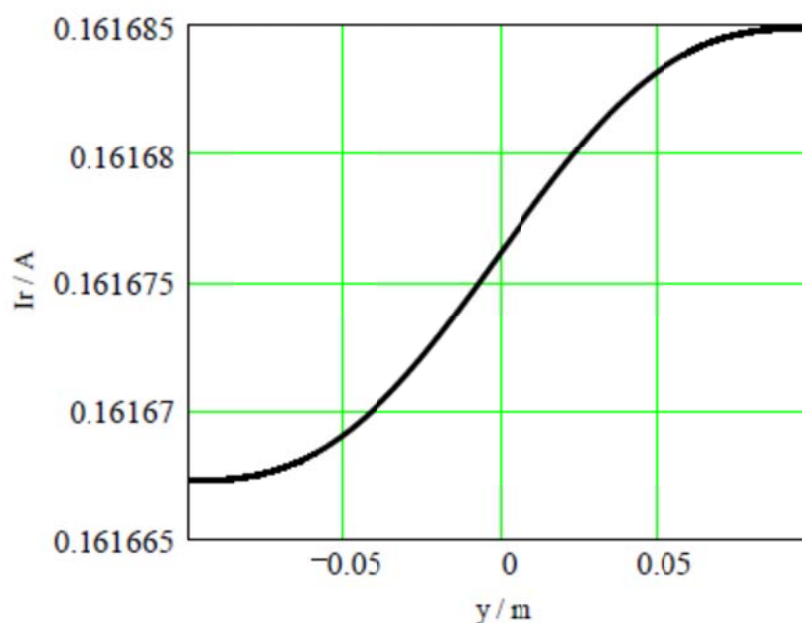


Bild 7.5.4-6: Zu Bild 7.5.4-5, der berechnete Betrag des ν -ten Stabstroms ($\nu = -46$).

In Bild 7.5.4-6 erkennt man, dass der Stabstrom wegen des isolierten Käfigs sich in Axialrichtung nahezu nicht ändert (erst in der 5. Stelle nach dem Komma), da nahezu kein Querstrom fließt. Dieser Stabstrom ist wegen der Schrägung nahezu Null und ca. um den Faktor $1/21$ kleiner als im ungeschrägten Fall.

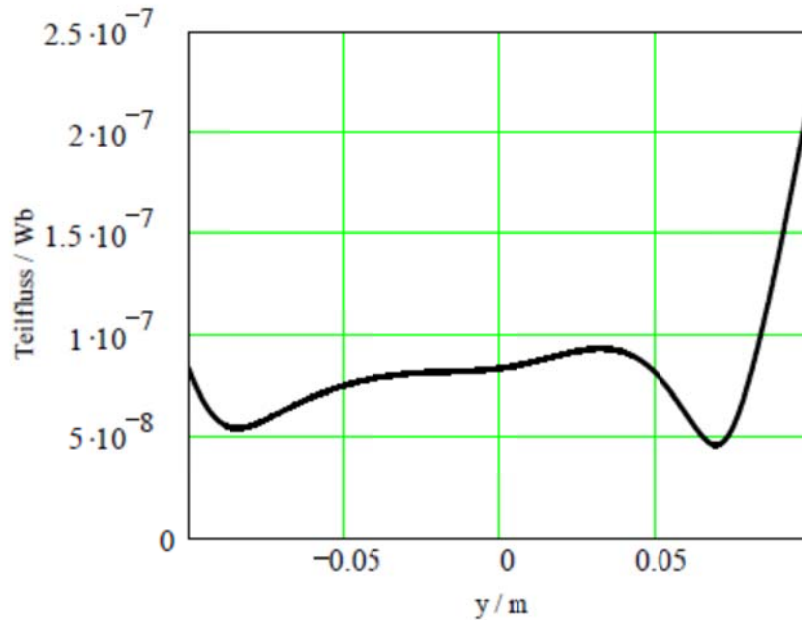


Bild 7.5.4-7: Berechneter Betrag der Flusspulsation bei nicht isoliertem Käfig $\rho_q = 0,01 \, \Omega\text{cm}^2$, Käfig-Schrägung um eine Rotornutteilung, Maschine A-I

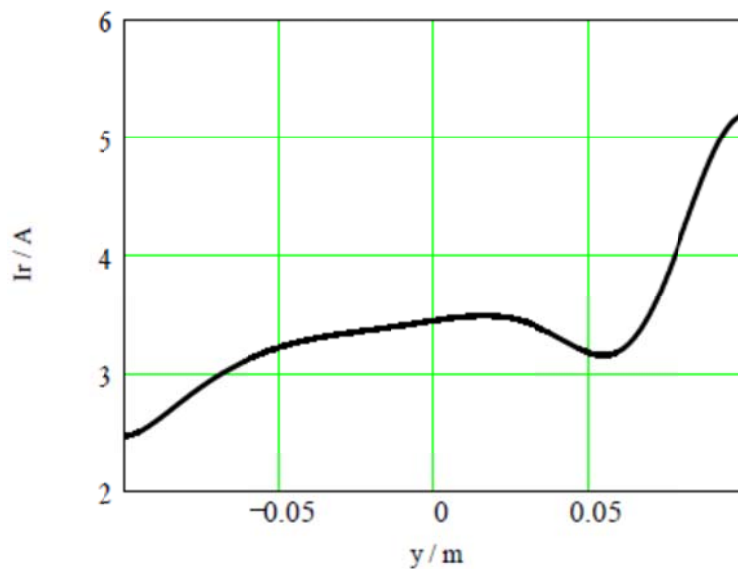


Bild 7.5.4-8: Zu Bild 7.5.4-7, der berechnete Betrag des ν -ten Stabstroms ($\nu = -46$).

Bild 7.5.5-7 zeigt im Vergleich zu Bild 7.5.5-5 den auf etwa 25% abgedämpften Zahnfluss.

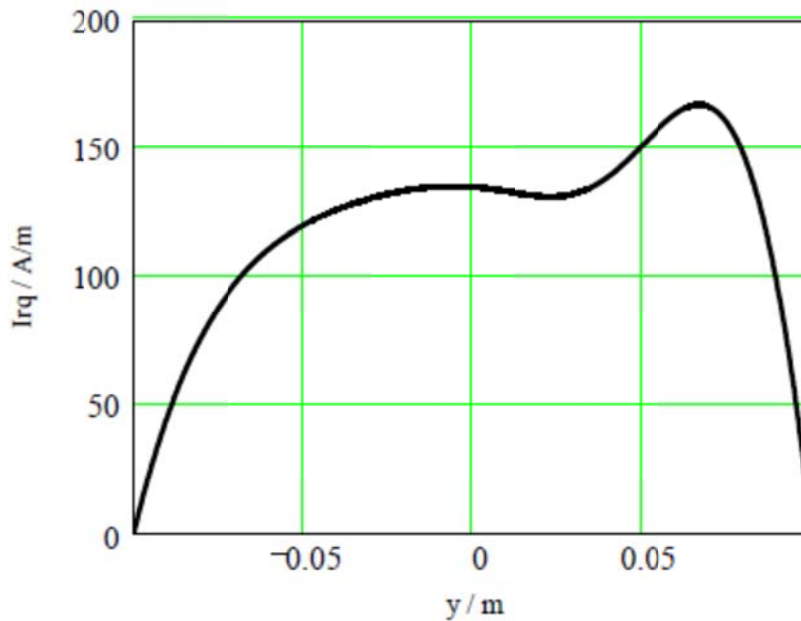


Bild 7.5.4-9: Zu Bild 7.5.5-7, der berechnete Betrag des v -ten Querstrombelags in A/m ($v = -46$).

In Bild 7.5.5-8 erkennt man den gegenüber Bild 7.5.4-6, bedingt durch die Querströme, um den Faktor 15 angestiegenen Stabstrom. Der Querstromeinfluss hebt also die Wirkung der Schrägung teilweise auf. Bild 7.5.4-9 zeigt den Querstrombelag. Im Maschenabschnitt in Maschinenmitte würde der Querstrom ca. 1,35 A betragen. An den Maschinenenden beträgt der Strombelag ca. 0,25 A/m.

7.5.5 Oberflächenverluste im Zahnkopf

Nach *Dreyfus* [47] handelt es sich bei den Oberflächenverlusten im Läufer um Ummagnetisierungsverluste, die durch Oberfelder in den Läuferzahnköpfen hervorgerufen werden. Zitat:

„sind jene Felder, welche sich in nächster Nähe der Oberfläche, also in den Zahnkronen ausbilden. Sie beruhen samt und sonders auf kurzwelligen Oberfeldern, welche die Zahnkronen durchsetzen, ohne einen resultierenden Zahnfluss zu bilden“ (Zitat Ende).

Es handelt sich also um Oberfelder, die im Zahnkopfbereich ein- und wieder austreten, also sich nicht über die Zahnschäfte schließen. Zur Berechnung dieser Flüsse mit Berücksichtigung der Nutschlitze gibt es u. a. ein analytisches und ein graphisches Verfahren (siehe [47] ab Seite 61).

Bei Schrägung sind die Zahnkopfflussdichten von der axialen Koordinate y unabhängig. Die zugehörigen Zahnkopfverluste unterscheiden sich jedoch in den einzelnen Blechebenen nur gering, weil sich die von y abhängige resultierende Luftspaltinduktion nur gering in den

einzelnen Ebenen unterscheidet. Für den Fall der Schrägung um eine Ständernutteilung ergibt sich für eine Ständernutharmonische folgende Betrachtung.

Das Rückwirkungsfeld ist sehr klein, da der Läuferoberstrom I_{rv} wegen der Schrägung um eine Wellenlänge sehr klein ist. Daher ist die Amplitude des nutharmonischen Ständeroberwellenfelds $B_{\delta,v}$ beinahe unabgedämpft und in jeder Blechebene etwa gleich groß. Es treten also in jeder Blechebene etwas gleiche Zahnkopfverluste auf. Trotzdem wurde bei der Berechnung die Maschine axial in 10 Teile unterteilt und die Verluste abschnittsweise aufsummiert. Da bei geschrägten Käfigen die nutharmonischen Ständeroberwellen kaum gedämpft werden, gilt auch für Oberflächenverluste: Eine Schrägung um eine Ständernutteilung ergibt hohe Zahnkopfverluste, also hohe Oberflächenverluste. In manchen Büchern (z. B. [7]) wird darauf hingewiesen, dass durch Überdrehen des Läufers mit stumpfem Drehmeißel die isolierten Bleche an den Stirnseiten überbrückt werden, insbesondere bei Alu-Druckgusskäfigen mit halbgeschlossenen Läufernuten durch das über die Bleche ‚verschmierte‘ Aluminium. Diese dünne leitfähige Schicht führt zu erhöhten Wirbelstromverlusten, die nicht mehr korrekt durch die Formel für die Ummagnetisierungsverluste geblechter Eisenläufer wiedergegeben wird. Dieser verlust erhöhende Einfluss bleibt hier unberücksichtigt, da er nur bei nicht ausreichend geschärften Drehwerkzeugen auftritt und rechnerisch schwer erfasst werden kann.

Das analytische Berechnungsverfahren für die Oberflächenverluste von *Dreyfus* [47], welches auf Oberwellendarstellung basiert, wurde von *Taegen* [28] übernommen, jedoch erweitert für alle Ordnungszahlen und nicht nur, wie bei *Dreyfus*, für die Nutharmonischen. Es beruht darauf, dass eine Oberfeldwelle (Drehfeld) in zwei Wechselfelder zerlegt wird, deren örtliche Verteilung mittels einer Reihenentwicklung noch auf die Randbedingungen der Rotorzähne angepasst wird, wodurch nur noch Feldanteile übrig bleiben, die im Bereich des Zahnkopfes ein- und austreten. Dieses Verfahren berücksichtigt somit zwar den Einfluss der Läufernutschlitz, aber nicht den Einfluss der lokalen Sättigung in den Zahnköpfen bei halbgeschlossenen Nuten. Dies kann jedoch das grafische Verfahren von *Dreyfus* leisten [47]. Der Einfluss des ungesättigten und gesättigten Nutschlitzes erkennt man gut an den jeweiligen von *Dreyfus* angegebenen Korrekturfunktionen (siehe [47], Seite 64).

Die Methode nach *Taegen* [28] greift unter anderem auf die Arbeit über Oberflächenverluste von *Rüdenberg* zurück. *Rüdenberg* hat zwei Arbeiten verfasst. In der ersten [59] werden die Oberflächenverluste im massiven Eisen und in der zweiten [64] die Verluste in geblechtem Eisen berechnet. Die erste Lösung beruht auf der Annahme, dass die axiale Wirbelstromdichte groß ist und der Radius des Blechs gegen unendlich geht. Die zweite Lösung beruht auf der

Annahme, dass die axiale Wirbelstromdichte Null ist, dafür aber in Tangential- und Radialrichtung des Blechs dominante Wirbelstromkomponenten auftreten. Die Vernachlässigung der axialen Stromdichte ist laut *Greig/Freeman* [60] erlaubt, solange

$\frac{R}{|v|} > 4 \cdot d_B$ ist (d_B = Blechstärke). Diese Form der Formel lautet:

$$P_{r,o,v} = \frac{\kappa}{24 \cdot k_{Fe}} \cdot B_v^2 \cdot (s_v \cdot \omega_s)^2 \cdot d_B^2 \cdot \frac{R}{|v|} \cdot 2 \cdot \pi \cdot R \cdot l_{Fe} \cdot k_{da} \quad (7.5.5-1)$$

Dabei ist k_{da} der Dämpfungsfaktor bei Feldverdrängung gemäß (6.1-1).

Zur Bestimmung der Oberflächenverluste im Rotorzahnkopf nach der Formel von *Rüdenberg* [62] wird das folgende Verfahren gemäß *Taegen* [28] angewendet. Ausgangspunkt ist eine abgedämpfte (resultierende) Luftspaltoberwelle verursacht durch die wicklungs- und nutungsbedingten Oberfelder

$$B_v(x_r, t) = \hat{B}_v \cdot \cos(v \cdot x_r - \omega_v \cdot t).$$

Nach den trigonometrischen Formeln wird diese Oberwelle in zwei Wechselfelder zerlegt:

$$B_v(x_r, t) = \hat{B}_v \cdot \cos(v \cdot x_r) \cdot \cos(\omega_v \cdot t) + \hat{B}_v \cdot \sin(v \cdot x_r) \cdot \sin(\omega_v \cdot t)$$

Die beiden örtlichen Verteilungen haben die Periode $\frac{2 \cdot \pi}{v}$. Die Anpassung an die Randbedingungen der Rotorzähne mit der effektiven Zahnbreite

$$b_{z,eff} = \frac{D \cdot \pi}{Q_r \cdot k_{Cr}} \quad (7.5.5-2)$$

erfolgt so, dass eine Koordinate z derart eingeführt wird, dass z am Rotorzahnkopfrand, also bei $x_r = \frac{b_{z,eff}}{D}$, gerade den Wert π erhält, also $z = x_r \cdot \pi \cdot \frac{D}{b_{z,eff}}$. Somit folgt z. B. für die

Kosinus-Komponente der örtlichen Abhängigkeit

$$\cos(v \cdot x_r) = \cos\left(\frac{v \cdot b_{z,eff}}{\pi \cdot D} \cdot z\right).$$

Mit der Abkürzung

$$b_v = 2 \cdot \frac{|v|}{Q_r \cdot k_{Cr}} \quad (7.5.5-3)$$

erhält man

$$\cos(v \cdot x_r) = \cos\left(\frac{b_v}{2} \cdot z\right).$$

Der so entstandene Kosinusanteil wird nun als periodisch über der effektiven Zahnbreite angenommen und in eine Fourierreihe entwickelt.

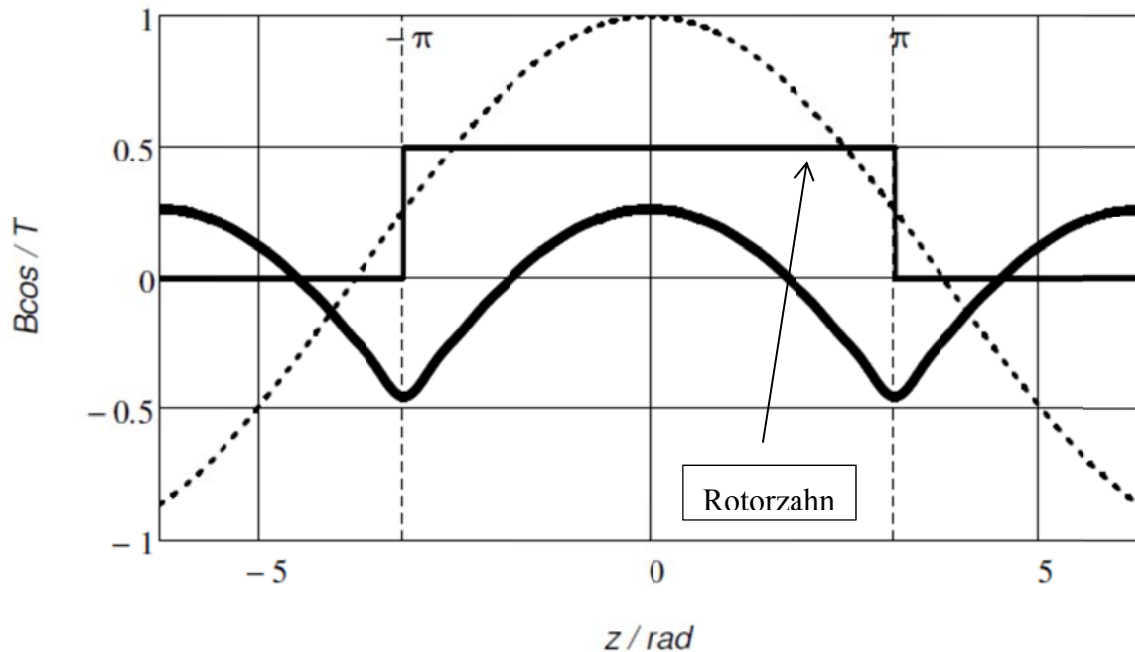


Bild 7.5.5-1: Ortsfunktion der kosinusförmigen Wechselinduktion über einem Läuferzahnkopf bei maximaler zeitlicher Amplitude ohne Gleichanteil (dick). Die effektive halbe Zahnkopfbreite entspricht $z = \pi$. Punktiert: Ursprüngliche Feldwelle.

Die (zeitabhängige) Fourierreihe für den ortsabhängigen Kosinusteil lautet:

$$B \cos(z, t) = \hat{B}_v \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \varsigma_{cv,0} \cdot \cos(\omega_v \cdot t) + \sum_{k=2,4,\dots} \varsigma_{cv,k} \cdot \cos\left(\frac{k}{2} \cdot z\right) \cdot \cos(\omega_v \cdot t) \right) \quad (7.5.5-4)$$

mit den Fourierkoeffizienten

$$\varsigma_{cv,k} = -\cos\left(k \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{4 \cdot b_v \cdot \sin\left(b_v \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\pi \cdot (k^2 - b_v^2)}, \quad (7.5.5-5)$$

wobei $\varsigma_{cv,0}$ den für die Pulsationsverluste maßgebenden Mittelwert angibt und dem *Taegen*-Faktor (1.2-7) entspricht. Der Sinusanteil wird mittels periodischer Verlängerung als periodisch über der doppelten effektiven Zahnbreite angenommen und in eine Fourierreihe entwickelt.

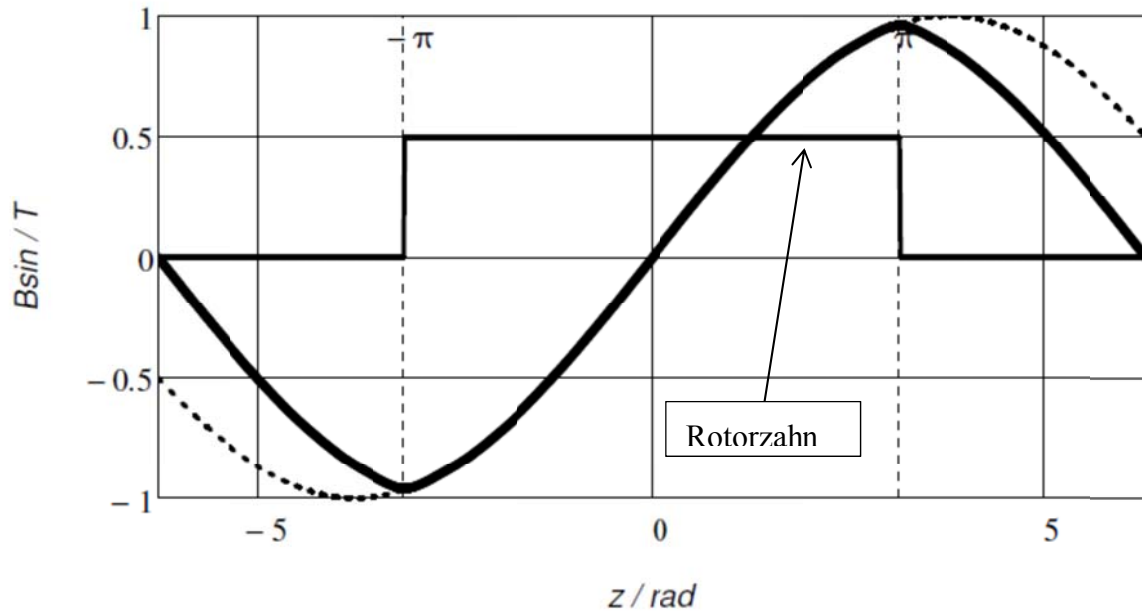


Bild 7.5.5-2: Ortsfunktion der sinusförmigen Wechselinduktion über einem Läuferzahnkopf bei maximaler zeitlicher Amplitude in periodischer Verlängerung auf zwei Zahnkopfbreiten (dick). Die effektive halbe Zahnkopfbreite entspricht $z = \pi$. Punktiert: Ursprüngliche Feldwelle.

Die (zeitabhängige) Fourierreihe für den ortsabhängigen Sinusteil lautet:

$$B \sin(z, t) = \hat{B}_v \cdot \sum_{k=1,3,\dots} \zeta_{sv,k} \cdot \sin\left(\frac{k}{2} \cdot z\right) \cdot \sin(\omega_v \cdot t) \quad (7.5.5-6)$$

mit den Fourierkoeffizienten

$$\zeta_{sv,k} = \sin\left(k \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \frac{4 \cdot b_v \cdot \cos\left(b_v \cdot \frac{\pi}{2}\right)}{\pi \cdot (k^2 - b_v^2)} \quad (7.5.5-7)$$

Die analytischen Korrekturfunktionen (7.5.6-5) und (7.5.6-7), welche den Fourierkoeffizienten entsprechen, sind aus [28] entnommen. Nach der Methode von *Taegen* [28] und *Rüdenberg* [59] sind die Ummagnetisierungsverluste in den Läufer-Zahnköpfen als Oberflächenverluste in Watt

$$P_{o,v} = \frac{\rho_{Fe}}{k_{Fe}} \cdot \frac{D}{2 \cdot |v|} \cdot \frac{D \cdot \pi \cdot l_{Fe}}{k_{Cr}} \cdot \dots \quad (7.5.5-8)$$

$$\dots \cdot \left\{ v_w \cdot \left(\frac{f_s \cdot s_v}{50 \text{ Hz}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\hat{B}_v \cdot k_{Cr}}{1 \text{ T}} \right)^2 + v_{hy} \cdot \left(\frac{f_s \cdot |s_v|}{50 \text{ Hz}} \right) \cdot \left(\frac{\hat{B}_v \cdot k_{Cr}}{1 \text{ T}} \right)^{1,7} \right\} \cdot v_v$$

mit

$$v_v = \frac{b_v}{2} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot (\zeta_{cv,k}^2 + \zeta_{sv,k}^2). \quad (7.5.5-9)$$

Die Faktoren ν_w und ν_{hy} sind die Verlustziffern der Wirbelstrom- und Hystereseverluste für eine Masse von 1 kg bei 50 Hz und 1 T Induktion. B_v ist die resultierende Amplitude einer Oberwelle der Luftspaltinduktion, wobei in diesem Zusammenhang als Sättigungsfaktor der lokale Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} zur Verwendung kommt.

Die Berechnung der Oberflächenverluste nach *Taegen* erfasst die Ummagnetisierungsverluste durch die vom Magnetisierungsstrom erregten Oberfelder in jedem Lastzustand, also bei jedem Schlupfwert. Andererseits müssen aber auch die Oberflächenverluste durch den Zickzack-Streufluss, der vom Laststrom I_{sB} abhängt, berücksichtigt werden. Diese können entweder nach *Weppeler-Schetelig* [22], [11] oder *Loeser* [13] berechnet werden. Die magnetisierungsstromabhängigen Oberfelder schließen sich entweder über den Zahnschaft, wenn sie langwellig sind, oder über den Zahnkopf, wenn sie kurzwellig sind. Der Zickzack-Streufluss schließt sich nur über den Zahnkopf. Da einerseits die vorher berechneten Oberflächenverluste nach *Taegen* durch Felder verursacht werden, die nur wenig in die Oberfläche des Zahnkopfs eindringen und andererseits der Zickzack-Streufluss über den gesamten Querschnitt des Zahnkopfs verläuft, ist die Annahme einer getrennten Berechnung gerechtfertigt und das Problem gleichfrequenter Anteile zumindest entschärft.

Der Spaltstreufluss magnetisiert im Rotor-Zahnkopf mit der Frequenz

$$f_{r,ss} = f_s \cdot \left(s + \frac{g \cdot Q_s}{p} \cdot (1-s) \right). \quad (7.5.5-10)$$

Allgemein magnetisiert ein Oberfeld im Rotor-Zahnkopf mit der Frequenz

$$f_{rv} = f_s \cdot \left(1 - \frac{\nu}{p} \cdot (1-s) \right). \quad (7.5.5-11)$$

Aus f_{rv} wird $f_{r,ss}$, wenn man für ν die Ordnungszahl der nutharmonischen Ständeroberwellen $\nu_Q = p + g_{Qs} \cdot Q_s$ verwendet.

Für die Berechnung der Oberflächenverluste im Rotor gibt es in KLASYS05 somit folgende Möglichkeiten:

- nach *Taegen* [28] bei Leerlauf aus den magnetisierungsstromabhängigen Oberwellen und nach *Weppeler/Schetelig* bei Last aus dem Zickzack-Streufluss
- nach *Loeser* [13] bei Leerlauf und Last, wenn der Käfig ungeschrägt ist

Loeser [13] geht von ungeschrägten Nuten aus. Die Oberflächenverluste bei Leerlauf stammen aus den Ständernutungs oberwellen. Jene bei Last sind aber der *Weppeler*-Methode nachempfunden und basieren auf dem Zickzack-Streufluss. Die Oberflächenverluste als

Zahnkopfverluste im Stator hingegen werden bewusst nur bei Last berechnet und basieren auf dem Zickzack-Streufloss.

7.6 Mantelverluste im leitfähigen Gehäuse

In Maschinen mit massiven ferromagnetischen Gehäusen (Grauguss oder Stahl) entstehen Hysterese- und Wirbelstromverluste im Gehäuse. Bei Alu-Druckgussgehäusen entstehen nur Wirbelstromverluste, doch sind diese i. A. klein, weil wegen $\mu_{\text{Alu}} = \mu_0$ der Jochfluss kaum aus dem hochpermeablen Joch in das Gehäuse ausweicht außer bei sehr hohen Induktionen. In ferromagnetischem Material ist wegen der hohen Permeabilität μ_{Fe} das Ausweichen des Flusses aus dem Joch ins Gehäuse signifikant, aber die Eindringtiefe der Wirbelströme wegen $\mu_{\text{Fe}} \gg \mu_0$ klein und daher die Wirbelstromdichte sehr groß. Deshalb sind auch bei Netzfrequenz 50 Hz die Wirbelstromverluste in massivem Eisen viel größer als die Hystereseverluste, während in geblechten Eisenkörpern die Wirbelstromverluste nur etwa 30% der Hystereseverluste betragen. Deshalb werden im Folgenden nur die Wirbelstromverluste in massiven ferromagnetischen Gehäuseteilen betrachtet. *Nechleba* [41] berücksichtigt dabei die mit der Eindringung des magnetischen Feldes ins Gehäuse sich veränderliche Permeabilität. Bei bekannter Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke H ergibt sich für die Eindringtiefe:

$$\delta_e = \delta_{e0} \cdot W$$

$$\text{mit } \delta_{e0} = \sqrt{\frac{1}{\omega_s \cdot \kappa \cdot \mu(0)}} \quad (7.6-1)$$

als Eindringtiefe bei konstanter Randpermeabilität $\mu(0)$, κ als elektrische Leitfähigkeit des Ferromagnetikums und W als Korrekturfaktor:

$$W = \sqrt{2 \cdot e^{-\alpha} \cdot (1 + e^{-\alpha}) \cdot (I_1^2 + I_2^2)}, \quad (I_1, I_2 \text{ siehe [41]}). \quad (7.6-2)$$

Auf ähnliche Weise erhält man die Stromwärmeverluste der Wirbelströme mit

$$V = V_0 \cdot w(\alpha)$$

mit

$$V_0 = \sqrt{\frac{\omega_s \cdot \mu(0)}{8 \cdot \kappa}} \cdot H_0^2 \quad (7.6-3)$$

als Verlust bei konstanter Permeabilität (H_0 ist die Randfeldstärke) und $w(\alpha)$ als Korrekturfunktion:

$$w(\alpha) = \frac{4}{3} \cdot \left[1 - e^{-\alpha} - 2 \cdot e^{-2\alpha} \cdot \left(1 - \sqrt{1 + e^{\alpha}} \right) \right] \quad (7.6-4)$$

mit

$$\alpha = \ln \left(\frac{H_0}{C_1} \right). \quad (7.6-5)$$

Die Konstanten C_1 und C_2 stammen aus der Näherungsfunktion für die Permeabilität:

$$\mu(H) = \mu_0 \cdot \frac{C_2}{C_1 + H} \quad (7.6-6)$$

Falls die Eindringtiefe größer als die Gehäusedicke wird, sind streng genommen die Gleichungen nicht mehr gültig, da *Nechleba* die Berechnung für den massiven Halbraum durchgeführt hat. Dieser Fall, dass δ_e größer als die Gehäusedicke ist, tritt aber kaum auf, wie folgende Abschätzung für $f_s = 50$ Hz, $\kappa_{Fe} = 10^6$ S/m und $\mu_{Fe} = 50 \cdot \mu_0$ zeigt:

$$\delta_e \approx \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f_s \cdot \mu_{Fe} \cdot \kappa_{Fe}}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot 50 \cdot 50 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6}} = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}.$$

Selbst bei hoch gesättigtem Eisen mit niedriger elektrischer Leitfähigkeit von 1/10 von Reineisen ist δ_e mit etwa 1 cm im Bereich üblicher Gehäusewandstärken für größere elektrische Maschinen.

7.7 Vergleich mit Messungen der Zusatzverluste nach der IEC-Norm

Zum Vergleich zwischen Messung und Berechnung der lastabhängigen Zusatzverluste muss mit KLASYS05 der Messvorgang nach der IEC-Norm IEC60034-2 nachvollzogen werden. Dies geschieht mittels folgendem Formelsatz, wobei der Index 0 für Leerlauf gilt:

$$P_{Fe}(s=0) + P_{zus,0} = P'_{Fe,0} = (P_0 - P_{Cu,s,0}) - P_f \quad (7.7-1)$$

$$\begin{aligned} P_{zus,IEC} &= P_{in} - P_{out} - P_{Cu,s} - P'_{Fe,0} \cdot \left(\frac{U_{sh}}{U_s} \right)^2 - P_f - P_{Cu,r} = \\ &= (P_{Cu,s} + P_{Cu,r} + P_{Fe} + P_f + P_{zus}) - P_{Cu,s} - (P_{Fe}(s=0) + P_{zus,0}) \cdot \left(\frac{U_{sh}}{U_s} \right)^2 - P_f - P_{Cu,r} \end{aligned} \quad (7.7-2)$$

P_f ...Reibungsverluste durch Lager, Wellenlüfter etc.

Somit folgt mit der Annahme, dass die Ummagnetisierungsverluste bei Last

$$P_{Fe}(s) = P_{Fe}(s=0) \cdot \left(\frac{U_{sh}}{U_s} \right)^2$$

sind, dass die lastabhängigen Zusatzverluste, die nach IEC 60034-2 messtechnisch bestimmt werden, jene mit KLASYS05 berechneten Zusatzverluste P_{zus} minus jenen bei Leerlauf $P_{\text{zus},0}$, reduziert um das Quadrat von Hauptfeld- zu Klemmenspannung, sind. Dies hat seine Ursache darin, dass bei der Leerlaufmessung nach IEC 60034-2 die Zusatzverluste gemeinsam mit den Ummagnetisierungsverlusten $P_{\text{Fe}}(s=0)$ als ‚Eisenverluste‘ $P'_{\text{Fe},0}$ gemessen werden.

$$P_{\text{zus,IEC}} = P_{\text{zus}} - P_{\text{zus},0} \cdot \left(\frac{U_{\text{sh}}}{U_s} \right)^2 \quad (7.7-3)$$

$$P_{\text{Fe,IEC}} = (P_{\text{Fe}}(s=0) + P_{\text{zus},0}) \cdot \left(\frac{U_{\text{sh}}}{U_s} \right)^2 \quad (7.7-4)$$

$$P_{\text{Cu,r,IEC}} = (P_{\text{in}} - P_{\text{Cu,s}} - P_{\text{Fe,IEC}}) \cdot s \quad (7.7-5)$$

Es muss erwähnt werden, dass die Daten der untenstehenden Maschinen wohl im Wesentlichen bekannt sind, genauere Daten über Materialien (Eigenschaften des Elektroblechs und dessen spezifische Verluste), Bearbeitungseinflüsse, Schrägung etc. jedoch nicht bei allen Maschinen bekannt waren.

Sowohl die Pulsationsverluste in den Ständerzähnen und den Ständerjochen als auch die Oberflächenverluste im Rotor sind direkt vom lokalen Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} abhängig, da beide vom Spaltstreufloss verursacht werden. Der Faktor k_{zk} wird aber wesentlich durch die Feldwinkel ρ_s und ρ_r bestimmt (Bild 1.1-1), der wiederum stark nutformabhängig ist. Speziell bei den geschlossenen Läuferfalten ist ρ_r analytisch schwer bestimmbar. Deshalb besteht im Programm KLASYS05 die Möglichkeit, diesen Winkel vorzugeben. So hat sich z. B. herausgestellt, dass bei den Nutkombinationen $Q_s/Q_r = 36/28$ der berechnete Winkel ρ_r verkleinert werden muss, um eine gute Übereinstimmung der berechneten mit den gemessenen Zusatzverlusten zu erhalten, während bei $Q_s/Q_r = 48/40$ der berechnete lastabhängige Zusatzverlust gut passt.

7.8 Messung der lastabhängigen Zusatzverluste nach IEC 60034-2

Die folgenden Messungen erfolgten an fünf Maschinen (Maschinengruppen I, II, III) von fünf verschiedenen Herstellern [59]. Die Messergebnisse sind [19] entnommen, wobei die Messreihe M1, ermittelt an der TU Darmstadt, Institut für Elektrische Energiewandlung, aus [19], Tabelle 4.15, entnommen ist. Die Messreihe M2 wurde an denselben Motoren mit derselben Messmethode an der University of Nottingham, Prof. *Keith Bradley*, im Rahmen einer Forschungs-Kooperation ermittelt [65].

a) Maschinen der Gruppe I: $2 \cdot p = 4$, $P_N = 11 \text{ kW}$, 50 Hz / 400 V (Daten siehe Anhang B)

Tabelle 7.8-1: Zusatzverluste der Maschinengruppe I

	Maschine A	Maschine B	Maschine C	Maschine D	Masch. E
Läufernut	g	g	o	g + o	g
Q_s/Q_r	48/40	36/28	48/40	48/36	36/28
$P_{\text{zusIEC}} - \text{M1}$	138,65 W	148,4 W	170,2 W	149,9 W	241,3 W
$s - \text{M1}$	3 %	2,37 %	3,19 %	3,34 %	4,37 %
$P_{\text{zusIEC}} - \text{M2}$	108 W	110,3 W	110,4 W	171,9 W	203,7 W
$s - \text{M2}$	3,09 %	2,2 %	2,89 %	3,18 %	4,59 %
$P_{\text{zusIEC}} - \text{B}$	139,1 W	177,5 W	181,4 W	195,1/174,4 W	196,9 W
Winkel ρ_r	berechnet	15°	berechnet	20°/45°	10°
Schrägung	1/111	1/30	1/40	1/72	1/20
Abw. zu M1	0,32 %	19,6 %	6,6 %	16,3 %	-18,5 %

g = geschlossen / M = Messung / B = Berechnung / o = offen / s = Schlupf / Abw. = Abweichung der Berechnung von $P_{\text{zus,IEC}}$ von der Messung M1 in %.

Durchschnittlicher Fehler: 12,2 %

Berechnet wurden die Zusatzverluste mit dem Programm KLASYS05 mit folgenden Berechnungsoptionen:

- mit Einfluss der verringerten Magnetisierbarkeit durch Bearbeitung (Abschnitt 6.2)
- mit Sättigungshauptwelle gemäß Abschnitt 2.4
- mit Ständeroberwellen gemäß Abschnitt 4.3 d) bis zur zweiten ständernutharmonischen Ordnungszahl
- mit einer relativen Permeabilität von $\mu_{\text{eff,rel}} = 500$ für den Effekt der Feldverdrängung
- Käfigtemperatur = Wicklungstemperatur + 20 °C

b) Maschinen der Gruppe II: $2 \cdot p = 4$, $P_N = 110 \text{ kW}$ (A-D), 75 kW (E), 50 Hz/400V

Die Messwerte der 110 kW, 75 kW und 1,1 kW-Maschinen wurden im Rahmen einer Forschungs Kooperation bei Prof. *Keith Bradley*, University of Nottingham, (1) und [65], ermittelt. Die Maschinendaten für die Berechnung sind in Anhang B tabellarisch angegeben.

Tabelle 7.8-2: Lastabhängige Zusatzverluste der Maschinengruppe II

	Maschine A	Maschine B	Maschine C	Maschine D	Maschine E
Läufernut	d	d, g	d	d, g	d, g
Q_s/Q_r	48/40	48/40	60/50	72/52	72/56
$\mu_{rev,rel}$	500	500	500	500	900
$P_{zusIEC} - M$	1350,8 W	730,3 W	784,6 W	1208 W	578,9 W
$P_{zusIEC} - B$	1170,9 W	738,6 W	984,9 W	1179,1 W	631,5 W
Abweichung	13,3 %	1,1 %	25,5 %	-2,4 %	9,1 %

g = geschlossen / M = Messung / B = Berechnung / o = offen / d = Doppelkäfig. $\mu_{rev,rel}$ = relative reversible Permeabilität für

Feldverdrängung

Durchschnittlicher Fehler: 10,3 %

c) Maschinen der Gruppe III: $2 \cdot p = 4$, $P_N = 1,1$ kW, 50 Hz/400 V

Tabelle 7.8-3: Lastabhängige Zusatzverluste der Maschinengruppe III

	Masch. A	Masch. B	Masch. C	Masch. D	Masch. E	Masch. F
Läufernut	o	o	o	g	g	o
Q_s/Q_r	36/28	36/26	36/26	48/28	36/28	36/28
$\mu_{rev,rel}$	500	900	900	900	900	500
$P_{zusIEC-M}$	15,88 W	12,4 W	11,1 W	23,8 W	13,5 W	16,4 W
$P_{zusIEC-B}$	15,2 W	14,3 W	14,5 W	30,3 W	14,1 W	13,2 W
Abweichung	4,2 %	15,3 %	30,6 %	27,3 %	4,4 %	19,5 %

Durchschnittlicher Fehler: 16,9 %

8 Die Zusatzverluste im Umrichterbetrieb

Im Umrichterbetrieb wird die elektrische Maschine im Stator mit einer geschalteten Spannung je Strang gespeist. Diese kann als unendliche Summe von Sinusschwingungen unterschiedlicher Amplitude bei steigenden Frequenzen aufgefasst werden (Fourierreihe). Durch diese Spannungsüberschwingungen hoher Frequenz ergeben sich zusätzlich zu den Betriebsgrößen zufolge der Speisung mit der dominanten Spannungsgrundschiwingung höherfrequente Ständer- und Läuferstromsysteme, die zusätzliche Felder erregen. Es entstehen daher zusätzliche Stromwärmeverluste und Ummagnetisierungsverluste in der elektrischen Maschine, verbunden mit zusätzlichen bremsenden Momenten und geräuschanregenden Kräften.

8.1 Methodik der Verlustberechnung

Da die Spannungsüberschwingungen gegenüber dem Grundstrom deutlich kleinere Oberschwingungsströme bewirken, wird angenommen, dass die Eisensättigung hauptsächlich durch den Grundstrom bestimmt wird. Dabei wird das Superpositionsprinzip zur Überlagerung von Grund- und Oberschwingungen angewendet. Die einzelnen Berechnungsschritte für die Verluste bei Umrichterbetrieb sind:

- Berechnung der Ströme für jedes einzelne Spannungsüberschwingungssystem (Mit- oder Gegensystem) des Umrichterspektrums mit dem Grundwellen-Ersatzschaltbild. Es werden für die Spannungsüberschwingungen nur die Grundwellen der magnetischen Felder betrachtet, da die Oberwellen bereits sehr klein sind. Dabei wird zwischen Mit- und Gegensystemen unterschieden.
- Berechnung der Sättigungsfaktoren im Ersatzschaltbild für die Spannungsgrundschiwingung.
- Im Falle geschlossener Läuferfalten werden die Nutschlitz- und Zahnkopfsättigungsfaktoren aus den vorausberechneten Oberschwingungsströmen bestimmt.
- Bestimmung der von den höherfrequenten Feldgrundwellen verursachten Verluste mit Berücksichtigung der Feldverdrängung bei Flusskonstanz.
- Aus den Grundwellenluftspaltfeldern der einzelnen Spannungssysteme (Mit- und Gegensysteme) werden die Beiträge zu Pendelmomenten sowie zu Radialkräften berechnet.

Für den Umrichterbetrieb werden die Oberschwingungs-Spannungssysteme und die zugehörigen Oberschwingungsstromsysteme und Pendelmomente überlagert.

Die Addition der asynchronen Bremsmomente der Oberschwingungssysteme ist zulässig, da es sich bei diesen um zeitliche Mittelwerte handelt. Ebenso dürfen die Oberschwingungsstromsysteme überlagert werden, da diese unterschiedliche Frequenzen haben. Bezüglich der Berechnung der Zusatzverluste bei Umrichterbetrieb wurde in Abschnitt 8.1 festgestellt, dass der Einfluss einer leitfähigen Schicht an der Läuferoberfläche durch Überdrehen des Läufers [39] vernachlässigt wurde. Aus der Arbeit von *Heimbrock* [18] wurde allerdings die Erkenntnis gewonnen, dass ein Teil der Zusatzverluste bei Umrichterbetrieb von den Oberflächenverlusten in dieser Schicht des Läufers herrührt. Messungen an mit Säure behandelten Läufern, wo diese Schicht zerstört wird, bestätigen dies. Dieser Effekt wird daher auch für Umrichterbetrieb nicht weiter berücksichtigt und ist daher im Programm KLASYS05 nicht erfasst.

Die zusätzlichen Ummagnetisierungsverluste zufolge der Feldgrundwellen der Oberschwingungssysteme bestehen aus Wirbelstrom- und Hystereseverlusten. Die Hystereseverluste im Umrichterbetrieb werden mit dem Verfahren [49] aus dem Gleichrichtwert der pulsweitenmodulierten Spannung ermittelt. Die Wirbelstromverluste werden klassisch berechnet.

8.2 Frequenzspektren bei Raumzeigermodulation und Regular Sampling

Zur Berechnung der Zusatzverluste bei Umrichterbetrieb muss zunächst das vom Spannungszwischenkreisumrichter erzeugte Spannungsspektrum bekannt sein. Zur Verfügung stehen (Spannungszwischenkreis). Dieses Spektrum kann für bestimmte Modulationsverfahren numerisch oder analytisch berechnet werden. Für die Berechnung der Zusatzverluste müssen die Amplituden, Phasenwinkel und Ordnungszahlen der Spannungsoberschwingungen bekannt sein. Das Oberschwingungsspektrum ist abhängig vom Modulationsgrad und der Modulationsart des Umrichters. Die durch die Oberspannungssysteme entstehenden Zusatzverluste können somit für eine bestimmte Oberschwingungsspannung berechnet werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Spannungsspektren für die Modulationsarten

- Raumzeigermodulation
- Asymmetric regular sampling mit Sinusreferenz

nach dem Trägerverfahren mit der Dreiecksmodulation berechnet. Eingangsparameter für die Berechnung sind

- die Trägerfrequenz und
- die Signalfrequenz für die Spannungsgrundschiwingung und der Modulationsgrad

Die Spektren werden numerisch mit einer FOURIER-Reihenentwicklung aus dem Spannungszeitverlauf („double edge“ oder „single edge“) oder analytisch aus einer geschlossenen Lösung [56] (nur „double edge“ und nur Beträge) errechnet. Beide Verfahren werden in KLASYS05 optional angeboten. Voraussetzung für die Berechnung ist eine konstante Zwischenkreisspannung U_{dc} , was eine ideale Gättung der Zwischenkreisspannung voraussetzt. Das Resultat der Berechnung ist die Amplitude und die Phasenlage der Grund- und Oberschwingungsspannungen in Abhängigkeit der jeweiligen Frequenz. Da die Berechnung das Schaltsignal $s(t)$ je Brückenweig liefert, muss bei der Berechnung der Strangspannung noch die Schaltung der Ständerwicklung berücksichtigt werden:

Sternschaltung:

$$u_{str}(t) = \frac{U_{dc}}{2} \cdot \left[\frac{2}{3} \cdot s_U(t) - \frac{1}{3} \cdot s_V(t) - \frac{1}{3} \cdot s_W(t) \right] \quad (8.2-1)$$

Dreieckschaltung:

$$u_{str} = \frac{U_{dc}}{2} \cdot [s_U(t) - s_V(t)] \quad (8.2-2)$$

Der Modulationsgrad M ist definiert mit

$$M = \frac{\hat{U}_{Str,1}}{U_{dc}/2}, \quad (8.2-3)$$

wobei $\hat{U}_{Str,1}$ den Scheitelwert der Grundschiwingung darstellt. Basis für die numerische Berechnung des Frequenzspektrums ist das Trägerverfahren mit einem dreieckigen, für alle drei Stränge gemeinsamen Trägersignal. Mit dieser Methode lässt sich die klassische Raumzeigermodulation [56, 62] sowie das „Asymmetric Regular Sampling“ Verfahren mit sinusförmiger Referenzspannung [56] realisieren. Das Spektrum der klassischen für Raumzeigermodulation ist äquivalent zum Spektrum des Trägerverfahrens (Dreiecksmodulation) [62], wenn zu den drei sinusförmigen Referenzsignalen

$$\Phi_1(t) = M \cdot \frac{U_{dc}}{2} \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t) \quad (8.2-4)$$

$$\Phi_2(t) = M \cdot \frac{U_{dc}}{2} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t - \frac{2 \cdot \pi}{3}\right)$$

$$\Phi_3(t) = M \cdot \frac{U_{dc}}{2} \cdot \sin\left(2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot t - \frac{4 \cdot \pi}{3}\right)$$

ein Nullspannungsanteil

$$h(t) = -0.5 \cdot [\min(\Phi_1(t), \Phi_2(t), \Phi_3(t)) + \max(\Phi_1(t), \Phi_2(t), \Phi_3(t))] \quad (8.2-5)$$

addiert wird.

Bei der Bestimmung der Spannungsspektren wurden die beiden Fälle ‚double edge‘ oder ‚single edge‘ [56] unterschieden. Wenn mit f_c die Frequenz des dreieckigen Trägersignales bezeichnet wird, so ist beim symmetrischen ‚double edge‘-Verfahren die Abtastfrequenz $f_{Tast} = 2 \cdot f_c$ und beim symmetrischen ‚single edge‘-Verfahren $f_{Tast} = f_c$. Die sogenannte Pulsfrequenz ist im PWM-Signal der Außenleiter- oder der Strangspannung ersichtlich, und ist immer $f_{Puls} = 2 \cdot f_c$.

Typischerweise entstehen bei dieser Modulationsart folgende Frequenzanteile:

- f_s (Grundschwingung): Die drei Strangspannungsgrundschwingungen bilden ein Mitsystem
- $k \cdot f_c$, mit $k = 1, 3, 5, \dots$ Die zugehörigen Spannungsoberschwingungssysteme bilden Nullsysteme
- $f_{k,n} = k \cdot f_c + n \cdot f_s$

mit $k = 1, 3, 5 \dots$ und $n = \pm 2, \pm 4 \dots$ bzw.

mit $k = 2, 4, 6 \dots$ und $n = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots$

Die Bestimmung der Phasenfolge der drei zugehörigen OS-Strangspannungen erfolgt hier folgendermaßen:

für $n = 3 \cdot K - 2$ oder $n = -(3 \cdot K - 1) \rightarrow$ Phasenfolge U_1, U_2, U_3 : Mitsystem

für $n = 3 \cdot K - 1$ oder $n = -(3 \cdot K - 2) \rightarrow$ Phasenfolge U_1, U_3, U_2 : Gegensystem

für $n = \pm 3 \cdot K \rightarrow$ Nullsystem

mit $K \dots$ beliebige positive ganze Zahl außer Null.

Aus dem Verhältnis der Frequenzen ergeben sich die ganzzahligen Ordnungszahlen

$$\frac{f_{k,n}}{f_s} = |k_{FU}|, \text{ wenn } \frac{f_c}{f_s} \text{ ganzzahlig ist.}$$

In der Literatur wird oft angenommen, dass sich die Ordnungszahlen der Harmonischen eines Spannungsspektrums bei 3-phasiger Raumzeigermodulation bzw. Regular-Sampling-Verfahren folgendermaßen ergeben: $k_{FU} = 1, 3, -5, 7, 9, -11, 13, 15, -17, 19 \dots$

Die durch drei teilbaren Ordnungszahlen k_{FU} bilden Nullsysteme, bei den anderen Ordnungszahlen gilt das positive Vorzeichen von k_{FU} für Mitsysteme, das negative für Gegensysteme. Ordnungszahlen ohne Nullsysteme 1, -5, 7, -11, 13...ergeben sich aber nur, wenn es sich um eine synchrone Modulation handelt, also die Trägerfrequenz f_c ein ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz f_s ist, und zudem das Verhältnis der beiden $\frac{f_c}{f_s}$

ein ungerades Vielfaches von 3 ist, also z. B. $f_c/f_s = 9$.

Generell muss daher folgendes unterschieden werden:

- a) ganzzahliges Verhältnis f_c/f_s : synchrones Taktverfahren
- b) gebrochenes Verhältnis f_c/f_s : asynchrones Taktverfahren

Beispiele zum synchronen Takten wären:

a1) Beispiel: $f_c/f_s = 13$ (ungerade)

→ Ordnungszahlen: $|k_{FU}| = 3, 5, 9, 11, 15, 17, 21, 23$

a2) Beispiel: $f_c/f_s = 10$ (gerade)

→ Ordnungszahlen $|k_{FU}| = 2, 6, 8, 12, 14, 18, 20, \dots$

In der Praxis werden jedoch nur synchrone Taktverfahren mit f_c/f_s ungerade und durch drei teilbar verwendet, um Nullspannungssysteme zu vermeiden und damit auch das OS-Spannungssystem mit der Trägerfrequenz f_c in der verketteten und in der Strangspannung.

Die asynchronen Taktverfahren werden vor allem für $f_c \gg f_s$ verwendet, so dass der Einfluss der zusätzlichen OS-Spannungssystem klein ist.

Beispiel 8.2-1: Berechnung eines OS-Spannungsspektrums für synchrones Takten

$$U_{dc} = 560 \text{ V}$$

$$f_s = 50 \text{ Hz}$$

$$f_c = 2 \text{ kHz}, f_c/f_s = 40$$

single edge-Verfahren, Modulationsgrad $M = 1,11$.

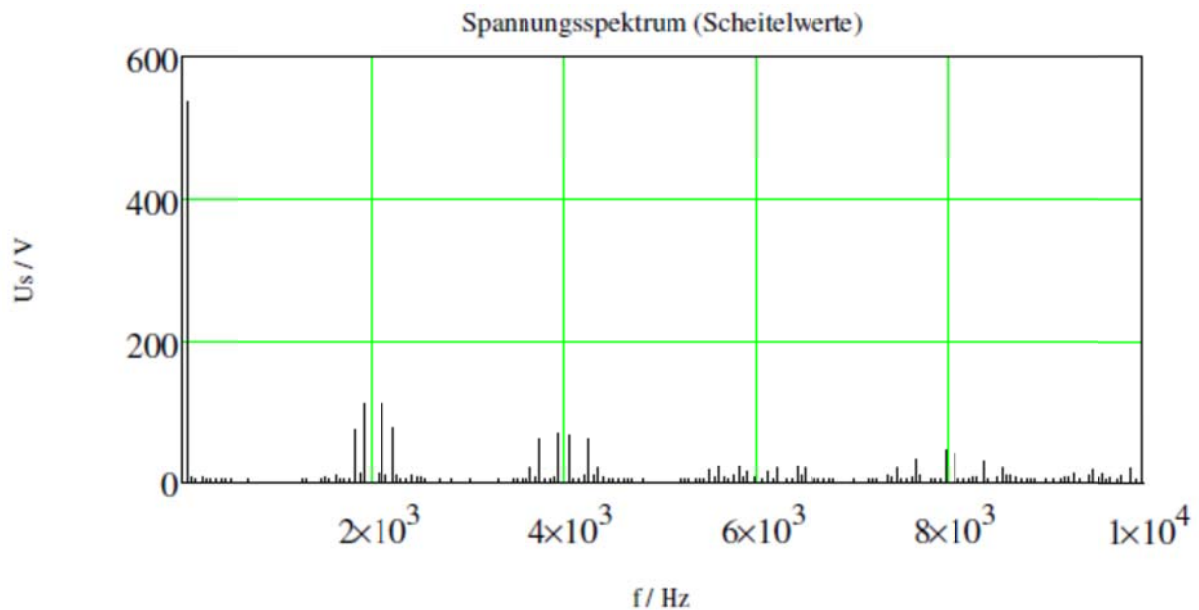


Bild 8.2-1: Berechnetes Aussenleiter-Spannungs-Frequenzspektrum für Raumzeigermodulation mit dem Modulationsgrad $M = 1,11$ und $U_{dc} = 560 \text{ V}$

Das Pulsmuster entsteht aus den Schnittpunkten eines dreieckigen Trägersignals $T(t)$ mit der Trägerfrequenz f_c mit dem abgetasteten Referenzsignal (Bild 8.2-2/3).

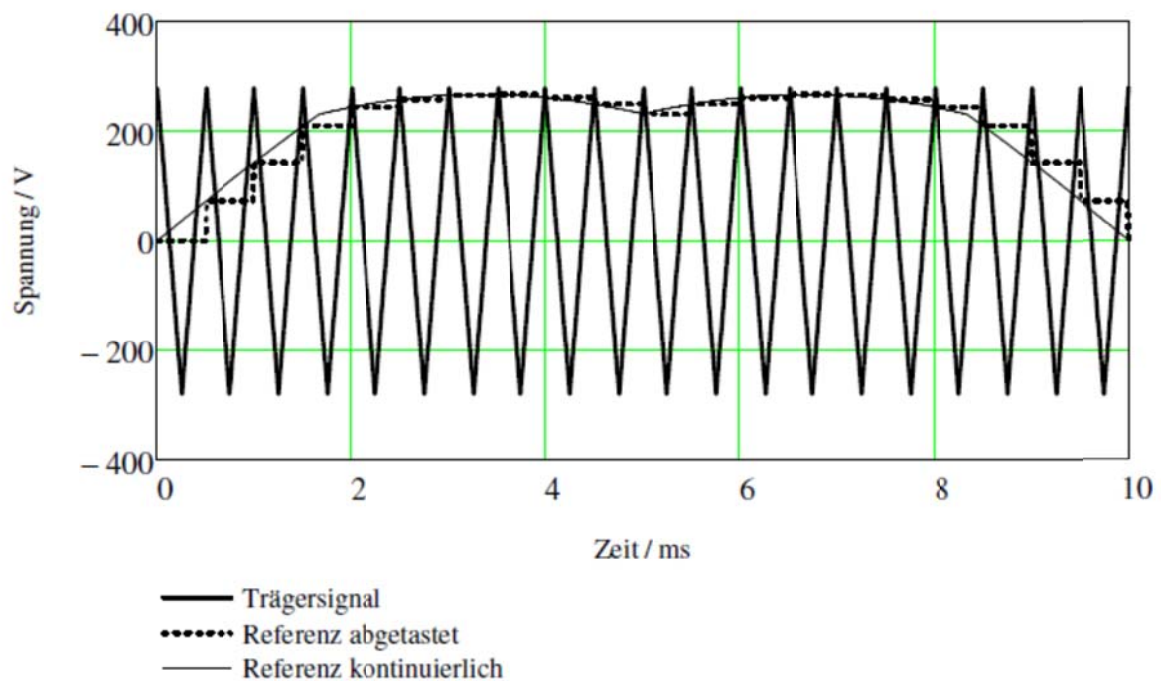


Bild 8.2-2: Trägersignal $T(t)$ und abgetastetes Referenzsignal $\Phi(t)$ (punktiert) zur Erzeugung einer pulsbreitenmodulierte Umrichterausgangsspannung

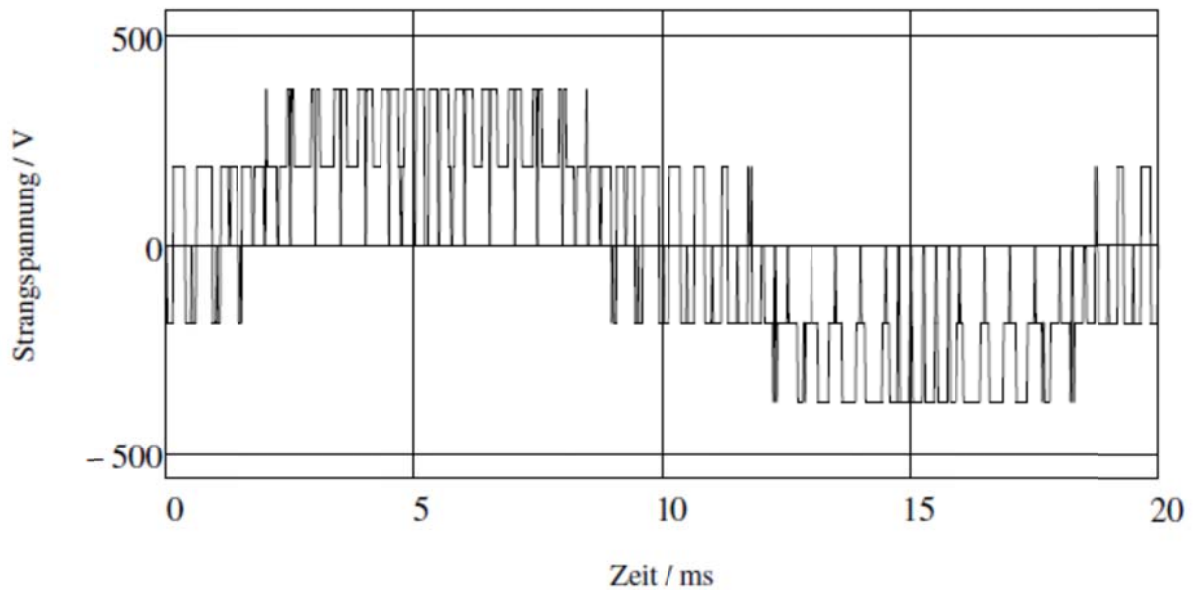


Bild 8.2-3: Berechnete pulswidenmodulierte Strangspannung für die Raumzeigermodulation mit $M = 1,11$ gemäß Bild 8.2-2.

8.3 Vorgehensweise bei der Berechnung der Oberschwingungs-Ströme

Zur Berechnung der zusätzlichen Ströme bei Umrichterbetrieb wird die Modulationsart vorgegeben und die Feldgrundwellen für das Spannungsspektrum werden bestimmt. Zunächst werden beim jeweiligen Grundwellenschlupf für die Spannungsgrundschnwingung die Sättigung, das Drehmoment und die Verluste berechnet. Nach den iterativen Berechnungen der Haupt- und Streufeldsättigungen (I_m - und I_s -Iteration) erfolgt die weitere Berechnung mit dem Spannungsspektrum für die gegebene Strangspannung und dem zugehörigen Modulationsgrad. Die Zahl der zu berücksichtigenden OS-Frequenzen und OS-Spannungssysteme ergibt sich dabei aus der maximalen Frequenz der FFT-Analyse der Umrichterausgangsspannung. Generell bilden diese OS-Spannungssysteme Dreh- und Wechselfelder mit den Polpaarzahlen $\nu = p \cdot (1 + 2 \cdot m \cdot g)$, wobei nur die Grundwellen berücksichtigt werden. Die zugehörigen Grund- und Oberwellen haben die mathematische Form

$$B_{\nu, k_{FU}}(x, t) = \hat{B}_{\nu, k_{FU}} \cdot \cos\left(\frac{\nu \cdot x \cdot \pi}{p \cdot \tau_p} - k_{FU} \cdot \omega_s \cdot t\right). \quad (8.3-1)$$

Der Schlupf ist

$$s_{k, \nu} = 1 - \frac{\nu}{p \cdot k_{FU}} \cdot (1 - s). \quad (8.3-2)$$

Die Schlupffrequenz wird dann $f_{r, k, \nu} = f_{s, k} \cdot s_{k, \nu}$ mit $f_{s, k} = k_{FU} \cdot f_s$.

Für das innere Drehmoment der Grundwelle des k -ten Oberschwingungssystems gilt mit dem vorzeichenbehafteten k_{FU} auch

$$M_k = \frac{P_{r,k} \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot k_{FU} \cdot f_s \cdot s_k} \text{ oder} \\ M_k = \frac{P_{d,k} \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot k_{FU} \cdot f_s} \quad (8.3-3)$$

In der Berechnung werden alle Spannungssysteme gemäß dem Überlagerungsprinzip unabhängig voneinander behandelt. Dabei werden nur Ordnungszahlen k_{FU} , die Mit- und Gegensysteme ergeben, berücksichtigt jedoch nur deren Grundwellen ($\nu = p$). Allfällige Nullsysteme im Spannungsmuster werden vernachlässigt. Bei Sternschaltung können sie sich auch nicht auswirken. Zu jeder OS-Frequenz werden Amplitude und Phasenwinkel der Ständerstrangspannung sowie der entsprechende Grundwellenschlupf für $\nu = p$

$$s_{k,p} = 1 - \frac{1}{k_{FU}} \cdot (1 - s) \quad (8.3-4)$$

vorgegeben. Für jedes OS-Spannungssystem werden zuerst die Stromverdrängungsfaktoren k_r und k_x in der Ständerwicklung berechnet, wodurch der Ständerstrangwiderstand R_s und die Ständerstreuinduktivität $L_{s\sigma}$ beeinflusst werden.

Die Sättigungsrechnung für das Haupt- und Streufeld der Spannungsgrundschiwingung ist im Sinne einer Vorsättigung für die OS-Spannungssysteme zu verstehen. Insofern für den Sättigungszustand des k_{FU} -Systems nicht exakt. Eine zusätzliche Sättigung durch die OS-Ströme, vor allem des Spaltstreuflusses wegen $s_{k,p} \approx 1$, wird nicht berechnet. Da jedoch die OS-Spannungsanteile klein sind, ist diese Annahme zulässig.

Aus der Berechnung aller OS-Systeme ($U_k, s_{k,p}$) werden von allen Systemen $|k_{FU}| > 1$ folgende Beiträge zum Grundwellenanteil des Grundsystems $k_{FU} = 1$ addiert:

$$P_{Cu,s}, P_{Cu,r}, P_{out}, M, V_{ges}, P_{Fe}, P_{zus}.$$

Für das Drehmoment ist das die Addition der bremsenden asynchronen Grundwellenmomente aller OS-Spannungssysteme. Die zugehörigen Grund- und OS-Stromsysteme werden folgendermaßen formuliert:

$$i_s(t) = \hat{I}_s \sin(\omega_s \cdot t + \varphi_1) \dots \text{Grundschiwingungsstrom, Phase 1}$$

$$i_{ph,k_{FU}}(t) = \hat{I}_{k_{FU}} \cdot \sin(k_{FU} \cdot \omega_s \cdot t + \varphi_{ph,k_{FU}}) \dots \text{Oberschiwingungsstrom } k_{FU}, \text{ Phase } ph = 1, 2, 3$$

mit

$k_{FU} \dots$ Ordnungszahl des Oberschwingungssystems,

$\varphi_{ph,k_{FU}}$... Phasenwinkel des Stroms.

Weiters ist

$$\varphi_{ph,k_{FU}} = \varphi_{k_{FU}} - k_{FU} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{m} \cdot (ph - 1), \quad (8.3-5)$$

$$\varphi_{k_{FU}} = k_{FU} \cdot \varphi_1 + \Delta\varphi_{1,k_{FU}}, \quad (8.3-6)$$

$$\Delta\varphi_{1,k_{FU}} = (\varphi_{u,k_{FU}} - \Delta\varphi_{k_{FU}}) - k_{FU} \cdot (\varphi_{u,1} - \Delta\varphi_1) \quad (8.3-7)$$

und m die Phasenzahl (Strangzahl) der Ständerwicklung.

Für die Phase 1 ($ph = 1$) gilt dann

$$i_{k_{FU}}(t) = \hat{I}_{k_{FU}} \cdot \sin(k_{FU} \cdot \omega_s \cdot t + \varphi_{k_{FU}}),$$

Dabei ist $\Delta\varphi_{1,k_{FU}}$ ist der Phasenverschiebungswinkel zwischen dem Ständeroberstrom $i_{k_{FU}}$ und dem Ständergrundstrom i_1 im Bezug auf das k_{FU} -System, $\varphi_{k_{FU}}$ ist der Phasenwinkel des k_{FU} -ten Oberstroms, $\varphi_{u,k_{FU}}$ und $\varphi_{u,1}$ sind die Phasenwinkel der Spannungen und $\Delta\varphi_{k_{FU}}$, $\Delta\varphi_1$ sind Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung. In den Bildern 8.3-1 bis 8.3-3 wird ein Beispiel für die Grundschwingung $k_{FU} = 1$ und die Oberschwingung $k_{FU} = 7$ gezeigt.

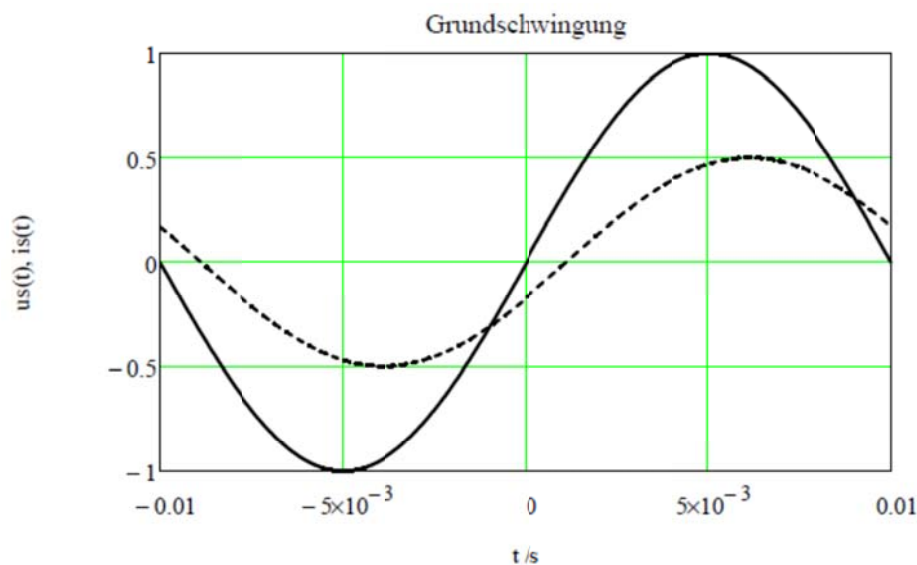


Bild 8.3-1: Berechnete Grundschiwingung von Spannung und Strom (strichliert), $\Delta\varphi_1 = 20^\circ$, $\varphi_{u1} = 0^\circ$, $\varphi_1 = -20^\circ$

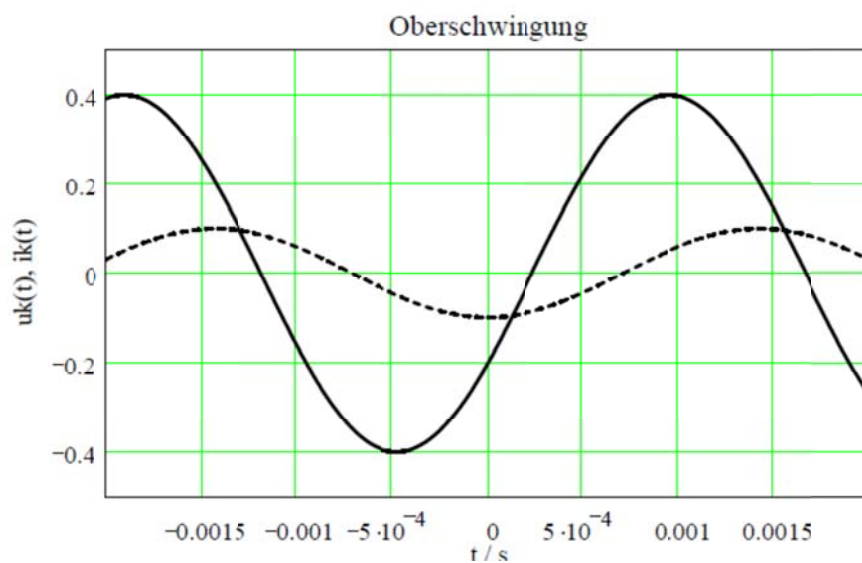


Bild 8.3-2: Berechnete 7. Oberschwingung von Spannung und Strom (strichliert), $\Delta\varphi_{k_{FU}} = 60^\circ$,
 $\varphi_{u,k_{FU}} = -30^\circ$, $\varphi_{k_{FU}} = -90^\circ$

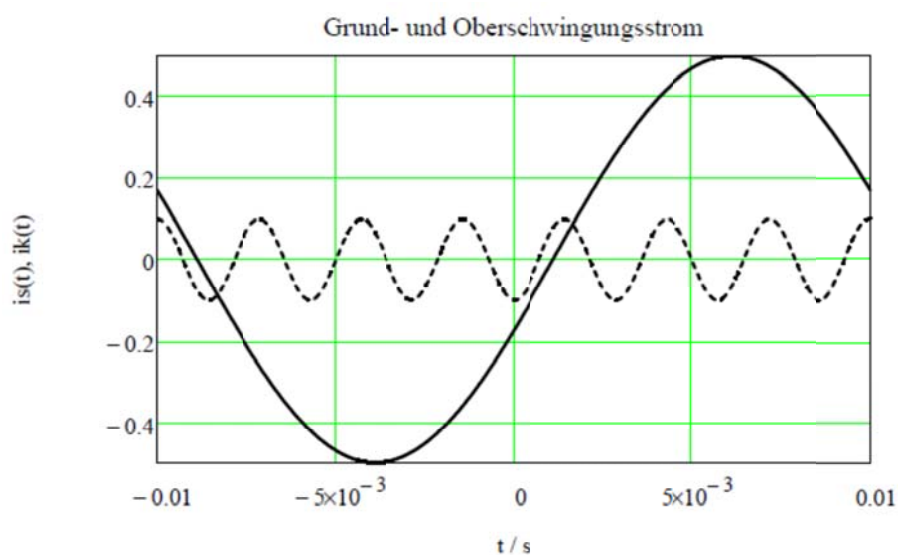


Bild 8.3-3: Grundschriftungs- und Oberschwingungsstrom 7. Ordnung, $\Delta\varphi_{1,k_{FU}} = 50^\circ$

8.4 Vergleich zwischen Berechnung und Messung

8.4.1 Die Messungen von Heimbrock, Maschine V

Heimbrock [18] stellt durch Interpretation von Messungen mittels Messpulen folgendes fest.

a) Das Feld der Oberschwingungen schließt sich im Leerlauf wie das Hauptfeld der Grundschwingung.

b): Die Felder der Oberschwingungen bilden sich bei steigendem Schlupf bis zum Nennschlupf ($0 < s \leq s_N$) immer mehr als Zick-Zack-Streufeld über den Zahnköpfen aus und sind überwiegend mit der Ständerwicklung verkettet.

Da sich der Schlupf des Grundfelds einer Stromoberschwingung stets in der Nähe von 1 befindet, erwartet man zunächst eine Feldsituation, wie sie bei Netzbetrieb dem Kurzschlusspunkt ($s = 1$) entspricht, also einem voll ausgebildeten Spaltstreufeld. Das passt zu b), nicht aber zu a). Dabei ist zu sagen, dass bei halbgeschlossenen Läuferfalten tatsächlich auch bei $s = 0$ sich die Felder der Stromoberschwingungen bereits als Spaltstreufeld ausbilden. Die Beobachtungen a) und b) erklären sich aber aus dem Verhalten der geschlossenen Nut. Im Leerlauf ist die Eisenbrücke über den Rotornuten noch relativ ungesättigt, sodass eine hohe Läuferimpedanz und ein sehr kleiner durch die Ständerstromoberschwingung bedingter Läuferoberschwingungsstrom resultiert. Dieser bewirkt auch einen kleinen Zick-Zack-Streufeld, sodass ein Feldverlauf der OS-Felder gemäß a) entsteht. Mit zunehmender Belastung ($s > 0$) steigt der Rotorstrom und es sättigen die Eisenbrücken sehr schnell (Bild 8.4.1-1), die Läuferimpedanz sinkt und es bildet sich der Spaltstreufeld aus.

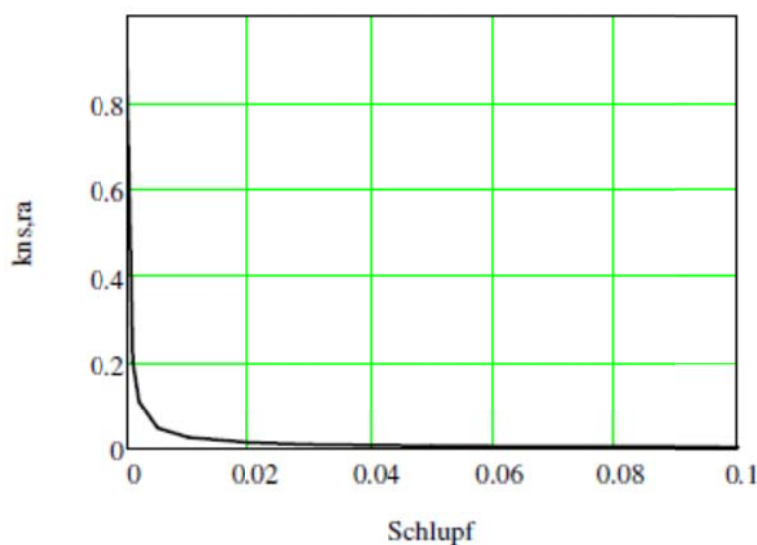


Bild 8.4.1-1: Verlauf des berechneten Nutschlitzsättigungsfaktors $k_{\text{ns,ra}}$ der Eisenbrücke über einer geschlossenen Läufernut an Abhängigkeit vom Schlupf, $s_N = 0,01$, Maschine XI.

Die schon bei kleinen Schlüpfen rasch zunehmende Sättigung der Eisenbrücken verkleinert die Rotor-Streuinduktivität und vergrößert folglich die Oberschwingungsrotorströme, wodurch durch deren Feld die resultierenden Oberschwingungshauptflüsse, die dem OS-Magnetisierungsstrom $\underline{I}_{m,k}$ entsprechen, sinken und der Spaltstreufeldfluss steigt. Die starke Abnahme der Oberschwingungshauptflüsse bzw. der starke Anstieg der Oberschwingungsströme von Stator und Rotor mit dem Grundschwingungs-Grundwellen-Schlupf ist daher eine Folge der geschlossenen Läufernuten, deren Eisenbrückensättigung sehr vom Schlupf und damit im Wesentlichen vom Ständer- und Rotorstrom des Grundschwingungssystems abhängt. Die Zunahme der Oberschwingungsströme mit steigender Last wird auch in [58] bestätigt. In Bild 8.4.1-2 sind die mit Messspulen (Durchmesserspule ‚LSP‘) erfassten Flüsse Φ_{LSP} im Bezug auf ihre Werte bei $s = 0$ in Abhängigkeit der Oberschwingungsfrequenz angegeben.

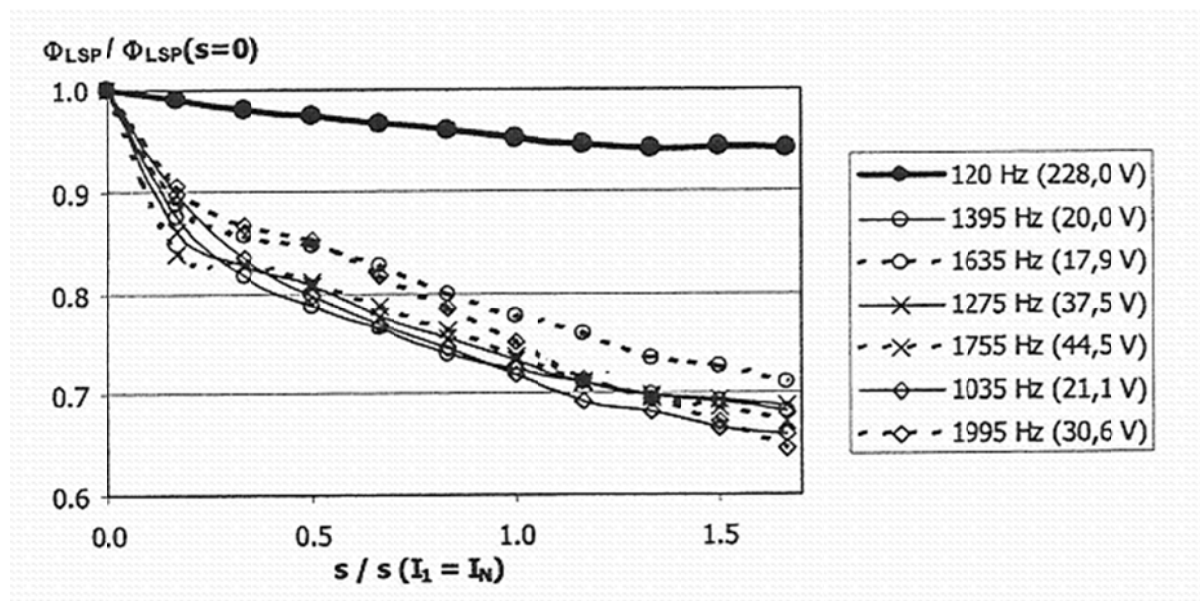


Bild 8.4.1-2: Gemessene Oberschwingungshauptfelder für unterschiedliche OS-Frequenzen

$f_{s,k} = 1035 \text{ Hz} \dots 1995 \text{ Hz}$ und OS-Spannungen (Effektivwerte) in Abhängigkeit des Schlupfs (bezogen auf Nennschlupf), Grundschwingungsfrequenz ist $f_{s,1} = 120 \text{ Hz}$, Maschine XI (aus [18])

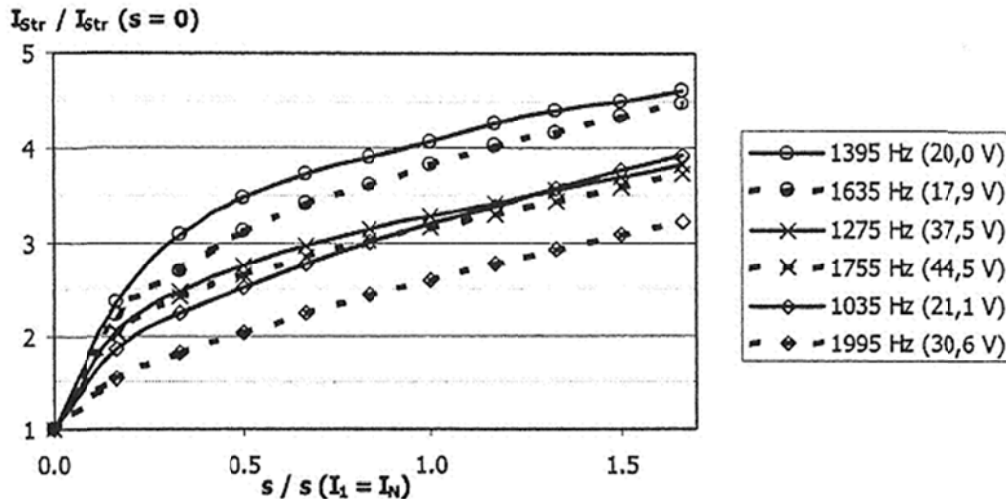


Bild 8.4.1-3: Gemessene Statorüberschwingungsströme in Abhängigkeit des Schlupfs (bezogen auf den Nennschlupf), Grundswingungsfrequenz ist $f_{s,1} = 120$ Hz, Maschine XI (aus [18]).

Für konstante, schlupfunabhängige Sättigungsverhältnisse z. B. bei halboffenen Läufernten würden die Spannungs-Oberschwingungssysteme $U_{s,k}$, deren Grundwellenschlupf s_k (8.3-4) näherungsweise unabhängig von s und ungefähr 1 ist, konstante Impedanzen vorfinden, sodass die OS-Ströme und auch die von ihnen bewirkten Verluste lastunabhängig wären. Interessant ist nun, dass auch für die Maschinen V (Anhang B) mit geschlossenen Läufernten die OS-Zusatzverluste laut Messung [18] etwa konstant, also unabhängig von s sind (Bilder 8.4.1-4 bis -6). Sie sinken mit steigender Trägerfrequenz f_c , weil die Amplitude der OS-Ströme mit f_c sinkt, was bekannt ist. Dass die OS-Zusatzverluste P_{os} auch bei geschlossenen Läufernten etwa unabhängig von s sind, liegt daran, dass mit steigendem Schlupf s die OS-Ströme steigen ($R \cdot I^2$ steigt), aber die OS-Flüsse sinken (Ummagnetisierungsverluste sinken). Die Lastunabhängigkeit der OS-Verluste bei *Heimbrock* tritt auch erst ab Trägerfrequenzen $f_c \geq 3$ kHz deutlich zu Tage. Die auch bei kleineren Trägerfrequenzen dennoch mehr oder weniger vorhandene Konstanz kommt vom Ausgleich zwischen den Eisen- und Stromwärmeverlusten der OS-Systeme. Für die rechnerische Bestimmung der Eisenbrückensättigung bei geschlossenen Nuten wird im Programm KLASYS05 das folgende Verfahren angewendet.

Es werden zwei Nutschlitz-Sättigungsfaktoren $k_{ns,ra}$ und $k_{ns,raX}$ berechnet, einer aus dem Fluss der Grundschwingung und einer aus dem Fluss der Oberschwingung mit Berücksichtigung des Feldverdrängungseffekts. Der jeweils kleinere von beiden wird zur Berechnung der Oberschwingungsströme aus dem Ersatzschaltbild verwendet. Dazu wird für eine

Umrichterspannungsoberschwingung ab einer Frequenz von 1000 Hz zunächst ein Korrekturfaktor k_μ

$$k_\mu = \frac{A_{\text{eff}}}{A_{\text{total}}} = \frac{\int_0^{d_b} \frac{B(x)}{B_s} dx}{d_b} = \frac{B_m}{B_s} = \frac{\tanh(s_\mu)}{s_\mu} \quad (8.4.1-1)$$

frequenzabhängig bestimmt [55] mit

$$s_\mu = \sqrt{2 \cdot \pi \cdot f \cdot \kappa \cdot \mu_{\text{rev}}} \cdot \frac{d_b}{2 \cdot \sqrt{2}} = \frac{d_b}{2 \cdot d_e}, \quad (8.4.1-2)$$

d_b als der Blechdicke und d_e als der Eindringtiefe. Der Korrekturfaktor ist dabei nichts anderes als das Verhältnis der mittleren Induktion B_m zur Randinduktion B_s im Blech oder das Verhältnis eines effektiven Querschnitts zum Gesamtquerschnitt. Er ist eine Folge der Feldverdrängung im Blech und ist ein Maß für die Reduktion der Permeabilität und des jeweiligen Sättigungsfaktors. Die Koordinate x wird vom Blechrand aus gemessen. Als reversible Permeabilität μ_{rev} wird dabei der Schätzwert 1000 verwendet. Zur Berechnung der Umrichterströme werden für jedes Oberschwingungssystem die Sättigungsfaktoren $k_{\text{ns,ra}}$, K_{zk} , k_{zk} iterativ errechnet und mit dem Korrekturfaktor k_μ multipliziert. Die Iteration beschränkt sich auf drei Durchläufe für die Bestimmung der Nutschlitzsättigungen. Die Hauptfeldsättigung k_h wird unverändert vom Feld des Grundschwingungssystems übernommen. Die Minimumfunktion $\text{Min}(k_{\text{ns,ra}}, k_{\text{ns,ra}})$ liefert den verwendeten Faktor. Dasselbe wird für die Berechnung der lokalen und globalen Zahnkopfsättigungen k_{zk} und K_{zk} durchgeführt. Die Permeabilitätsverringerung im Bereich der dünnen Eisenbrücke oberhalb der geschlossenen Nut durch die Bearbeitung (z. B. Stanzen) ist sehr schwer zu erfassen und wurde hier nicht berücksichtigt. Es wird nur jene Verringerung der Zahnpermeabilität verwendet, die von der Zahnbreite abhängt. Wie schon erwähnt, können laut [18] durch Ätzen der Läuferoberfläche die Oberschwingungsverluste wesentlich reduziert werden (z. B. um 13,7% bei $f_c = 1515$ Hz), weil hier leitende Verbindungen auf der Läuferblechpaketoberfläche durch Überdrehen verringert werden. Dies wurde im Programm KLASYS05 nicht berücksichtigt. Die Messergebnisse P_{os} in den Bildern 8.4.1-4 bis 8.4.1-6 stammen aus der Differenz der gemessenen Verluste bei Umrichter- und Sinusspeisung beim selben Schlupf, gleicher Grundschwingungsspannung U_{s1} und gleicher Grundschwingungsfrequenz f_{s1} . Die mit KLASYS05 erhaltenen Berechnungsergebnisse der OS-Zusatzverluste P_{os} sind im Vergleich zu den Messergebnissen aus den Bildern 8.4.1-4 bis -6 ersichtlich (s_N ist ca. 1 %).

(Auch hier muss erwähnt werden, dass die Material- und Bearbeitungsdaten, Betriebstemperaturen etc. der Beispielmachines nicht exakt bekannt waren.)

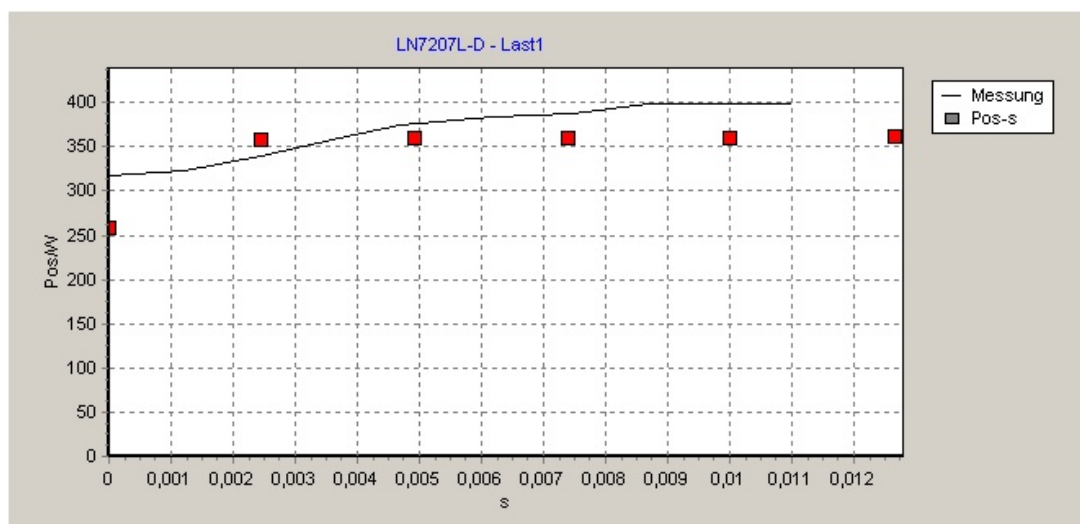


Bild 8.4.1-4 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Oberschwingungsverluste P_{os} in Abhängigkeit vom Schlupf bei $f_s = 76$ Hz, $f_c = 1515$ Hz, Maschine V im Vergleich zu den Messergebnissen aus [18]. $U_{dc} = 600$ V, $U_{s1} = 400$ V, $s_N = 1$ %.

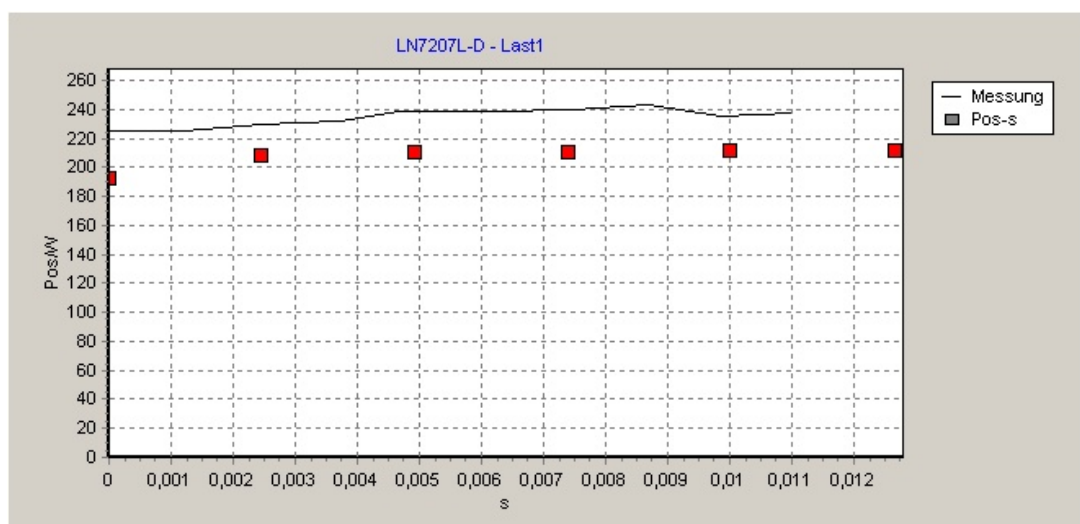


Bild 8.4.1-5: Wie Bild 8.4.1-4 nur $f_c = 3030$ Hz

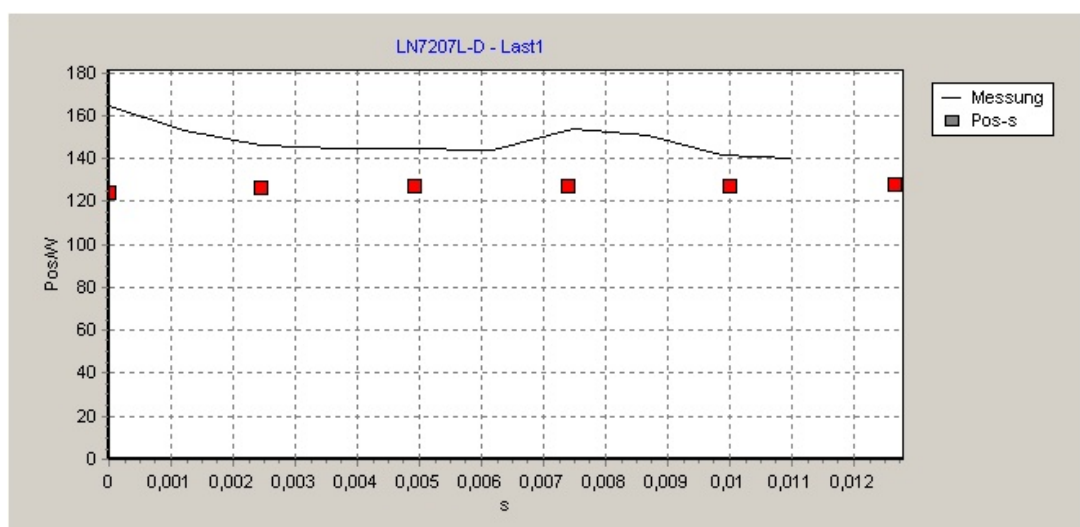


Bild 8.4.1-6: Wie Bild 8.4.1-4 nur $f_c = 6060$ Hz

Die annähernde Lastunabhängigkeit der Oberschwingungsverluste sowie das Sinken derselben mit zunehmender Trägerfrequenz wird auch in [58] bestätigt.

8.4.2 Messung der Zusatzverluste nach IEC 60034-2 (Ausgabe 1998)

Bestimmung der Zusatzverluste aus der Messung der 4-poligen Beispielmachine IV im Umrichterbetrieb. Es wurde eine Leerlaufmessung im Umrichterbetrieb (Tabelle 8.4.2-1) und bei Sinusspeisung (Tabelle 8.4.2-2) durchgeführt.

Tabelle 8.4.2-1: Leerlaufmessung im Umrichter-Betrieb, U_{Str} ist der Grundschnwingungseffektivwert.
 $U_{\text{dc}} = 250 \text{ V}$, $f_c = 4 \text{ kHz}$.

f_s / Hz	$U_{\text{Str}} / \text{V}$	$P_{\text{Fe},0} / \text{W}$	P_f / W
94,95	64,6	1085,9	12,6

Tabelle 8.4.2-2: Leerlaufmessung im Sinusbetrieb am Umformer

f_s / Hz	$U_{\text{Str}} / \text{V}$	$P_{\text{Fe},0} / \text{W}$	P_f / W
95,03	64,67	817,6	12,4

Im Folgenden ist der Vergleich der gemessenen und berechneten Leerlauf-Ummagnetisierungsverluste bei 50 Hz im Sinusbetrieb dargestellt (Bild 8.4.2-1).

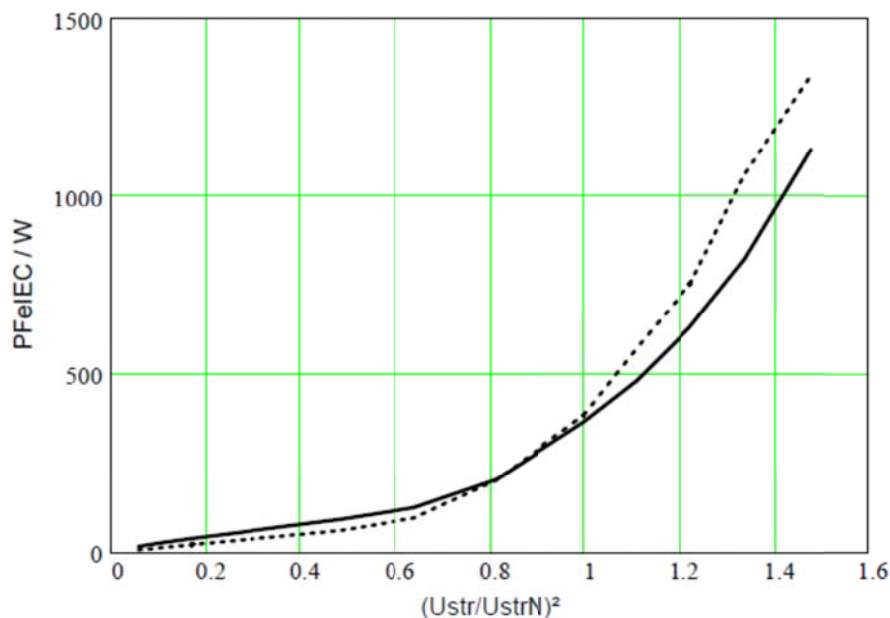


Bild 8.4.2-1: Vergleich der berechneten (punktirt) und gemessenen (ausgezogen) Ummagnetisierungsverluste P_{Fe} in Abhängigkeit von der Strangspannung nach IEC 60034-2, $f_s = 50 \text{ Hz}$, Sinusbetrieb, Maschine IV, Leerlauf

Diese Maschine hat einen Gehäusemantel aus Stahl. Es treten somit Verluste im Mantel auf. Diese betragen laut Berechnung bei Nennspannung zwischen 262 W und 322 W, und bestimmen somit wesentlich die Ummagnetisierungsverluste! Die Berechnung dieser Verluste ist aufgrund der endlichen Gehäusedicke (1,7 mm) nicht exakt möglich. Es erfolgte eine

Erwärmungsmessung der Maschine im Umrichterbetrieb mit den Daten in Tabelle 8.4.2-3. In dieser Tabelle sind $P_{\text{zus_std}}$ die nach dem IEC 61972 Standard ermittelten Zusatzverluste.

Tabelle 8.4.2-3: Erwärmungsmessung im Umrichter-Betrieb

f_s / Hz	s	I_s / A	$U_{\text{Str}} / \text{V}$	P_{in} / W	$\vartheta / ^\circ\text{C}$	$P_{\text{zus_std}} (0,5\%) / \text{W}$
95,41	0,035	122,91	62,72	17610	131,8	88,1

M / Nm	$n / \text{min-1}$	η	$\cos(\varphi)$
52,16	2762	0,851	0,761

Der Kaltwiderstand je Strang der Ständerwicklung der Maschine beträgt bei $22,2^\circ\text{C}$ $R_{\text{sk}} = 13,59 \text{ m}\Omega$. Der Warmwiderstand wird mit

$$R_{\text{sw}} = R_{\text{sk}} \cdot \frac{235 + \vartheta_{\text{w}}}{235 + \vartheta_{\text{k}}} = 19,55 \text{ m}\Omega$$

ermittelt. Die Stromwärmeverluste im Ständer sind somit

$$P_{\text{Cu,s}} = 3 \cdot I_s^2 \cdot R_{\text{sw}} = 3 \cdot 122,91^2 \cdot 19,55 \cdot 10^{-3} = 886 \text{ W}.$$

Die Rotorstromwärmeverluste des Rotorgrundstroms werden aus der Luftspaltleistung P_{d} berechnet.

$$P_{\text{d}} = P_{\text{in}} - P_{\text{Fe,0}} \cdot \left(\frac{U_{\text{s}}}{U_{\text{s0}}} \right)^2 - P_{\text{Cu,s}} = 17610 - 1085,9 \cdot \left(\frac{62,72}{64,6} \right)^2 - 886 = 15700,38 \text{ W}$$

$$\left(P_{\text{in}} - P_{\text{Fe,0}} \cdot \left(\frac{U_{\text{s}}}{U_{\text{s0}}} \right)^2 - P_{\text{Cu,s}} \right) \cdot s = P_{\text{Cu,r}}$$

Die abgegebene mechanische Leistung P_{out} erhält man mit

$$P_{\text{in}} - P_{\text{Fe,0}} \cdot \left(\frac{U_{\text{s}}}{U_{\text{s0}}} \right)^2 - P_{\text{Cu,s}} - P_{\text{Cu,r}} - P_{\text{f}} = P_{\text{out}} + P_{\text{zus}}.$$

Daraus erhält man $P_{\text{Cu,r}}$ zu

$$P_{\text{Cu,r}} = 15700,38 \cdot 0,035 = 549,51 \text{ W}$$

und P_{out} zu

$$P_{\text{out}} = P_{\text{d}} - P_{\text{Cu,r}} - P_{\text{f}} = 15700,38 - 549,51 - 12 = 15138,87 \text{ W}.$$

Die Ummagnetisierungsverluste zufolge der Spannungsgrundschiwingung, welche auch die Leerlauf-Zusatzverluste $P_{\text{zus,0}}$ enthalten, werden mit den Spannungen und Frequenzen bei Sinusbetrieb umgerechnet. Für Sinusbetrieb gilt

$$P_{\text{Fe},0,\text{sin}} = 817,6 \cdot \left(\frac{62,67}{64,67} \right)^2 \cdot \left(\frac{95,41}{95,03} \right)^2 = 773,64 \text{ W} = P_{\text{Fe}}(s=0) + P_{\text{zus},0}.$$

Für Umrichterbetrieb gilt

$$P_{\text{Fe},0,\text{UR}} = 1085,9 \cdot \left(\frac{62,67}{64,6} \right)^2 \cdot \left(\frac{95,41}{94,95} \right)^2 = 1031,9 \text{ W} = P_{\text{Fe},0} + P_{\text{zus},0} + P_{\text{os},0}.$$

Somit sind die Oberschwingungsverluste $P_{\text{os},0}$ im Leerlauf

$$P_{\text{os},0} = 1031,9 - 773,64 = 258,3 \text{ W}.$$

Der mit KLASYS05 berechnete Wert beträgt 265 W. Die Oberschwingungsverluste $P_{\text{os},0}$ sind hauptsächlich im Läufer lokalisiert und annähernd lastunabhängig.

Nun erfolgt die Berechnung der Zusatzverluste. Die Luftspaltleistung P_d wird

$$P_d = P_{\text{in}} - P_{\text{Fe},0,\text{sin}} - P_{\text{Cu},s} = 17610 - 773,64 - 886 = 15950 \text{ W}.$$

Daraus ergeben sich die Rotorstromwärmeverluste

$$P_{\text{Cu},r} = s \cdot P_d = 558,47 \text{ W (sinus)}.$$

Zieht man von der Luftspaltleistung die Rotorstromwärmeverluste, die Oberschwingungsverluste im Leerlauf, die Reibungsverluste und die abgegebene mechanische Leistung ab, so erhält man die eigentlichen (klassischen) Zusatzverluste bei Last unter der Annahme, dass der Zuwachs der Oberschwingungsverluste bei Last vernachlässigbar ist zu

$$P_{\text{zusl}} = P_d - P_{\text{Cu},r,\text{sin}} - P_{\text{os},0} - P_f - P_{\text{out}} = 15950 - 558,47 - 254,3 - 12 - 14993,5 = 131,7 \text{ W}.$$

Berechnet wurden mit KLASYS05 130 W.

8.4.3 Vergleich der gemessenen und berechneten Oberschwingungs-Zusatzverluste bei Maschine IV mit halbgeschlossenen, ungeschrägten Nuten

Die folgenden Messungen wurden mit einer Trägerfrequenz von $f_c = 4 \text{ kHz}$ bei einer Zwischenkreisspannung von $U_{\text{dc}} = 250 \text{ V}$ im Leerlauf ($s = 0$) an der Universität der Bundeswehr München, Institut für Elektrische Antriebstechnik, durchgeführt und beruhen auf Differenzmessungen zwischen Sinusbetrieb und Umrichterbetrieb mit PWM-Spannungsmuster.

Tabelle 8.4.3-1: Oberschwingungszusatzverluste der Maschine IV im Leerlauf, Vergleich zwischen Messung (M) und Berechnung (B)

f_s / Hz	50	95	150	200	250	300	350	400
$U_{\text{Str}} / \text{V}$	34,04	64,67	102,08	95,51	102,82	81,69	68,79	70,42
$P_{\text{os,M}} / \text{W}$	117	287	315	237	223	124	144	153
$P_{\text{os,B}} / \text{W}$	126,5	208,2	253,5	171	213,8	209,8	204,3	148

Die Berechnung zeigt relativ gute Übereinstimmung. Da die Nuten im Läufer halbgeschlossen sind, ist zu erwarten, dass die OS-Zusatzverluste auch bei Last etwa gleich groß sind. Bild 8.4.2-2 zeigt die zu Tabelle 8.4.3-1 gehörigen Kurven.

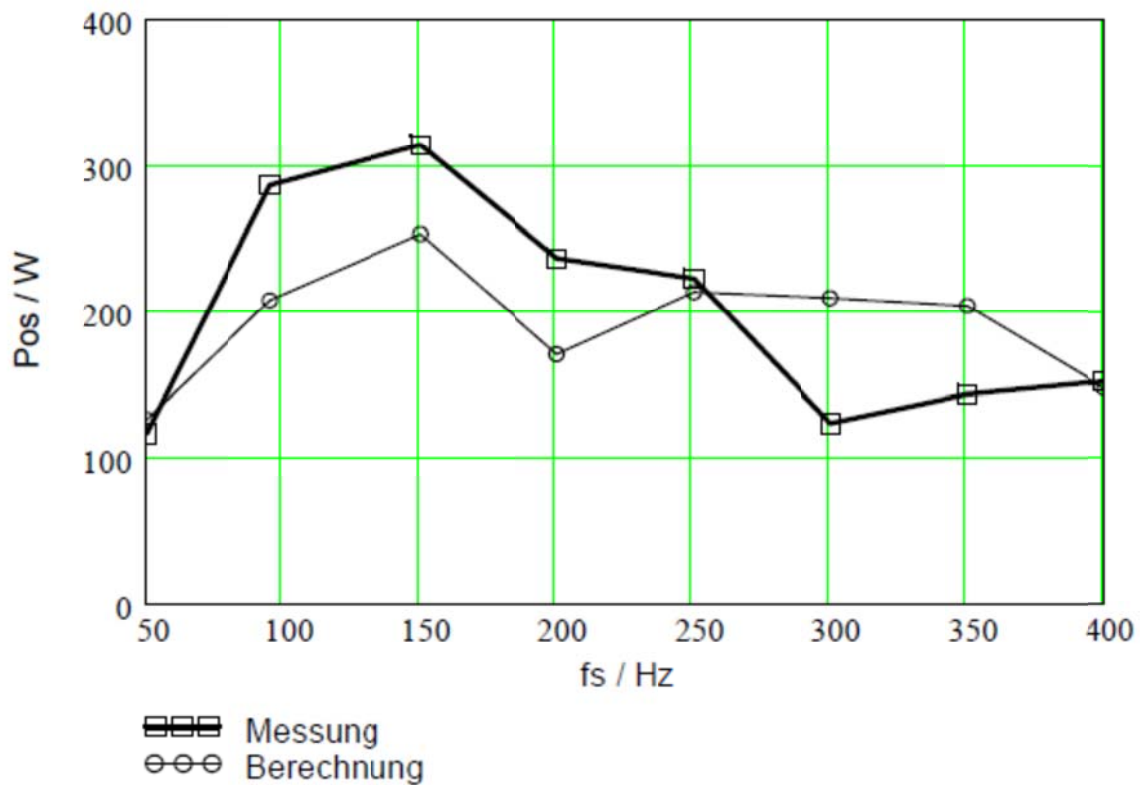


Bild 8.4.2-2: Oberschwingungszusatzverluste der Maschine IV im Leerlauf, Vergleich zwischen Messung und Berechnung in Abhängigkeit der Grundswingungsfrequenz. $f_c = 4 \text{ kHz}$, $U_{\text{dc}} = 250 \text{ V}$

9 Die sekundäre Ankerrückwirkung

Die netzfremdfrequente Induzierung der Ständerwicklung durch Läuferoberfelder nennt man sekundäre Ankerrückwirkung. Es können nur Läuferoberwellen mit Ordnungszahlen, die auch im Oberwellenspektrum des Ständerfelds auftreten, die Ständerwicklung induzieren [30]. Die Oberstromsysteme in der Ständerwicklung werden vor allem durch die Motorimpedanz begrenzt, da die Netzimpedanz viel kleiner ist. Bei Annahme eines ideal starren Netzes ist sie Null, und wird deshalb hier vernachlässigt. Diese Ständeroberströme erregen ihrerseits Luftspaltfelder, die wieder den Läufer induzieren und zusätzliche Rotoroberströme hervorrufen (tertiäre ARW), die ihrerseits wieder Luftspaltfelder erregen, die die Ständerwicklung induzieren (quartäre ARW), die sich von den Strömen der sekundären ARW und deren Frequenz teilweise unterscheiden. Weitere Stromfrequenzen treten auch bei einer weiteren ARW („quintären“ etc.) nicht auf, so dass es genügt, die Spannungsgleichungen bis zur quartären ARW simultan zu lösen. Dies hat *Oberretl* [30] für konstante Eisensättigung durchgeführt, für nicht linear abhängige Eisensättigung ist die Berechnung nur iterativ möglich.

9.1 Der vereinfachte Ansatz nach *Heller*

Die Oberwellentheorie nach *Oberretl* [30] berücksichtigt in exakter Weise die mehrfache Ankerrückwirkung (ARW). Dies ist jedoch sehr aufwändig und die zusätzlichen Ströme der tertiären und quartären ARW sind sehr klein. Der Ansatz nach *Heller* [38] berücksichtigt nur die sekundäre ARW für die ständernutharmonischen Oberfelder erster Ordnung ($\nu = p + g_{Qs} \cdot Q_s$, $g_{Qs} = \pm 1$) und deren nuttdifferenzharmonische Restfelder der Ordnung $\mu = p \pm (Q_s - Q_r)$. Ausgleichsströme und somit ARW können besonders auftreten bei

- langen Serienschaltverbindungen und einer gerade Zahl paralleler Zweige der Ständerwicklung (siehe weiter unten)
- Dreieckschaltung, wenn $2p/T = \text{ganz}$ ist, mit $T = \text{ggT}(2 \cdot m \cdot p, Q_r)$.

Die Luftspaltfelder der sekundären ARW dämpfen Läuferrestfelder ab. Ein abgedämpftes Restfeld der Ordnung μ vermindert die doppeltverkettete Läuferstreuung und erhöht somit wegen der sinkenden Impedanz den Läuferoberstrom. Nach Ableitung gemäß [38] ergibt sich für die so verringerte doppeltverkettete Läuferstreuung

$$\sigma'_{rov} = \sigma_{rov} - \left(\frac{\nu}{\mu}\right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_{so\mu}}{\chi_\mu + \sigma_{so\mu}}\right)^2\right]. \quad (9.1-1)$$

Da der Kopplungsfaktor η'_ν gemäß [9] bzw. (9.1-2) ebenfalls von σ'_{rov} abhängt,

$$(\eta'_\nu)^2 = \frac{1}{\sigma'_{rov} + 1} \quad (9.1-2)$$

sind auch die ν -te Rotorhauptfeldreaktanz $X_{rh\nu}$ und der zugehörige Rotoroberstrom I_{rv} davon betroffen. Somit kann I_{rv} z. B. nach der Formel (2.2.1-13)

$$I_{rv} = \frac{-j \cdot s_\nu \cdot X_{rh\nu} \cdot 2 \cdot \frac{m}{Q_r} \cdot N_s \cdot k_{w\nu} \cdot \chi_\nu \cdot \eta'_\nu \cdot \eta_{ve}}{R_{rv} + j \cdot s_\nu \cdot (X_{rov} + X_{rh\nu})} \cdot I_s \quad (9.1-3)$$

mit dem modifizierten Kopplungsfaktor η'_ν und der modifizierten Läuferhauptfeldreaktanz

$$X_{rh\nu} = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot Q_r \cdot f \cdot \frac{l \cdot \tau_p \cdot p}{\delta} \cdot \frac{1}{\nu^2} \cdot \frac{1}{(\eta'_\nu)^2} \quad (9.1-4)$$

berechnet werden. Da σ'_{rov} sinkt, steigt η'_ν und damit gemäß (9.1-3) der Rotoroberstrom I_{rv} .

Die Berechnung der doppeltverketteten Ständerstreuung $\sigma_{so\mu}$ in Gl. (9.1-1) für die μ -te Oberwelle des Läufers erfolgt gemäß [2] wie folgt:

$$\sigma_{so\mu} = \sum_n \left[\frac{\frac{k_{wn} \cdot \frac{n \cdot \pi}{Q_s}}{n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{Q_s}\right)}}{k_{w\mu}/\mu} \right]^2 - 1 \quad (9.1-5)$$

für $-\frac{Q_s}{2} < n = \mu + 2 \cdot p \cdot m \cdot g \leq \frac{Q_s}{2}$ mit $g = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

und mit k_{wn} als dem Wicklungsfaktor [2].

Für den Spezialfall eines Rotorrestfeldes der Polpaarzahl $|\mu| = p$ ist $\sigma_{so\mu}$ identisch mit der doppeltverketteten Ständerstreuung σ_{so} des Ständergrundschwingungsstroms. Allerdings handelt es sich üblicherweise nicht um ein nutharmonisches Primärfeld. Für eine Beispielmachine mit $Q_s = 36$, $Q_r = 28$, $p = 2$ erhält man für $\nu = 26$ mit $g_r = -1$ ein Restfeld mit der Polpaarzahl $\mu = \nu + g_r \cdot Q_r = 26 - 28 = -2$, welches die Ständerwicklung induziert. Mit der Voraussetzung, dass über das (idealisierte) Netz ein entsprechender Ständeroberstrom fließen kann, entsteht dadurch eine starke sekundäre Ankerrückwirkung.

Die o. g. Erhöhung des zugehörigen Läuferoberstroms \underline{I}_{rv} kann dessen andere (evtl. unabgedämpften) Restfelder wiederum erhöhen, wodurch diese erhöhte synchrone Oberwellenmomente M_{syn} mit entsprechenden Ständeroberwellen ν^* erzeugen können (Bild 9.1-1).

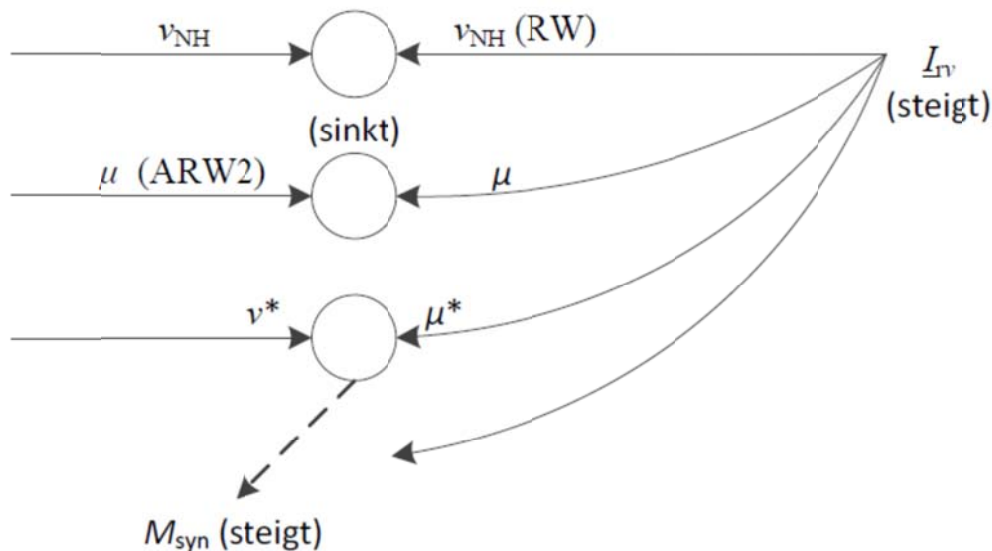


Bild 9.1-1: Erhöhung synchroner Oberwellenmomente durch sekundäre ARW ($\nu^* = \mu^*$).

Mit s_g als Anzahl fremder Spulengruppen zwischen den benachbarten Spulengruppen eines Zweiges und $\Delta Q = |Q_s - Q_r|$ erhält man bei Zweischichtwicklung und langen Serienschaltverbindungen folgende Bedingung für maximale Statorströme infolge sekundärer ARW bei a parallelen Ständerwicklungszweigen je Strang:

$$\frac{(\Delta Q - g_{Q_s} \cdot p) \cdot (s_g + 1)}{2 \cdot p} = \text{ganz und } a \text{ gerade} \quad (9.1-6)$$

Lange Serienschaltverbindungen sind dadurch gekennzeichnet, dass die Spulengruppen eines Zweiges nicht unmittelbar aufeinander folgen, d. h., dass diese gleichsinnig in Serie geschaltet sind.

10 Die synchronen Oberwellenmomente (Pendelmomente)

10.1 Die Ursachen der synchronen Oberwellenmomente

Synchrone Oberwellenmomente entstehen durch das Zusammenwirken von höherpoligen Ständerstrombelagswellen A_ν der Ordnung ν , erzeugt vom Statorgrundstrom I_s , mit höherpoligen Läuferrestwellen B_μ derselben Ordnung μ , erregt vom Rotorgrundstrom I_r und den Rotoroberströmen $I_{r,\nu}$ mit $|\mu| = |\nu|$. Bei bestimmten Drehzahlen stimmen Geschwindigkeiten beider Wellen überein, und es kann ein zeitlich konstantes synchrones Oberwellenmoment entstehen, dessen Höhe von der relativen Phasenverschiebung als ‚Polradwinkel‘ zwischen beiden Wellen abhängt. Außerhalb dieser synchronen Drehzahlen bilden sie ein mit dem zeitlichen Mittelwert pulsierendes Wechselmoment als Pendelmoment. Die synchronen Oberwellenmomente sind abhängig von der Eisensättigung und somit im Hinblick auf die Permeabilität auch von der Blechbearbeitung, aber natürlich dominant beeinflusst von den Wicklungsparametern und der Schrägung. Die Schlupfwerte, bei denen synchronen Momente auftreten, sind in Abschnitt 10.2 angegeben. In dieser Arbeit werden die synchronen Oberwellen- bzw. Pendelmomente folgendermaßen unterteilt:

a) Synchrone Oberwellenmomente bei Sinusspannungsspeisung durch Interaktion von Ständerstrombelägen der Ordnungszahl ν mit den von einer anderen Ordnungszahl ν_1 herrührenden Läuferrestfeldern (auch Sättigungsrestfelder) der Ordnungszahl μ unter der Bedingung $|\nu| = |\mu|$. Synchrone Oberwellenmomente zufolge von Luftspaltfeldern, die von Stator- und Rotoroberströmen erregt werden (z. B. bei der sekundären ARW) sind i. A. klein und werden vernachlässigt. Die wichtigsten synchronen Oberwellenmomente stammen aus den Interaktionen der Ständerstrombeläge der Ordnungszahl $|\nu| > p$ mit den Läuferrestfeldern μ des Läufergrundstromes I_r (Bild 10.1-1).

b) Beim Betrieb mit Umrichter entstehen zusätzliche synchrone Oberschwingungsmomente, zumeist als reine Pendelmomente. Dabei werden hier nur die folgenden wichtigen Kombinationen berücksichtigt:

b1) Synchrone Oberwellenmomente durch Interaktion von Ständerstrombelägen der Ordnungszahl $|\nu| > p$ des Grundspannungssystems $k = 1$ mit den von der Ständergrundwelle $|\nu_1| = p$ eines anderen Spannungssystems $k_2 > 1$ herrührenden Läuferrestfeldern mit der Ordnungszahl $|\mu| > p$ mit der Bedingung $|\nu| = |\mu|$ (Bild 10.1-2). Dabei ist k die Ordnungszahl der Spannungsoberschwingung der Umrichterausgangsspannung.

b2) Reine Pendelmomente durch Interaktion eines Grundwellenständerstrombelags der Ordnungszahl $|v|=p$ eines Spannungssystems $|k| > 1$ mit der Grundwelle des resultierenden Luftspaltfelds der Ordnungszahl p des Grundschwingungssystems $k=1$ und umgekehrt. Diese Wellen können nie gleich schnell laufen, da die Ordnungszahlen k der beiden Spannungssysteme ungleich sind, deshalb entstehen nur Pendelmomente (Bild 10.1-3).

Bei der Berechnung der synchronen Oberwellenmomente bei Sinusbetrieb (Fall a) werden für einen bestimmten Schlupf alle Teilmomente unterschiedlicher Wellenpaare für konstantes Moment bei derselben ‚synchronen‘ Drehzahl phasenrichtig aufsummiert, um anschließend die Momentenamplitude bestimmen zu können. Daher wird wegen der unendlich vielen möglichen Wellenpaarungen in der Regel nach der zweiten nutharmonischen Oberwelle die Summation abgebrochen.

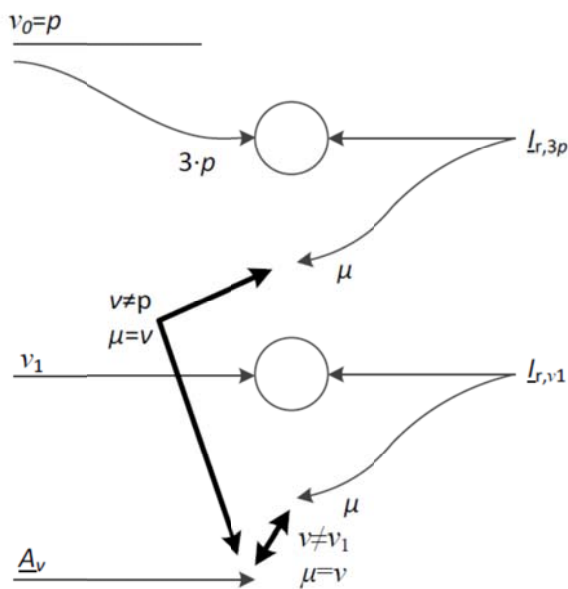


Bild 10.1-1: Synchrone Oberwellenmomente bei Sinusspannung Typ (a), aus StänderwicklungsOberwellen mit Läuferrestfeldern aus v_1 und aus der Sättigungsoberwelle $v = 3p$.

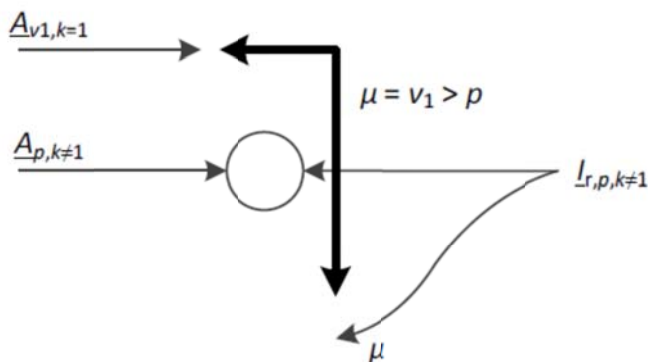


Bild 10.1-2: Zusätzliche synchrone Oberwellenmomente vom Typ (b1) zwischen Oberwellen unterschiedlicher Oberschwingungssysteme bei Umrichterspeisung.

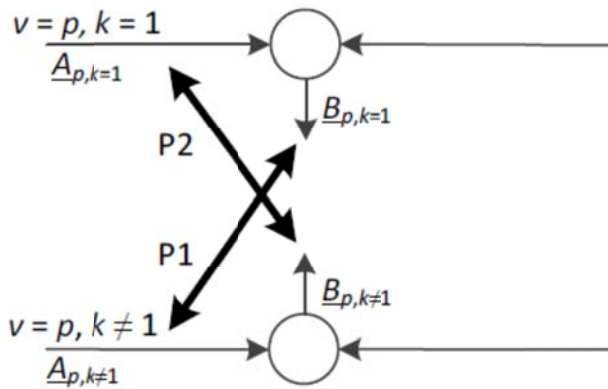


Bild 10.1-3: Pendelmomente M_{P1} und M_{P2} vom Typ (b2) zwischen den Grundwellen zweier unterschiedlicher Oberschwingungssysteme $k = 1$ und $k \neq 1$ bei Umrichterspeisung.

Prinzipiell entstehen auch solche Drehmomente zwischen zwei unterschiedlichen Spannungs-Oberschwingungssystemen $k_1 \neq 1$ und $k_2 \neq 1$, aber deren Amplituden sind i. A. vernachlässigbar klein.

10.2 Verwendete Formeln

Die Beziehung zwischen Ständer- und Läuferkoordinatensystem lautet:

$$x_r = x_s - \frac{\omega}{p} \cdot (1-s) \cdot t - \frac{y}{l} \cdot \tau_{Qs} \cdot SNT + \beta_r. \quad (10.2-1)$$

Dabei ist SNT ist die Schrägung in Statornutteilungen und β_r die Anfangslage des Rotors als Abstand der Wicklungsachse U zur Maschenmitte der Masche 1. Die Koordinate x_r des Rotors wird dabei vom Koordinatenursprung des Rotors, welcher in Zahnmitte der Läufermasche 1 liegt, gemessen. Der Ständerstrom

$$i_{s,k_1}(t) = I_{s,k_1} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(k_1 \cdot \omega_s \cdot t + \varphi_{s,k_1}) \quad \text{bzw.}$$

$$\underline{i}_{s,k_1}(t) = \underline{I}_{s,k_1} \cdot \sqrt{2} \cdot \exp(j \cdot k_1 \cdot \omega_s \cdot t) \quad (10.2-2)$$

des Spannungssystems k_1 erzeugt eine Strombelagswelle

$$A_{s,k_1,v}(x,t) = -\sqrt{2} \cdot k_{w,v} \cdot \xi_{ns,v} \cdot \frac{2 \cdot m \cdot N_s \cdot I_{s,k_1}}{2 \cdot \pi \cdot R} \cdot \cos\left(v \cdot x_s - k_1 \cdot \omega_s \cdot t - \varphi_{s,k_1} - \frac{\pi}{2}\right). \quad (10.2-3)$$

x_s ...mechanischer Winkel im Stator

$k_{w,v}$...Wicklungsfaktor

$\xi_{ns,v}$...Nutschlitzfaktor

φ_{s,k_1} ...Phasenwinkel des Ständerstroms (System k_1)

Der induzierte Läuferstrom $\underline{I}_{R,k_2,\nu}$ eines Oberschwingungs-Spannungssystems k_2 erzeugt eine Feldwelle im Koordinatensystem (x_s, y_s) des Stators zu

$$B_{r,k_2,\mu}(x_s, y_s, t) = \hat{B}_{r,k_2,\mu} \cdot \cos\left(\mu \cdot \left(x_s - y_s \cdot \frac{\varepsilon_s}{l}\right) - s_{k_2,\mu} \cdot k_2 \cdot \omega_s \cdot t + \varphi_{Br} + g_r \cdot Q_r \cdot \beta_r\right), \quad (10.2-4)$$

mit ε_s als dem Schrägungswinkel am Rotorumfang, dem Schlupf gegenüber dem Ständer

$$s_{k_2,\mu} = 1 + \frac{g_r \cdot Q_r}{k_2 \cdot p} \cdot (1 - s) \quad (10.2-5)$$

und der Ordnungszahl

$$\mu = \nu_1 + g_r \cdot Q_r, \quad \nu_1 \neq \nu. \quad (10.2-6)$$

Das Drehmoment, das durch Interaktion zwischen einem Strombelag der Ordnungszahl ν und einer Feldwelle der Ordnungszahl (10.2-6) entsteht und somit ein Pendelmoment darstellt, lautet allgemein [3]:

$$M_{\nu,\mu}(t) = \int_0^{2\pi} \int_{-l_{Fe}/2}^{l_{Fe}/2} A_{s,k_1,\nu}(x_s, t) \cdot B_{r,k_2,\mu}(x_s, t) \cdot R^2 \cdot dy \cdot dx_s. \quad (10.2-7)$$

Daraus ergibt sich folgende Formel für das Pendelmoment:

$$\begin{aligned} M_{\nu,\mu}(t) = & -\hat{A}_{s,k_1,\nu} \cdot \hat{B}_{r,k_2,\mu} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot l_{Fe} \cdot \chi_\mu \cdot \dots \\ & \dots \cdot \sin\left(-\left(k_2 \cdot s_{k_2,\mu} \pm k_1\right) \cdot \omega_s \cdot t + \varphi_{Br} \mp \frac{\pi}{2} \mp \varphi_{s,k_1} + g_r \cdot Q_r \cdot \beta_r\right) \end{aligned} \quad (10.2-8)$$

mit χ_μ als dem Schrägungsfaktor. Für ein konstantes Drehmoment muss die Klammer vor $\omega_s \cdot t$ gleich Null werden.

Fall 1: $\mu - \nu = 0$ (unteres Vorzeichen, $V_z = -1$)

Mit

$$M_{\nu,\mu,\max} = \hat{A}_{s,k_1,\nu} \cdot \hat{B}_{r,k_2,\mu} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot l_{Fe} \cdot \chi_\mu$$

folgt

$$M_{\nu,\mu}(t) = -M_{\nu,\mu,\max} \cdot \sin\left(-\left(k_2 - k_1 + \frac{g_r \cdot Q_r}{p} \cdot (1 - s)\right) \cdot \omega_s \cdot t + \varphi_{Br} + \varphi_{s,k_1} + \frac{\pi}{2} + g_r \cdot Q_r \cdot \beta_r\right). \quad (10.2-9)$$

Synchrone Momente entstehen für $s = 1 - \frac{(k_1 - k_2) \cdot p}{g_r \cdot Q_r}$, also für $k_1 = k_2 = 1$ bei $s = 1$.

Fall 2: $\mu + \nu = 0$ (oberes Vorzeichen, $V_Z = 1$)

$$M_{\nu,\mu}(t) = -M_{\nu,\mu,\max} \cdot \sin \left(- \left(k_2 + k_1 + \frac{g_r \cdot Q_r}{p} \cdot (1-s) \right) \cdot \omega_s \cdot t + \varphi_{Br} - \varphi_{s,k_1} - \frac{\pi}{2} + g_r \cdot Q_r \cdot \beta_r \right) \quad (10.2-10)$$

Synchrone Momente entstehen für $s = 1 + \frac{(k_1 + k_2) \cdot p}{g_r \cdot Q_r}$, also für $k_1 = k_2 = 1$ bei $s = 1 + \frac{2 \cdot p}{g_r \cdot Q_r}$.

Die Interaktion zwischen dem Ständerstrombelag \hat{A}_{sv} höherer Ordnung und den Läuferrestfeldern $B_{3,\mu}$ (10.2-15) der 3. Sättigungshauptwelle ($3p$) liefert nur synchrone Momente im Lauf. Hier gilt der Schlupf des Sättigungsrestfeldes gegenüber dem Ständer

$$s_{k_2,\mu} = 3 + \frac{g_r \cdot Q_r}{k_2 \cdot p} \cdot (1-s) \quad (10.2-11)$$

mit der Ordnungszahl

$$\mu = 3 \cdot p + g_r \cdot Q_r, \quad (10.2-12)$$

wobei bei der Momentbildung $\nu \neq p$ sein muss. Für das Grundsystem $k_2 = 1$ treten synchrone Momente auf bei:

$$\text{Fall 1: } s = 1 - \frac{-2 \cdot p}{g_r \cdot Q_r} \quad (10.2-13)$$

$$\text{Fall 2: } s = 1 + \frac{4 \cdot p}{g_r \cdot Q_r} \quad (10.2-14)$$

Der Betrag des Sättigungsrestfeldes der Sättigungsgrundwelle wird wie folgt berechnet (siehe auch [50] bzw. (2.4-23)):

$$B_{3,\mu} = (-1)^{g_r} \cdot |d_{3p} - 1| \cdot \frac{3 \cdot p}{3 \cdot p + g_r \cdot Q_r} \cdot B_{3p} \cdot \frac{\chi_\mu}{\chi_{3p}} \cdot \frac{\xi_{ns,\mu}}{\xi_{ns,3p}} \cdot d_\mu. \quad (10.2-15)$$

Dabei ist d_{3p} die Dämpfung von B_{3p} durch den Käfig (2.4-10) bzw. durch Käfig und Ständerwicklung bei Dreieckschaltung (2.4-38). Im Falle der Dreieckschaltung der Ständerwicklung werden nur die Restfelder des Mitsystems berücksichtigt. Diese können auch mit Hilfe von (2.4-33) berechnet werden. Die unabgedämpfte Sättigungswelle B_{3p} wird nach (2.4-5) berechnet. Eine Dämpfung d_μ des Sättigungsrestfeldes durch die Ständerwicklung (sekundäre ARW) kann folgendermaßen berücksichtigt werden:

$$d_\mu = - \frac{j \cdot \omega_\mu \cdot L_{sh\mu} \cdot \chi_\mu^2}{R_s + j \cdot \omega_\mu \cdot (L_{sh} + L_{s\sigma})} \quad (10.2-16)$$

mit

$$\omega_\mu = 2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot \left(3 + g_r \cdot \frac{Q_r}{p} \cdot (1-s) \right). \quad (10.2-17)$$

Für den Fall der Pendelmomente vom Typ b2) muss die resultierende Luftspaltinduktion verwendet werden. Außerdem muss $k_1 \neq k_2$ sein, der Einfluss der Anfangslage β_r verschwindet ($g_r = 0$).

Das resultierende Luftspaltfeld des OS-Systems k_2 ist: $\underline{B}_{k_2, \nu} = (\underline{B}_{s, k_2, \nu} + \chi_\nu \cdot \underline{B}_{r, k_2, \nu})$.

Das Läuferrestfeld $\underline{B}_{r, k_2, \nu}$ muss mit dem Schrägungsfaktor behaftet sein. Dies ergibt nun die reinen Pendelmomente

$$M_{k_1, k_2}(t) = \hat{A}_{s, k_1, \nu} \cdot \hat{B}_{k_2, \nu} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot l_{Fe} \cdot \sin \left((k_1 - k_2) \cdot \omega_s \cdot t - \varphi_{B, \nu, k_2} - \frac{\pi}{2} + \varphi_{k_1} \right) \quad (10.2-18a)$$

bzw.

$$M_{k_2, k_1}(t) = \hat{A}_{s, k_2, \nu} \cdot \hat{B}_{k_1, \nu} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot l_{Fe} \cdot \sin \left((k_2 - k_1) \cdot \omega_s \cdot t - \varphi_{B, \nu, k_1} - \frac{\pi}{2} + \varphi_{k_2} \right) \quad (10.2-18b)$$

mit φ_{B, ν, k_1} als dem Phasenwinkel der resultierenden Luftspaltinduktion. Der Schrägungsfaktor ist also via \underline{B}_{rv} bereits in \underline{B}_ν enthalten. Bei Stromeinprägung ist $\varphi_{s, k_1} = k_1 \cdot \varphi_{s, 1} + \Delta\varphi_{1, k_1}$. Der Phasenwinkel $\Delta\varphi_{1, k_1}$ ist der Phasenwinkel relativ zur Grundschwingung (siehe Abschnitt 8.3).

Bei Spannungsbetrieb (U/f -Kennlinie) ist φ_{s, k_1} der sich einstellende Phasenwinkel. Die Ordnungszahl k des Oberschwingungssystems kann prinzipiell beliebig sein (also auch gebrochen).

Im Programm KLASYS05 werden die Pendelmomente vom Typ b) nach Amplitude und Phase laufend für jeden Schlupf berechnet. Die Berechnung erfolgt kreuzweise, also A_{k_1} mit B_{k_2} und A_{k_2} mit B_{k_1} . Nach Durchlauf aller Schleifen werden alle gleichfrequenten Pendelmomente für jeden Schlupf phasenrichtig addiert bzw. zusammengefasst. Dargestellt wird letztlich ein Summenpendelmoment für einen gewählten Schlupf.

Da so berechnete Pendelmoment ist jedoch im Allgemeinen nicht messbar, da im Zusammenhang mit einer sich auf der Motorwelle befindlichen Last Torsionsschwingungen angeregt werden, die auf das anregende Motormoment zurückwirken. Das eigentlich an der Welle messbare Moment ergibt sich näherungsweise zu

$$\hat{M}_s = \frac{\hat{M}}{J_M} \cdot \frac{c}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (10.2-19)$$

mit J_M als dem Trägheitsmoment des Motors, \hat{M} der Amplitude des anregenden Motormoments mit der Kreisfrequenz ω , c als der Federkonstante der Torsion und ω_0 als der Torsions-Resonanzfrequenz

$$\omega_0 = \sqrt{c \cdot \frac{J_M + J_L}{J_M \cdot J_L}}, \quad (10.2-20)$$

wobei J_L das Trägheitsmoment der Last ist.

10.3 Berechnete Beispiele

Beispiel 10.3-1:

Geg.: $Q_s/Q_r=36/28$ (Maschine V, Anhang B) mit $2 \cdot p = 2$.

Ges.: Pendelmomente mit Umrichterspeisung bei $s = 50\%$. Berücksichtigt wurden 20 Oberschwingungssysteme mit einem maximalen Frequenzbeiwert von $|k_{FU}|=166,4$. Die Bilder 10.3-1 bis 10.3-8 zeigen die einzelnen Anteile des Pendelmoments bei synchroner Raumzeigermodulation mit einer Trägerfrequenz von $f_c = 6060$ Hz, einer Grundschwingungsfrequenz von $f_s = 76$ Hz und einer Zwischenkreisspannung von $U_{dc} = 600$ V für den geschrägten und ungeschrägten Fall.

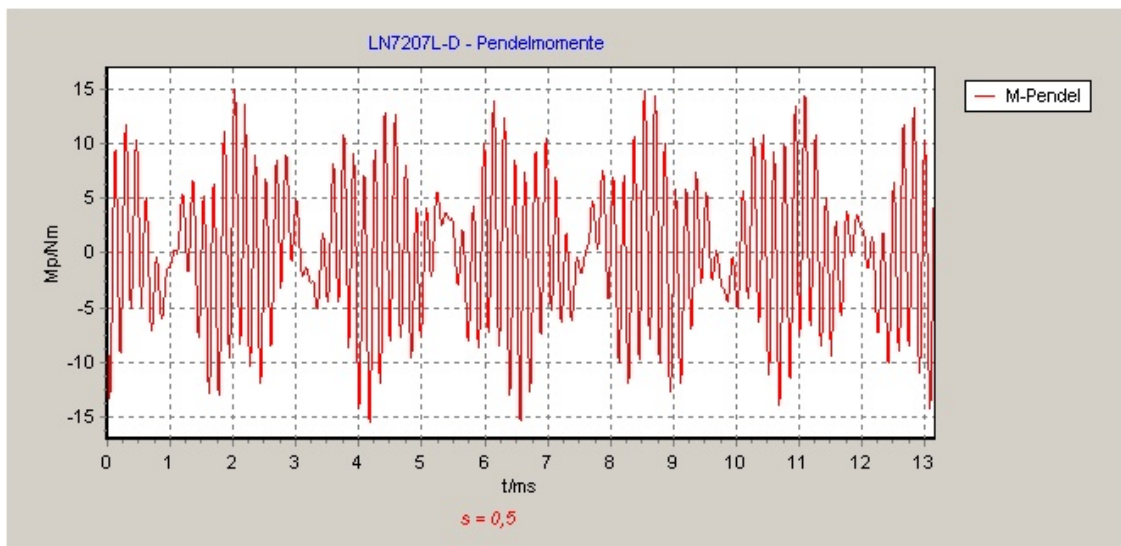


Bild 10.3-1 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Luftspalt-Pendelmomente bei Umrichterbetrieb, $s = 0,5$, Maschine V mit Schrägung 1/28.

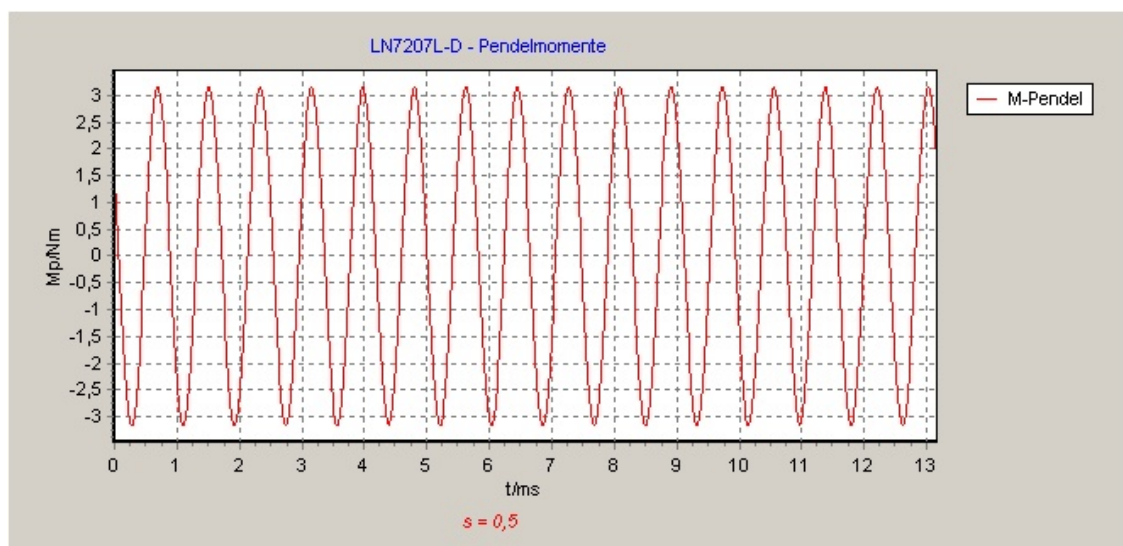


Bild 10.3-2 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Luftspalt-Pendelmomente bei Sinusbetrieb, $s = 0,5$, Maschine V mit Schrägung 1/28.

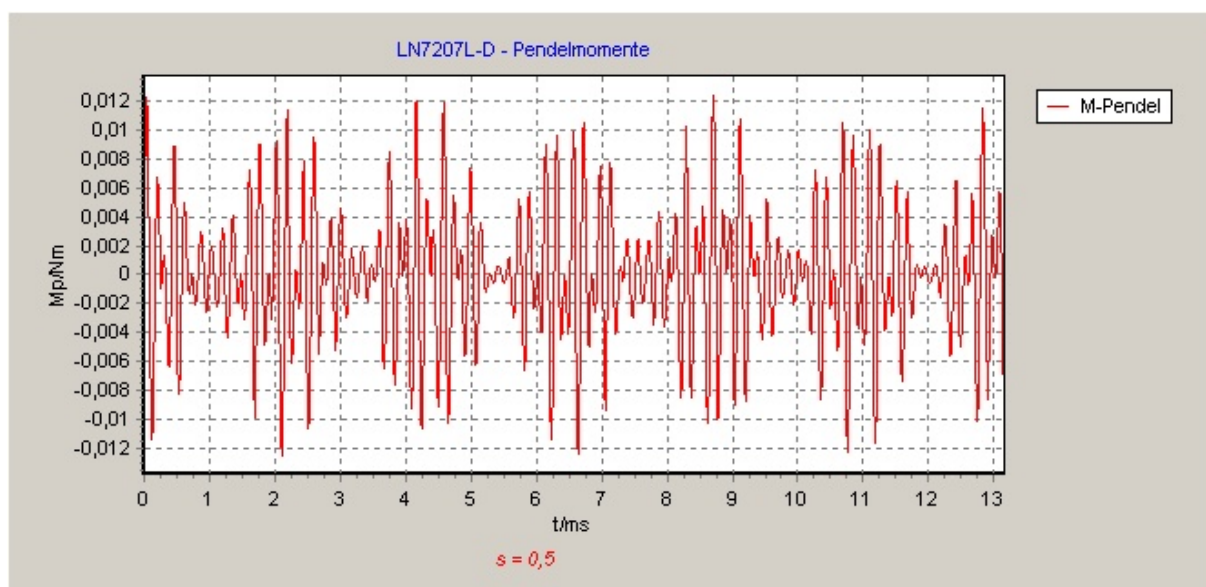


Bild 10.3-3 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Luftspalt-Pendelmomente Typ b1) bei Umrichterbetrieb, $s = 0,5$, Maschine V mit Schrägung 1/28.

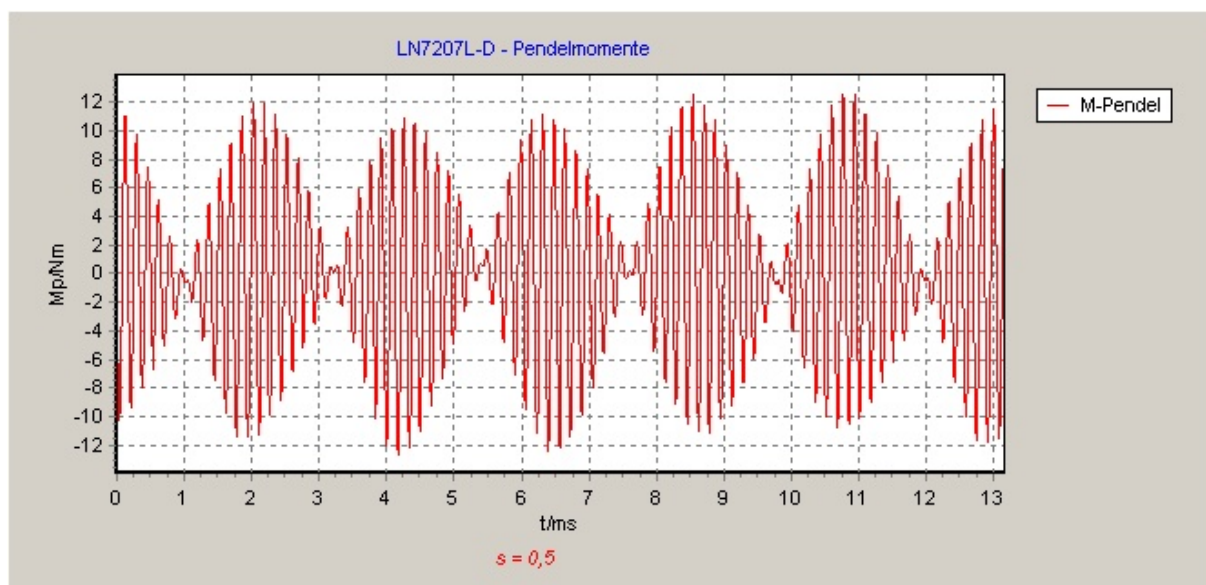


Bild 10.3-4 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Luftspalt-Pendelmomente Typ b2) bei Umrichterbetrieb, $s = 0,5$, Maschine V mit Schrägung 1/28.

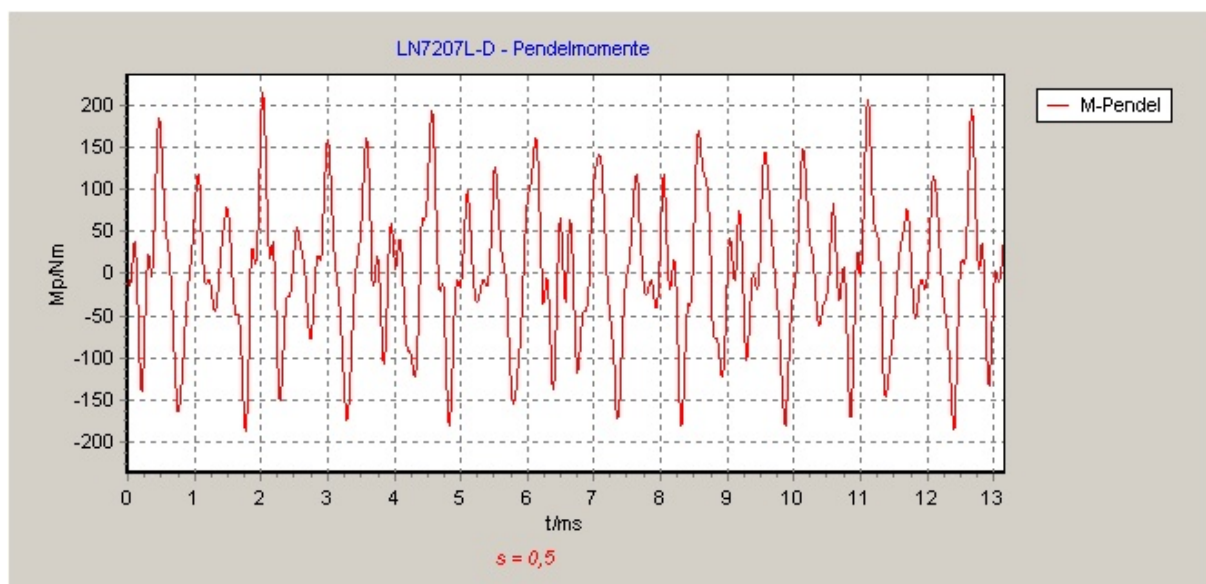


Bild 10.3-5 (Ergebnis aus KLASYS05): Wie Bild 10.3-1, aber ungeschragt.

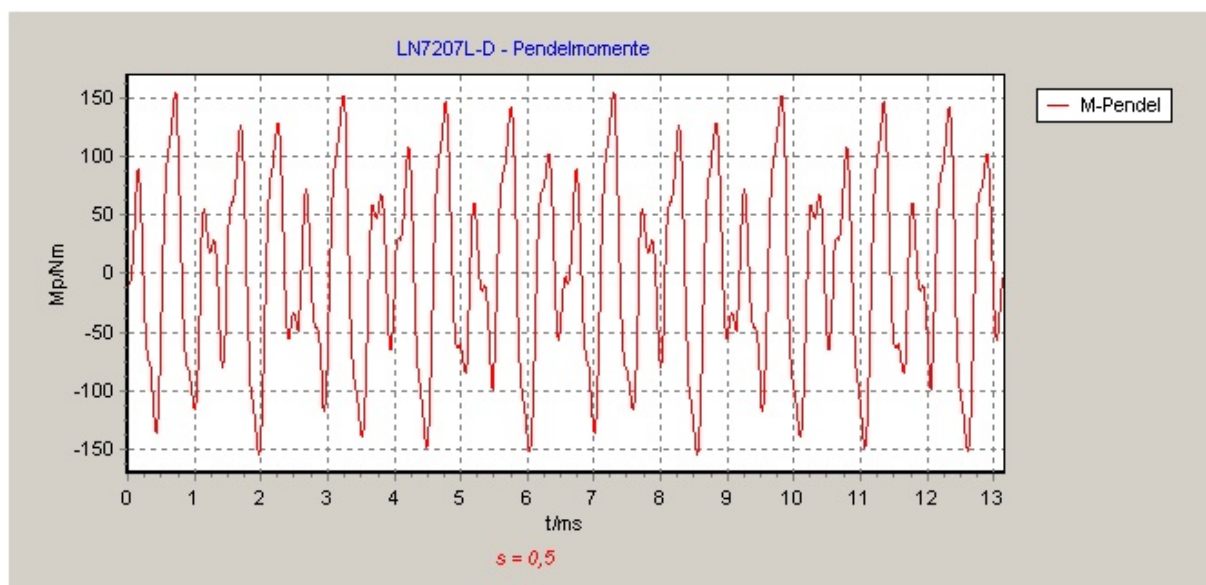


Bild 10.3-6 (Ergebnis aus KLASYS05): Wie Bild 10.3-2, aber ungeschrägt.

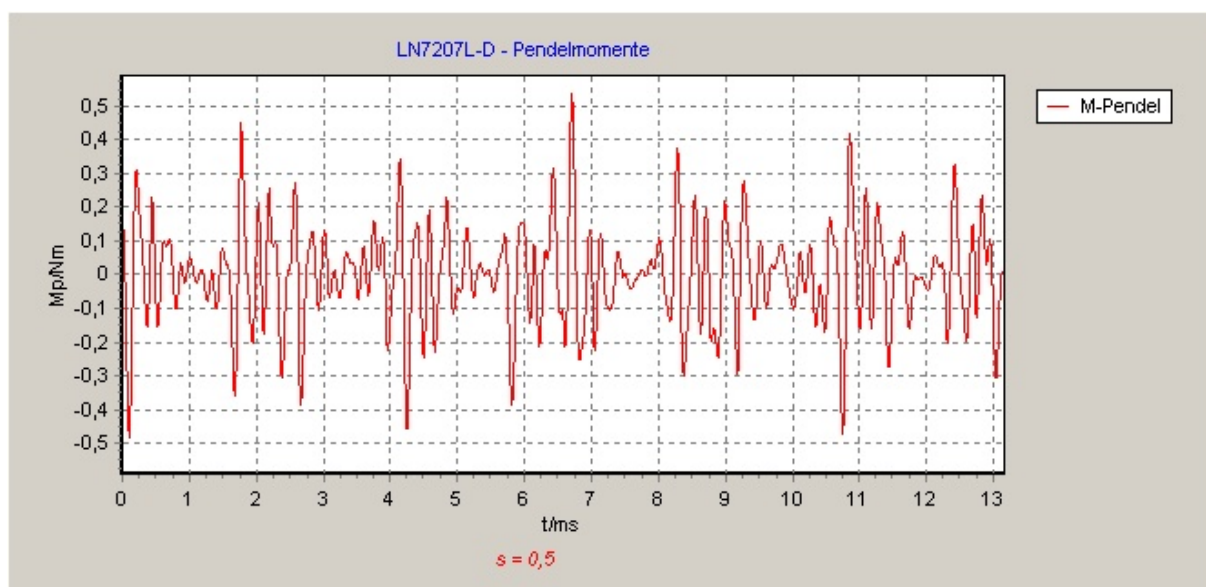


Bild 10.3-7 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Luftspalt-Pendelmomente Typ b1) bei Umrichterbetrieb, $s = 0,5$, Maschine V ungeschrägt.

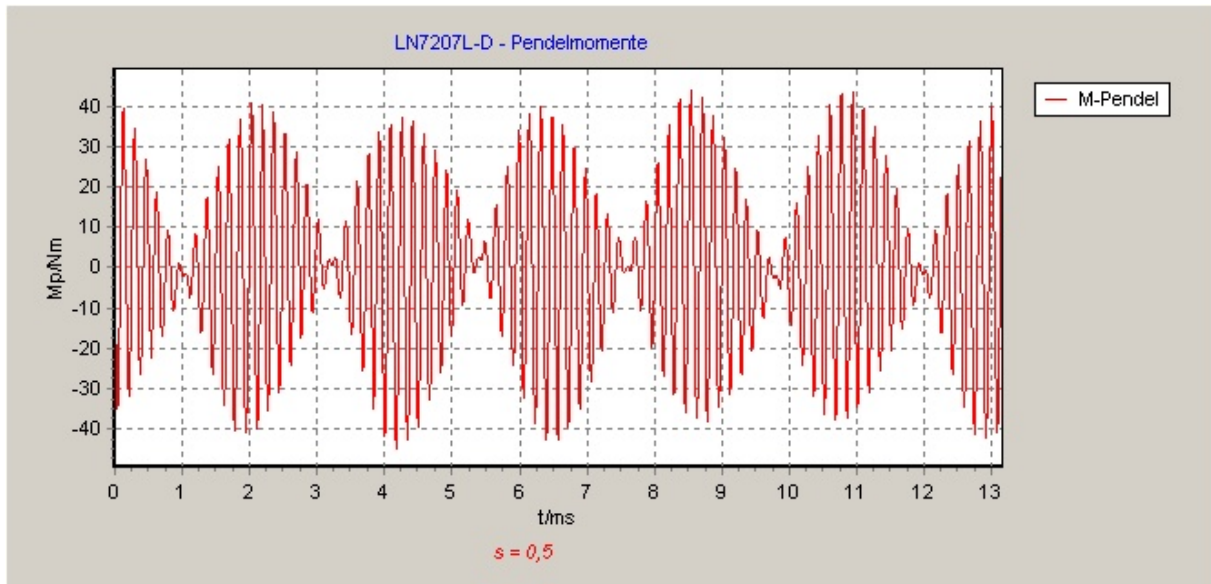


Bild 10.3-8 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnete Luftspalt-Pendelmomente Typ b2) bei Umrichterbetrieb, $s = 0,5$, Maschine V ungeschrägt.

Beispiel 10.3-2:

Gegeben: $Q_s/Q_r=36/28$ (Maschine VII, Anhang B), $2 \cdot p = 4$.

Gesucht: Synchrones Oberwellenmoment (Typ a) bei Sinusspeisung und $s = 0,8571$ ($g_r = -1$). Der Ständerstrombelag hat die Polpaarzahl ν_1 , das Läuferrestfeld des von der ν_2 -ten Ständeroberwelle induzierte Rotoroberstroms I_{r,ν_2} hat die Polpaarzahl $\mu = \nu_2 + g_r \cdot Q_r$. Es wurden nur die Restfelder des Läufergrundstromes $\nu_2 = p$ berücksichtigt. Es stellt sich heraus, dass für dieses Beispiel eine Summierung über alle Paarungen ν_1 und ν_2 nach (10.2-9 und 10.2-10), für die $|\nu_1| = |\mu|$ ist, aufgrund der schlechten Konvergenz zu keinem befriedigenden bzw. besseren Ergebnis führt.

In Tabelle 10.3-1 sind die wichtigsten Paarungen für $\nu_1 = -\mu$ angegeben. Dabei ist zu beachten, dass diese Anteile phasenrichtig zu addieren sind.

Tabelle 10.3-1: Anteile eines synchronen Moments für $g_r = -1$

Nr.	$\nu_1 = -\mu$	ν_2	M_μ / Nm
1	26	2	92
2	-46	74	19,95
3	-10	38	45,2
4	62	-34	36
5	38	-10	59
6	2	26	6,3
7	98	-70	6,3

In den folgenden Bildern finden sich die berechneten synchronen Oberwellenmomente für die Maschine VII bei 50 Hz Sinusbetrieb. Die in [61] mit dem FE-Programm Flux2D berechneten Drehmomente können den Bildern 10.3-9 und 10.3-10 entnommen werden.

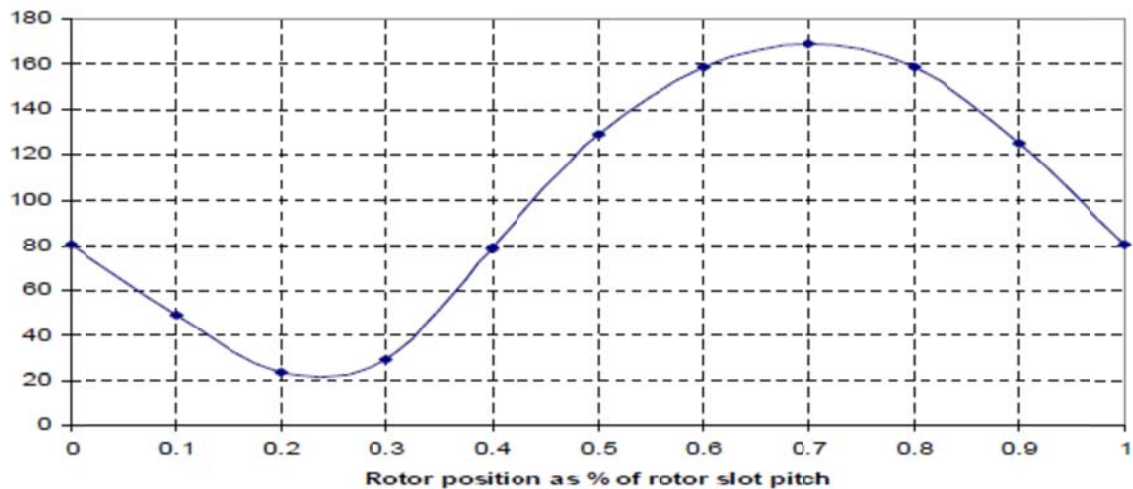


Bild 10.3-9: Berechnetes mittleres Luftspalt-Drehmoment in Nm (inklusive konstantes synchrones Drehmoment) der Maschine VII bei der synchronen Drehzahl 214 1/min bei Sinusbetrieb in Abhängigkeit von der Rotoranfangsposition. Entnommen aus [61].

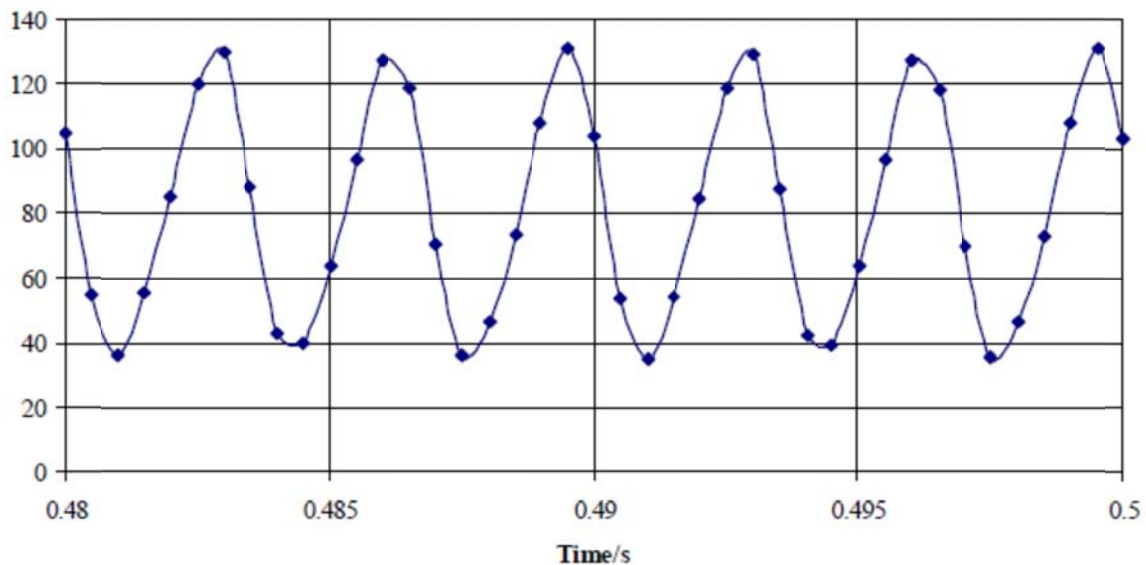


Bild 10.3-10: Berechnetes Luftspalt-Pendelmoment in Nm der Maschine VII bei der synchronen Drehzahl 214 1/min bei Sinusbetrieb und einer Rotoranfangsposition von $\beta_r = 0^\circ$. Das mittlere Drehmoment ist ca. 80 Nm entsprechend Bild 10.3-9. Entnommen aus [61].

Die im Vergleich dazu mit KLASYS05 berechneten Werte finden sich in den Bildern 10.3-11 und 10.3-12. Bei der analytischen Berechnung wurden alle Luftspaltüberfelder mit dem gleichen Hauptfeldsättigungsfaktor k_h berechnet. Für $\beta_r = 9^\circ$ und bei $n = 214$ 1/min berechnet KLASYS05 ein Drehmoment von 215 Nm, in [61] wurde ein Wert von 170 Nm berechnet (entsprechend Bild 10.3-9). Berücksichtigt man bei $n = 214$ 1/min ausschließlich das asynchrone Drehmoment von ca. 105 Nm (aus [61]) (bzw. ca. 120 Nm aus KLASYS05), so

erhält man mit Bild 10.3-9 die Anteile der synchronen Oberwellenmomentamplituden zu ca. 75 Nm, berechnet wurden ca. 95 Nm. Aus Bild 10.3-10 erkennt man eine Pendelamplitude von bis zu ca. 50 Nm mit sechs Perioden innerhalb 20 ms, herrührend von den Pendelmomenten anderer synchroner Momente außerhalb $s = 0,8571$. Mit KLASYS05 erhält man hierfür einen Wert von ca. 37 Nm entsprechend Bild 10.3-12.

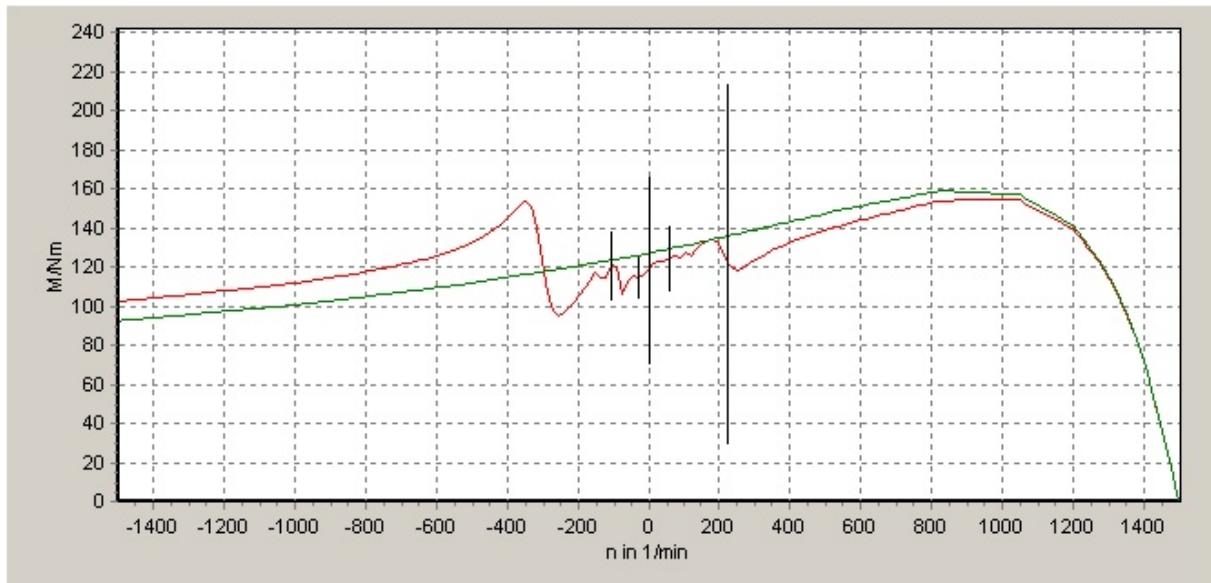


Bild 10.3-11 (Ergebnis aus KLASYS05): Grundwellenmoment und resultierendes Moment mit asynchronen und synchronen Oberwellenmomenten bei Sinusbetrieb, Rotoranfangsposition von $\beta_r = 9^\circ$, Maschine VII.

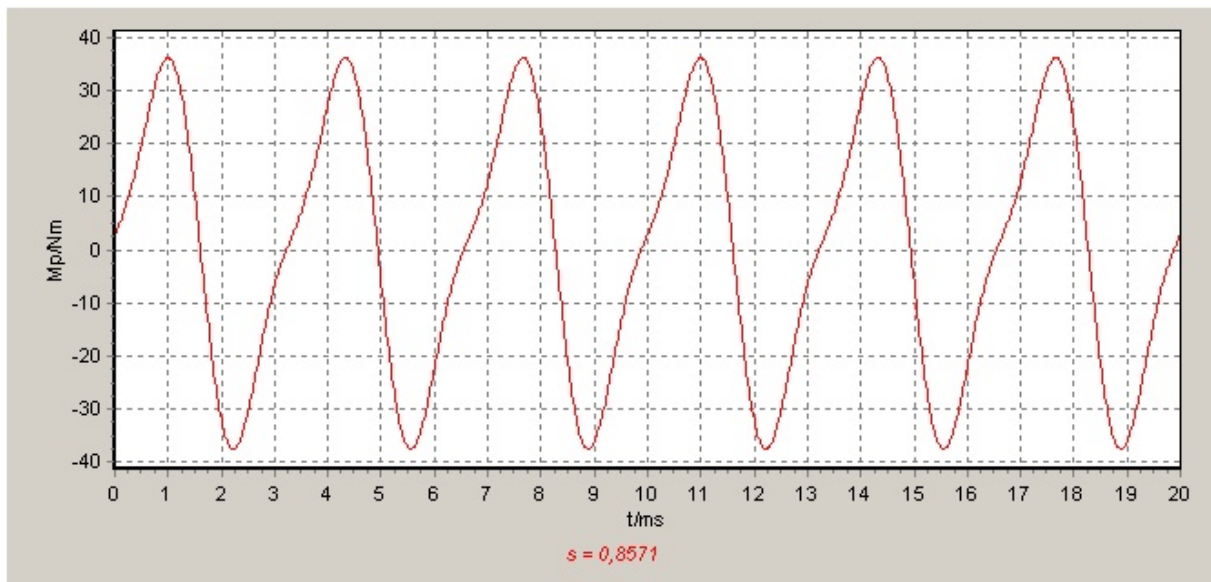


Bild 10.3-12 (Ergebnis aus KLASYS05): Luftspalt-Pendelmoment bei Sinusbetrieb, $s = 85,71\%$ und einer Rotoranfangsposition von $\beta_r = 0^\circ$, Maschine VII.

Beispiel 10.3-3:

Gegeben: $Q_s/Q_r=36/28$ (Maschine XII, Anhang B), $2 \cdot p = 4$, $U_{LL} = 173 \text{ V}$

Gesucht: Drehmoment, insbesondere synchrone Momente bei $n = 214 \text{ 1/min}$ und -107 1/min ,
Vergleich von Berechnungen.

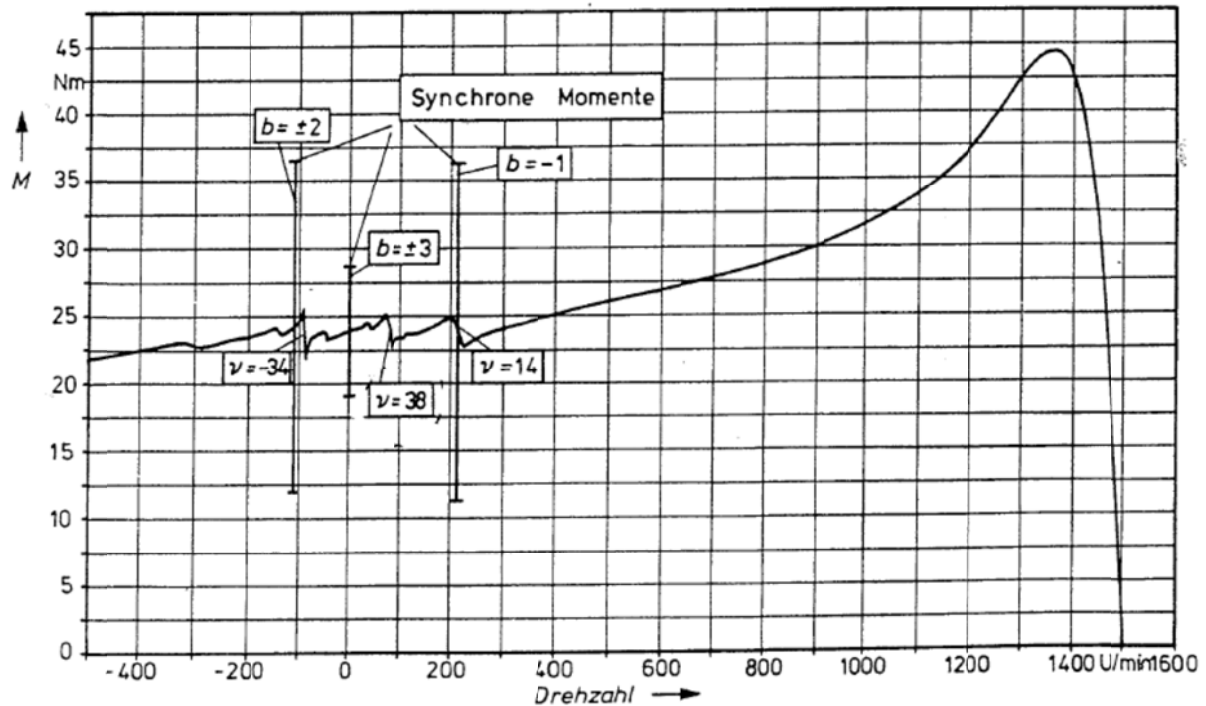


Bild 10.3-13: Berechnetes Drehmoment aus [14], Maschine XII, $U_{LL} = 173 \text{ V}$, ungeschrägt. Der Parameter b im Diagramm entspricht in dieser Arbeit dem Parameter g_r .

In Bild 10.3-13 ist eine Berechnung aus [14] dargestellt. Man erkennt man bei $n = 214 \text{ 1/min}$ ein Drehmoment von ca. 36 Nm und bei $n = -107 \text{ 1/min}$ ein Drehmoment von ca. 37 Nm. In Bild 10.3-14 findet man die mit KLASYS05 berechneten Werte zu 30 Nm und 34 Nm, wenn nur die Restfelder des Läufergrundstromes berücksichtigt werden, und in Bild 10.3-15 Drehmomente von 30 Nm und 40 Nm, wenn alle Paarungen berücksichtigt werden.

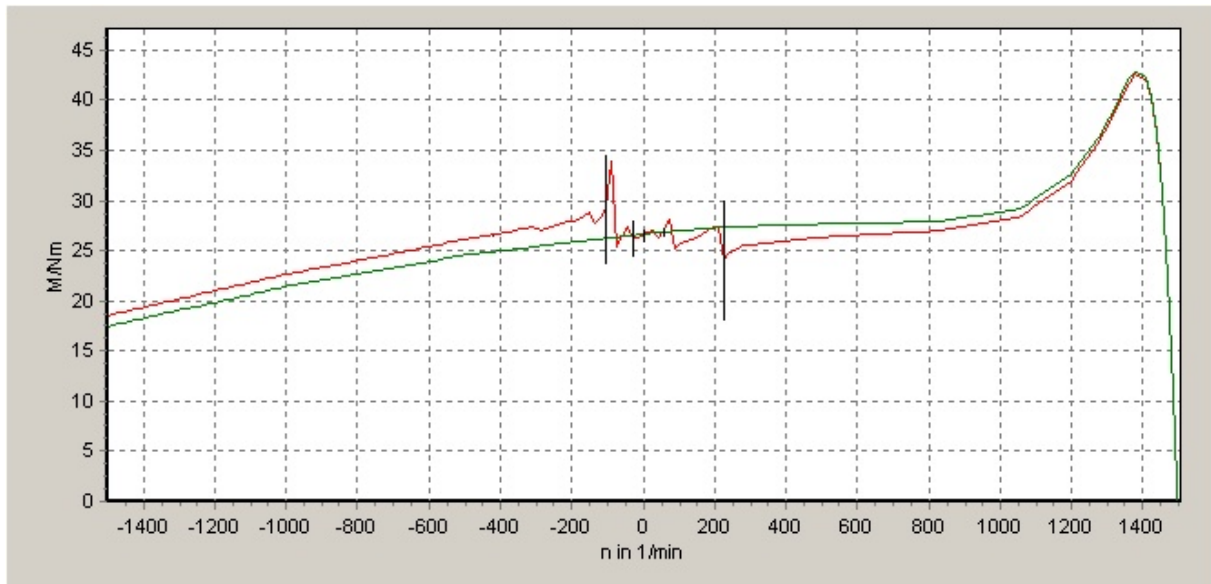


Bild 10.3-14 (Ergebnis aus KLASYS05): Wie 10.3-13. Nur die Restfelder des Läufergrundstromes wurden berücksichtigt.

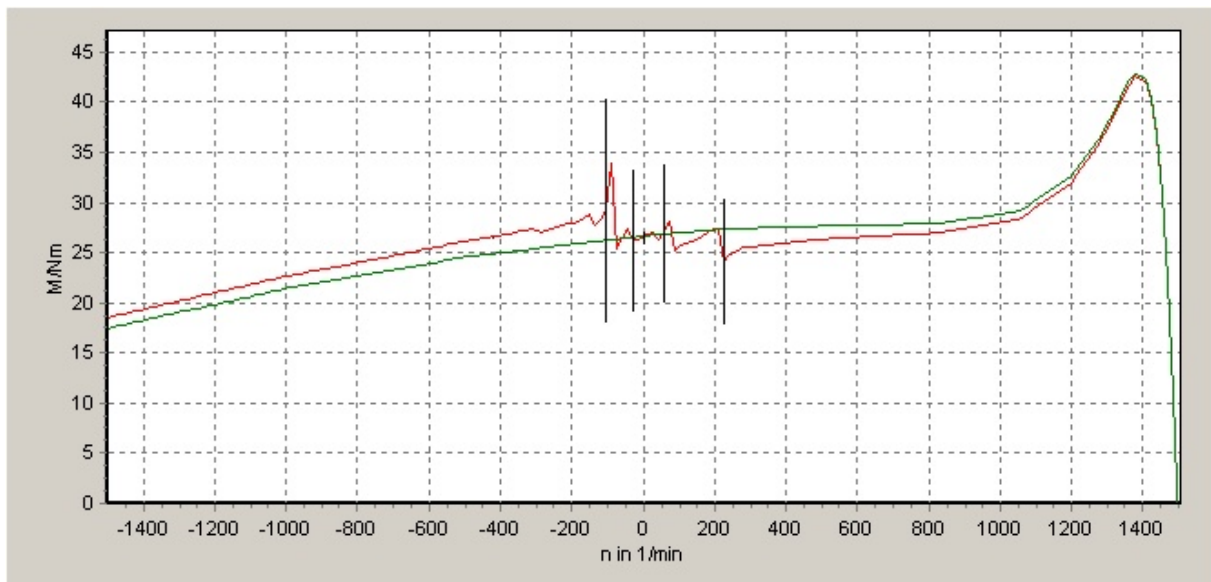


Bild 10.3-15 (Ergebnis aus KLASYS05): Wie 10.3-14, jedoch alle Restfelder wurden berücksichtigt.

Beispiel 10.3-4:

Geg.: $Q_s/Q_r = 36/28$ (Maschine XII, Anhang B), $2 \cdot p = 4$, $U_{LL} = 103 \text{ V}$

Ges.: Drehmoment, insbesondere synchrone Momente bei $n = 214 \text{ 1/min}$ und -107 1/min , Vergleich Messung / Berechnung.

Für eine Spannung von $U_{LL} = 103 \text{ V}$ ergibt eine Messung aus [30] bei $n = 214 \text{ 1/min}$ ein Drehmoment von $9,6 \text{ Nm}$ und bei $n = -107 \text{ 1/min}$ ein Drehmoment von $13,9 \text{ Nm}$. Bild 10.3-16 zeigt die Berechnung für den Fall, dass nur die Restfelder des Läufergrundstromes berücksichtigt werden. Bild 10.3-17 zeigt die Berechnung für den Fall, dass alle Paarungen berücksichtigt werden. Der Unterschied ist für diesen Fall nicht sehr groß, die

Übereinstimmung mit der Messung ist, für den Fall, dass alle Paarungen berücksichtigt werden, zufriedenstellend.

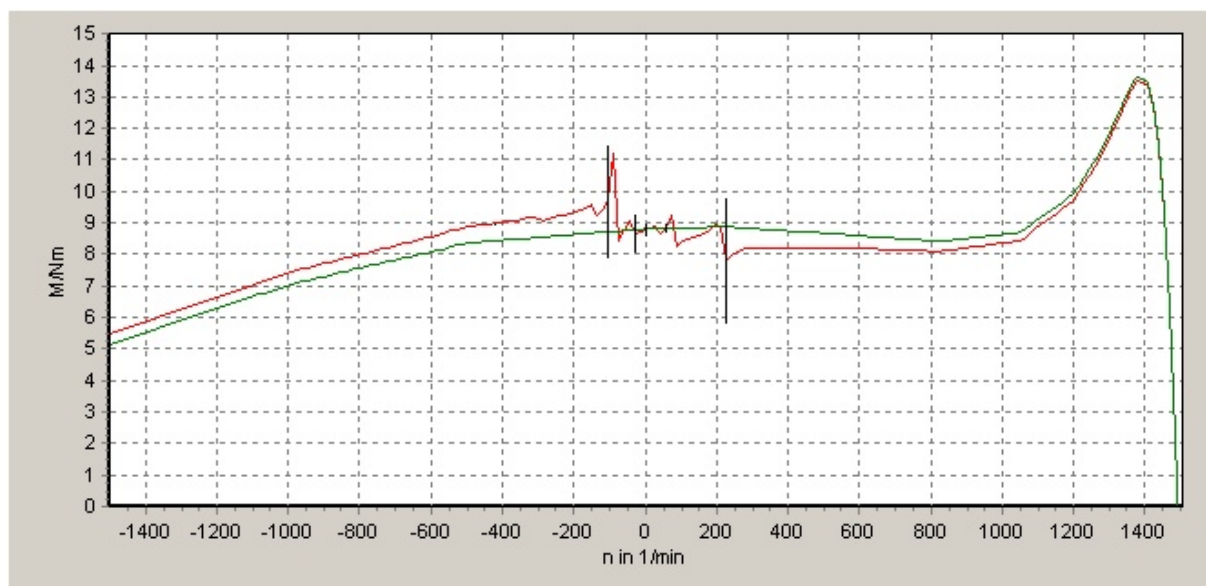


Bild 10.3-16 (Ergebnis aus KLASYS05): Berechnetes Drehmoment Maschine XII, $U_{LL} = 103$ V, ungeschägt, nur Restfelder des Läufergrundstromes wurden berücksichtigt.

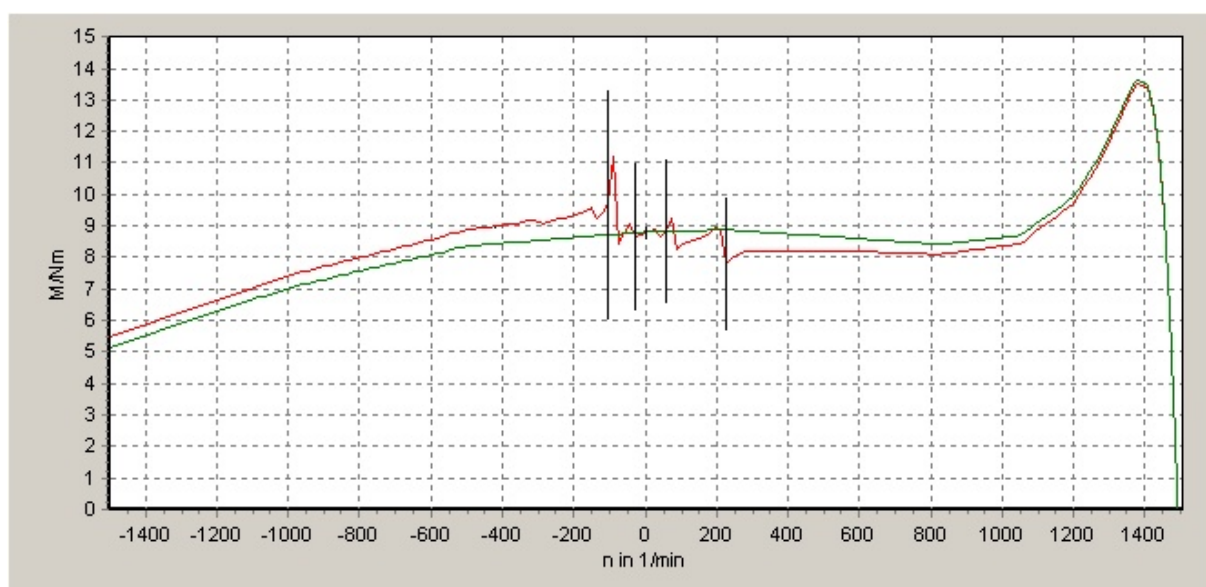


Bild 10.3-17 (Ergebnis aus KLASYS05): Wie Bild 10.3-16, jedoch alle Restfelder wurden berücksichtigt.

11 Zusammenfassung

Ziel der Arbeit war die Programmierung eines analytischen Berechnungsprogramms für Asynchronmaschinen mit Käfigläufer. Die Berechnung soll mit Hilfe der bis heute vorhandenen Theorien alle Effekte in der Maschine möglichst gut nachbilden. Ein zentraler Punkt ist die möglichst exakte Berechnung der Magnetfelder im Luftspalt, in den Zahnköpfen und in den Zahnschäften, zusammen mit deren spezifischen Sättigungseffekten, welche durch Sättigungsfaktoren oder Ersatzluftspalte zum Ausdruck kommen. Die Berücksichtigung der Nutschlitze erfolgt ebenso nach verschiedenen, aus der Fachliteratur bekannten Verfahren. Ein weiterer Schwerpunkt sind die mit Hilfe der Magnetfelder berechneten Zusatzverluste bei Netzbetrieb. Dabei wird zunächst ein Kapitel dem Thema ‚Ummagnetisierungsverluste‘ und ‚Verschlechterung durch Bearbeitung‘ gewidmet. Sodann erfolgt die Berechnung der Zusatzverluste in Form von Pulsationsverlusten in den Zahnschäften und im Joch, den Oberflächenverlusten in den Zahnköpfen, den Querstromverlusten und den Oberstromverlusten im Läufer sowie der Verluste im elektrisch leitfähigen Gehäusemantel. Bei Umrichterbetrieb mit einem Umrichter mit Spannungszwischenkreis und Pulsweitenmodulation wird vom Ausgangsspannungsspektrum des Umrichters ausgegangen. Dabei wird das Spannungsspektrum bei Raumzeigermodulation verwendet. Die dadurch entstehenden zusätzlichen Verluste in der Maschine werden durch Überlagerung einzelner Spannungsharmonischer berechnet; die zugehörigen Sättigungsfaktoren durch die Stromharmonischen werden im Wesentlichen vom Strom-Grundsystem bestimmt. Weitere kurze Kapitel beschäftigen sich überblicksmäßig mit der sekundären Ankerrückwirkung sowie den Pendelmomenten.

Das in dieser Arbeit entstandene Berechnungsprogramm ‚KLASY05‘ basiert auf dem FORTRAN-Programm ‚KLASY‘ der TU Wien (Dissertation Prof. *Binder*, Diplomarbeiten von Dipl.-Ing. *Stefan*, Dipl.-Ing. *Bauhofer*, Dipl.-Ing. *Elkner*), welches in dieser Arbeit umgeschrieben, erweitert und aktualisiert wurde. Als Datenbasis dient eine relationale Datenbank (MS Access©), bestehend aus der Teildatenbank ‚Motoren.mdb‘ mit der Detailtabelle ‚Motor‘ und den Mastertabellen ‚Statorblech‘ und ‚Rotorblech‘ und der Datenbank ‚Elektroblech.mdb‘, die die Kennwerte von Elektroblechen enthält. Das Programm läuft unter dem Betriebssystem Windows (seit der Version XP). Die Berechnungsergebnisse wurden an ca. 40 Beispielmotoren ausgetestet. Die Ergebnisse sind zufriedenstellend und in guter Übereinstimmung mit den Messergebnissen. Trotzdem hat natürlich ein analytisches Berechnungsprogramm seine Grenzen und daher neben seinen Stärken auch Schwächen. Die

wesentlichen Stärken sind Rechengeschwindigkeit und Transparenz. Im Folgenden werden einige spezifische Schwächen des Berechnungsprogramms KLASYS05 aufgezählt.

→ Das Problem des Feldlinienwinkels ρ im Ständer- und Läuferzahnkopf.

Dieser Winkel hat einen entscheidenden Einfluss auf den Zahnkopfsättigungsfaktor k_{zk} und somit auf die Höhe des Spaltstreulusses, der dadurch bedingten Zusatzverluste sowie den Nutstreuluss. Bei offenen oder halbgeschlossenen Nuten lässt sich dieser Winkel relativ gut aus der Nutgeometrie bestimmen. Bei geschlossenen Läuferferriten sollte zur Bestimmung des Winkels das Feldlinienbild im Kurzschluss (FEM) herangezogen werden.

→ Das Problem der reversiblen Permeabilität.

Wie es sich in vielen Tests und Vergleichsberechnungen gezeigt hat, ist es sinnvoll, bei der reversiblen Permeabilität zwischen jener, die den Ersatzluftspalt für Pulsationen im Sinusbetrieb beeinflusst und jener, die für die Berechnung der Feldverdrängung in den Blechen durch die hochfrequenten überlagerten Oberschwingungssysteme maßgebend ist, zu unterscheiden. Erstere wird aus einer Kurve für eine bestimmte Blechsorte entnommen (Bild 5.2-1) und bestimmt die Pulsationsverluste, letztere wird als Konstante eingegeben und bestimmt die zusätzlichen Eisenverluste im Umrichterbetrieb. Ziel einer späteren Untersuchung könnte es sein, die reversible Überlagerungspermeabilität genauer in die Berechnung einzubauen.

→ Das Problem der sequentiellen Berechnung von Grundwellen- und Oberwellenverhalten.

Dieses formale Strukturproblem ist historisch bestimmt (Fortran-KLASYS). Die durch die Oberwellen verursachten Läuferoberströme und deren Wirkungen werden erst ‚am Schluss‘ berechnet. Die dadurch entstehenden Verluste werden nachträglich zu den Grundwellenverlusten (bzw. den Zusatzverlusten) hinzugefügt. Dies gilt für die Ausgabe der Kennwerte für einen bestimmten Schlupfwert sowie insbesondere für die sogenannte ‚Schlupftabelle‘ für Schlüpf zwischen $s = 0$ und $s = 2$.

→ Das Problem der Berechnung der Ummagnetisierungsverluste.

Die Ummagnetisierungsverluste werden nach *Steinmetz* berechnet. Eine für höhere Induktionen brauchbare Formel wird angeboten (Kapitel 6). Die Verschlechterung durch Bearbeitung in dünnen Stegen (Stegbreite < 1 mm), wie etwa im Steg einer geschlossenen Nut, kann nicht exakt berücksichtigt werden.

→ Das Problem der Nutungsberücksichtigung der gegenseitigen Nutung durch den erweiterten Kopplungsfaktor nach *Weppeler*.

Es hat sich herausgestellt, dass die Verwendung des erweiterten Kopplungsfaktors zur Nutungsberücksichtigung speziell bei kleinem Schlupf und bei Nutenzahlen $Q_s > Q_r$ schlechte Ergebnisse bei der Berechnung der Läuferoberströme für ständernutharmonische Ordnungszahlen liefert. Auch die Verbesserung nach *Stepina* ist nicht immer überzeugend. Gerade bei der verbesserten Version nach *Stepina* würde sich eine genauere Untersuchung in einer späteren Arbeit lohnen.

→ Das Problem der synchronen Oberwellenmomente.

Die Berechnung der synchronen Oberwellenmomente erfolgt letztlich über das Produkt Läuferfeld \underline{B}_μ mal Ständerstrombelag \underline{A}_v . Die Qualität der Berechnung des Läuferfeldes hängt von der Art der Berechnung der Läuferoberströme und von der Sättigungsberechnung ab. Bei der Berechnung des Ständerstrombelags wird der Nutschlitzfaktor berücksichtigt. Insofern ist die Berechnung der synchronen Momente recht zuverlässig. Eine gewisse Unsicherheit liegt darin, wieviele Anteile an Oberwellen für einen bestimmten Schlupf berücksichtigt werden müssen. Die Abhängigkeit von der Rotoranfangsposition ist prinzipiell eingebaut.

→ Das Problem der Querströme.

Der komplexe Schrägungsfaktor zur Bestimmung der Querströme ist eine sehr praktikable Methode. Leider lässt sich dieser jedoch nur in einer bestimmten Formel zur Berechnung der Läuferoberströme verwenden. In [14] wird ein ähnlicher Faktor in die Oberwellentheorie eingebaut. Ein ähnlicher Ansatz für das Gleichungssystem nach *Taegen* (Abschnitt 1.2) wäre wünschenswert.

Anhang A: Stromverdrängung in einer Doppelkäfignut

Für die Berechnung des Drehmoments und speziell des Anlaufmoments ist eine korrekte Berechnung der Stromverdrängung in den Läuferstäben erforderlich. Für ausgewählte Geometrien wie Rundstab und Hochstab ist eine analytische Berechnung näherungsweise möglich, wenn gewisse idealisierende Annahmen getroffen werden. Hierzu gehören:

- Die Permeabilität des Eisen sei unendlich: $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$
- Die tangentielle magnetische Feldstärke auf der Oberfläche des Stabes im Bereich des Nutschlitzes bzw. des Steges sei konstant (Bild A1). In der Realität erhöht sich jedoch die Feldstärke gegen den Rand des Bereiches $\pm \alpha$ bzw. $\pm \beta$ [63].

a) Rundstab (Anlaufkäfig) und Hochstab (Betriebskäfig)

Hier soll die Stromverdrängung in einem Doppelläuferstab, bestehend aus einem Rundstab (Anlaufkäfig) und einem darunterliegenden Hochstab (Betriebskäfig) betrachtet werden, denn sowohl in dem Artikel von *Rolicz* [57] als auch in der Diplomarbeit von *Schmidt* [12] wurde die gegenseitige Impedanz bei der Bestimmung der Stromverdrängung in Doppelkäfignuten vernachlässigt. Eine Erweiterung der Arbeit von *Schmidt* liefert die Möglichkeit, dies zu berücksichtigen, was nun nachgeholt werden soll. Behandelt wird der Fall des Doppelkäfigläufers mit einer Rundnut oben und einem Hochstab unten mit einem gemeinsamen Kurzschlussring. Ergebnis der Betrachtung ist eine analytische Lösung der Berechnung der Frequenzabhängigkeit der Impedanz des Doppelstabs. Die Gegenimpedanz zwischen Ober- und Unterstab wird berücksichtigt.

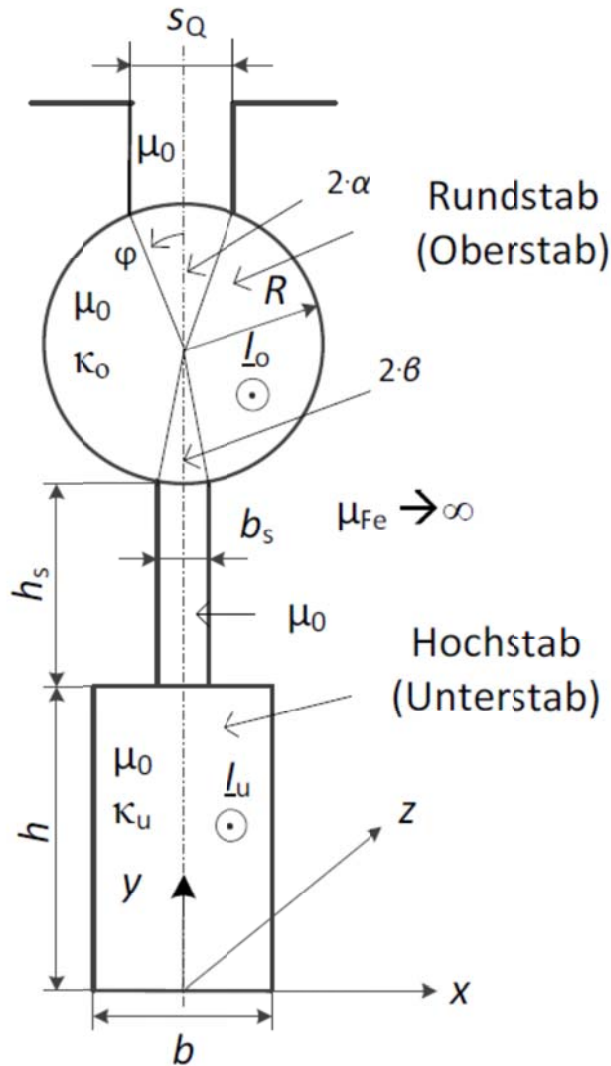


Bild A1: Zur Stromverdrängung in einer Doppelkäftgurut (aus [12])

Grundgleichungen

Im Folgenden wird für die Betrachtung im Frequenzbereich (Kreisfrequenz ω) mit der Schreibweise \underline{A} jene komplexe Komponente des dreidimensionalen Vektors des Vektorpotentials \vec{A} verstanden, die in die z -Richtung, also in Achsrichtung des Leiters, zeigt, wobei gilt $\underline{A} = \underline{A}_z(x, y)$. Für sinusförmig eingeschwungene Vorgänge ergibt sich aus den Maxwell-Gleichungen [12] die Helmholtz-Gleichung ($\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$: Laplace-Operator), wenn keine eingeprägte elektrische Feldstärke E in den Leitern vorhanden ist, sondern nur jene auf Grund der induzierenden magnetischen Wechselflussdichte $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$.

$$\Delta \underline{A} - j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \kappa \cdot \underline{A} = 0, \quad (\text{A1})$$

Weiter ist $\text{div} \vec{A} = \partial \underline{A}_z(x, y) / \partial z = 0$. Die Stromdichte ist

$$\underline{J}(x, y) = -j \cdot \omega \cdot \kappa \cdot \underline{A}(x, y), \quad (\text{A2})$$

und die induzierte elektrische Feldstärke

$$\underline{E}(x, y) = -j \cdot \omega \cdot \underline{A}(x, y). \quad (\text{A3})$$

Damit die Gleichung (A1) eindeutig lösbar ist, hat das Vektorpotential $\underline{A}(x, y)$ eine Randbedingung zu erfüllen. Die Randbedingung ist durch eine Vorgabe der Werte des Vektorpotentials bzw. dessen Normalableitung auf dem Leiterrand gegeben. Die Vorgabe der Tangentialinduktion B_t am Umfang des Leiters ist dabei gleichbedeutend mit der Vorgabe der Werte der Normalableitung des Vektorpotentials: $B_t(x, y) = -\nabla A_z(x, y) \cdot \vec{e}_n = -\partial A_z(x, y) / \partial n$.

Die Ableitung $\frac{\partial}{\partial n}$ ist die partielle Ableitung, also die Normalkomponente senkrecht zur Richtung der Tangentialkomponente. Dabei ist $\vec{e}_n, |\vec{e}_n| = 1$ der Normalen-Einheitsvektor auf die Leiteroberfläche des Unterstabs und des Oberstabs. Aufgrund der Voraussetzung unendlicher Permeabilität im Eisen $\mu_{\text{Fe}} \rightarrow \infty$ verschwindet die Tangentialinduktion auf den Teilen des Leiterumfangs, die unmittelbar an das ferromagnetische Material anliegen. Aus dem Energiesatz erhält man gemäß [12] eine Vorschrift zur Bestimmung der Impedanz \underline{Z} eines Leiters aus dem Vektorpotential auf dem Rand des Leiters.

$$\underline{Z} = \frac{j \cdot \omega \cdot l_{\text{Fe}}}{\mu_0 \cdot \underline{I} \cdot \underline{I}^*} \cdot \oint_C \underline{A} \cdot \frac{\partial \underline{A}^*}{\partial n} \cdot ds \quad (\text{A4})$$

Das Integral ist hier als Ringintegral über die Berandungskurve C des betreffenden Leiters anzusehen, wobei ds das differentielle Wegelement der Berandungskurve ist. Das Zeichen * bedeutet konjugiert komplex. Weiter ist \underline{I} der komplexe Effektivwert des Leiter-Sinuswechselstroms und l_{Fe} die Leiterlänge in z -Richtung.

Ziel ist es, die Nutstreuinduktivität und den Stabwiderstand der Gesamtanordnung in Abhängigkeit der Kreisfrequenz ω zu ermitteln. Die gefundenen Werte werden in das in dieser Arbeit im erstellten Programm KLASYS05 verwendete Maschinen-Ersatzschaltbild und in das entsprechende Gleichungssystem der Käfigläufer-Asynchronmaschine eingefügt. Daher werden nur die Streuflussverkettungen des Läuferkäfigs betrachtet, nicht aber der von ihm erregte Teil des Hauptfelds. Der Feldanteil im oberen Rechteckschlitz mit der Breite der Nutöffnung s_Q (Bild A1) wird vorerst nicht betrachtet. Da Unter- und Oberstab über die von ihnen erregten Streuflüsse magnetisch gekoppelt sind, entsteht folgendes Gleichungssystem:

$$\underline{U}_o = \underline{Z}_o \cdot \underline{I}_o + \underline{Z}_{uo} \cdot \underline{I}_u, \quad (\text{A5})$$

$$\underline{U}_u = \underline{Z}_{ou} \cdot \underline{I}_o + \underline{Z}_u \cdot \underline{I}_u, \quad (\text{A6})$$

$$\underline{I} = \underline{I}_u + \underline{I}_o \quad . \quad (A7)$$

Darin sind \underline{U}_o , \underline{U}_u die induzierten Stabspannungen im Ober- und Unterstab, \underline{I}_o , \underline{I}_u die Leiterströme im Ober- und Unterstab. Es werden die Indizes o (oben, also in Richtung des Luftspalts) und u (Unterstab) verwendet. Die Indizierung von z. B. \underline{Z}_{uo} bedeutet dabei die Induzierung des oberen Stabes durch das Feld des Stroms \underline{I}_u des unteren Stabs. \underline{Z}_o ist die Impedanz des Oberstabs **allein**. Bei einseitig eingebetteten Nuten ist diese Impedanz identisch mit der Impedanz eines einzelnen Rundstabs. Die Impedanzen \underline{Z}_{ou} bzw. \underline{Z}_{uo} sind die Gegenimpedanzen zwischen den Stäben. \underline{Z}_u ist die Impedanz des unteren Leiters, bestehend aus der Impedanz des unteren Stabs allein inklusive des Feldanteils im Stegbereich zwischen Ober- und Unterstab (Stegimpedanz \underline{Z}_s) zuzüglich einer Impedanz \underline{Z}_k , die durch das Vorhandensein des oberen Leiters und den vom Feld des Stroms \underline{I}_u in den oberen Stab induzierten Wirbelströmen herrührt. Durch die gemeinsamen Kurzschlussringe an den beiden Stabenden sind \underline{U}_o und \underline{U}_u in (A5) und (A6) gleich: $\underline{U}_u = \underline{U}_o = \underline{U}_{\text{Stab}}$! Aus (A5) - (A7) folgen die Ströme

$$\underline{I}_o = \frac{-\underline{Z}_u + \underline{Z}_{uo}}{\underline{Z}_{ou} \cdot \underline{Z}_{uo} - \underline{Z}_o \cdot \underline{Z}_u} \cdot \underline{U}_{\text{Stab}} \quad , \quad (A8a)$$

$$\underline{I}_u = \frac{\underline{Z}_o - \underline{Z}_{ou}}{\underline{Z}_{ou} \cdot \underline{Z}_{uo} - \underline{Z}_o \cdot \underline{Z}_u} \cdot \underline{U}_{\text{Stab}} \quad . \quad (A8b)$$

und daraus mit $\underline{I} = \underline{I}_o + \underline{I}_u$ die Gesamtimpedanz

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z}_{ou} \cdot \underline{Z}_{uo} - \underline{Z}_u \cdot \underline{Z}_o}{\underline{Z}_{uo} + \underline{Z}_{ou} - \underline{Z}_o - \underline{Z}_u} = \frac{\underline{U}_{\text{Stab}}}{\underline{I}} \quad . \quad (A9)$$

In einphasig magnetisch gekoppelten Kreisen sind die durch die Gegeninduktivität bedingten Gegenimpedanzen \underline{Z}_{ou} und \underline{Z}_{uo} gleich groß, was weiter unten nochmals gezeigt wird. Aus (A5), (A6) bzw. (A9) erhält man das Ersatzschaltbild Bild A2.

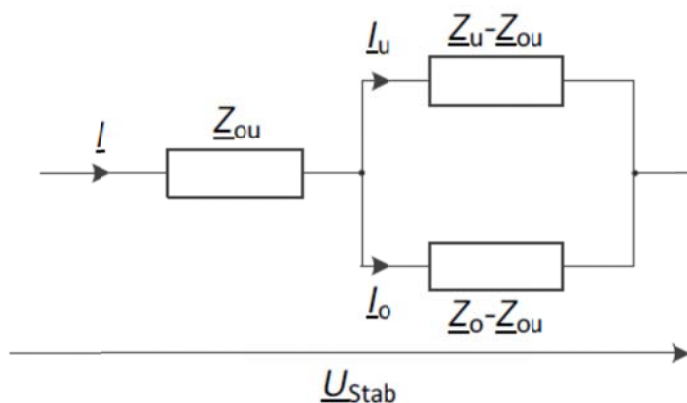


Bild A2: Gesamtimpedanz $\underline{Z} = \underline{U}_{\text{Stab}}/\underline{I}$ des Doppelstabsystems

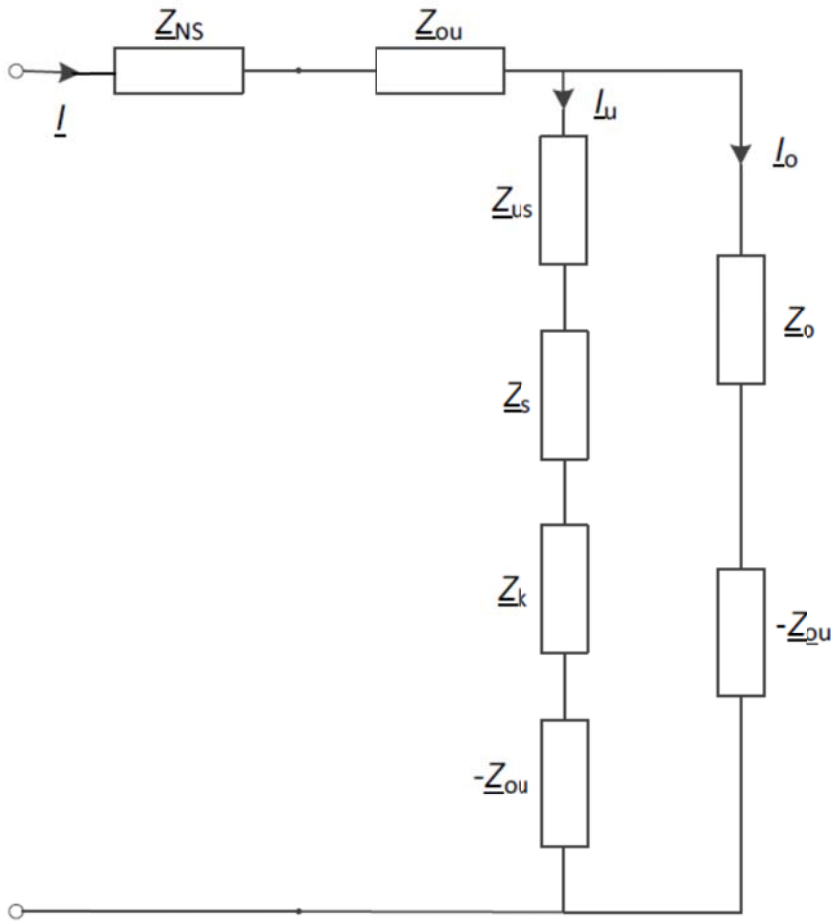


Bild A3: Wie Bild A2, jedoch mit der Aufteilung der Impedanz \underline{Z}_u gemäß (A10) und der Ergänzung mit \underline{Z}_{NS}

In Bild A3 wird die Impedanz \underline{Z}_u gemäß (A10) in drei Teilimpedanzen aufgeteilt. Weiter wird die Impedanz \underline{Z}_{NS} des von Ober- und Unterabstrom gemeinsam erregten Feldanteils im Nutschlitz (erregender Strom $\underline{I} = \underline{I}_o + \underline{I}_u$) im Ersatzschaltbild seriell ergänzt.

Die Impedanz \underline{Z}_u des Unterstabs besteht aus folgenden Anteilen:

\underline{Z}_k ... Anteil der Impedanz durch Wirbelströme und Feld im Oberstab bei $\underline{I}_o = 0$

\underline{Z}_s ... Anteil der Impedanz durch das Feld im Steg zwischen Ober- und Unterstab

\underline{Z}_{us} ... Anteil durch das Feld im Unterstab selbst

Somit folgt:

$$\underline{Z}_u = \underline{Z}_{us} + \underline{Z}_k + \underline{Z}_s \quad . \quad (A10)$$

Die Impedanz \underline{Z}_k ist somit jener Teil der Impedanz des Unterstabs, der von der Leitergeometrie des Oberstabs und dem Eigenfeld der durch $\underline{I}_u \neq 0$ verursachten Wirbelströme im Oberstab herrührt. Um diesen Anteil \underline{Z}_k zu bestimmen, muss

a) das Vektorpotential \underline{A}_o des oberen Leiters verwendet werden,

b) der Strom des oberen Leiters $\underline{I}_o = 0$ und des unteren Leiters $\underline{I}_u \neq 0$ sein,

c) die Berandung C über den oberen Rundstab genommen werden, also das Vektorpotential $\underline{A}_0 \neq 0$ im Bereich des Nutschlitzes s_Q (Winkelbereich $-\alpha \leq \varphi \leq \alpha$) und des Stegs b_s (Winkelbereich $\pi - \beta \leq \varphi \leq \pi + \beta$), wie dies (A4) vorschreibt.

Es gilt gemäß $\vec{B} = \text{rot}(\vec{A})$ in kartesischen Koordinaten x, y, z

$$\underline{B}_x = \frac{\partial \underline{A}(x, y)}{\partial y} \quad ,$$

$$\underline{B}_y = -\frac{\partial \underline{A}(x, y)}{\partial x} \quad ,$$

und in Zylinderkoordinaten r, φ, z gemäß Bild A1 oder Bild 7.5.3-3

$$\underline{B}_\varphi = -\frac{\partial \underline{A}(r, \varphi)}{\partial r} \quad (\text{tangential}),$$

$$\underline{B}_r = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \underline{A}(r, \varphi)}{\partial \varphi} \quad (\text{radial}).$$

Die Normalableitung des Vektorpotentials in Zylinderkoordinaten an der Rundstaboberfläche lautet $-\nabla A(r, \varphi) \cdot \vec{e}_n = -\partial A(r, \varphi) / \partial r, r = R$. Die Tangentialflussdichte B_φ an der Leiteroberfläche wird mit dem Durchflutungsgesetz berechnet [12]. Wegen $-\partial A(r, \varphi) / \partial r = B_\varphi$ gelten für die drei Abschnitte der Rundstab-Leiteroberfläche $-\alpha \leq \varphi \leq \alpha$, $\pi - \beta \leq \varphi \leq \pi + \beta$ und dem restlichen Winkelbereich die Randbedingungen für den allgemeinen Fall $\underline{I}_u \neq 0, \underline{I}_o \neq 0$ gemäß [12]:

$$\frac{\partial}{\partial r} \underline{A}_o(R, \varphi) = \frac{-\mu_0}{2 \cdot R \cdot \alpha} \cdot (\underline{I}_u + \underline{I}_o) \quad \text{für } |\varphi| \leq \alpha, \text{ oberer Stab am Nutschlitz, Segment} = 2 \cdot \alpha$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \underline{A}_o(R, \varphi) = \frac{\mu_0}{2 \cdot R \cdot \beta} \cdot \underline{I}_u \quad \text{für } \pi - \beta \leq |\varphi| \leq \pi, \text{ oberer Stab am Steg, Segment} = 2 \cdot \beta$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \underline{A}_o(R, \varphi) = 0 \quad \text{sonst wegen } B_\varphi = 0 \text{ im Eisen zufolge } \mu_{Fe} \rightarrow \infty. \quad (\text{A11})$$

Die ersten zwei Bedingungen wurden mit der eingangs erwähnten Vereinfachung konstanter Feldstärke an der Leiteroberfläche im Schlitzbereich bestimmt. Das Integral (A4) wird wegen (A11) in drei Linienintegrale mit jeweils gleichem Umlaufsinn im mathematisch positiven Zählsinn für den Winkel φ unterteilt. Die Lösung der *Helmholtz*-Gleichung (A1) für diese Randbedingungen (A11) ist in [12] angegeben. Diese Lösung für das Vektorpotential $\underline{A}_o(r, \varphi), 0 \leq r \leq R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$, das diese Randbedingung erfüllt, ist nach Entwickeln des

Vektorpotentials in eine *Fourier*-Reihe in Abhängigkeit des Umfangswinkels φ [12] zu entnehmen (A12).

$$\begin{aligned} \underline{A}_o(r, \varphi) = & \frac{-\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot (\underline{I}_u + \underline{I}_o) \cdot \left[\frac{I_0\left(\frac{r}{R} \cdot \underline{\zeta}_o\right)}{\underline{\zeta}_o \cdot I'_0(\underline{\zeta}_o)} + 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} \alpha_n \cdot \frac{I_n\left(\frac{r}{R} \cdot \underline{\zeta}_o\right)}{\underline{\zeta}_o \cdot I'_n(\underline{\zeta}_o)} \cdot \cos(n \cdot \varphi) \right] + \dots \\ & + \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \underline{I}_u \cdot \left[\frac{I_0\left(\frac{r}{R} \cdot \underline{\zeta}_o\right)}{\underline{\zeta}_o \cdot I'_0(\underline{\zeta}_o)} + 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} (-1)^n \cdot \beta_n \cdot \frac{I_n\left(\frac{r}{R} \cdot \underline{\zeta}_o\right)}{\underline{\zeta}_o \cdot I'_n(\underline{\zeta}_o)} \cdot \cos(n \cdot \varphi) \right] \end{aligned} \quad (A12)$$

Dabei ist mit dem „reduzierten Leiterradius“ $R \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \kappa_o}{2}}$ die Abkürzung

$$\underline{\zeta}_o = R \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \kappa_o}{2}} \cdot (1 + j) \quad , \text{ und die } Fourier\text{-Koeffizienten sind}$$

$$\alpha_n = \frac{\sin(n \cdot \alpha)}{n \cdot \alpha} \quad , \quad \beta_n = \frac{\sin(n \cdot \beta)}{n \cdot \beta} \quad .$$

In (A12) sind I_n die modifizierten *Bessel*-Funktionen n -ter Ordnung mit komplexem Argument und I'_n die Ableitungen der modifizierten *Bessel*-Funktion n -ter Ordnung:

$$I'_n(x) = \frac{d}{dx} I_n(x) \quad .$$

Nach dem Nullsetzen von $\underline{I}_o = 0$ in (A12) ergibt sich

$$\underline{A}_o(r, \varphi) = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \underline{I}_u \cdot 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} \left[-\alpha_n + (-1)^n \cdot \beta_n \right] \cdot \frac{I_n\left(\frac{r}{R} \cdot \underline{\zeta}_o\right)}{\underline{\zeta}_o \cdot I'_n(\underline{\zeta}_o)} \cdot \cos(n \cdot \varphi) \quad . \quad (A13)$$

Durch Integration von (A13) über die Berandung des oberen Stabes gemäß (A4) jeweils im Bereich des Nutschlitzes $2 \cdot \alpha$ und des Stegs $2 \cdot \beta$ ergibt sich mit (A11) die gesuchte Impedanz.

$$\begin{aligned} \underline{Z}_k = & \frac{j \cdot \omega \cdot l_{Fe}}{\mu_0 \cdot \underline{I}_u \cdot \underline{I}_u^*} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} \underline{A}_o(R, \varphi) \cdot \frac{\partial \underline{A}_o^*(R, \varphi)}{\partial r} \cdot R \cdot d\varphi \\ \underline{Z}_k = & j \cdot \omega \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot l_{Fe} \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} \left(-\alpha_n + (-1)^n \cdot \beta_n \right)^2 \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta}_o)}{\underline{\zeta}_o \cdot I'_n(\underline{\zeta}_o)} \quad . \end{aligned} \quad (A14)$$

Der Impedanzanteil des Felds im Steg zwischen Ober- und Unterstab ist gemäß [12]

$$\underline{Z}_s = j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot l_{\text{Fe}} \cdot \frac{h_s}{b_s} . \quad (\text{A15})$$

Der Impedanzanteil des unteren Rechteckleiters selbst ist gemäß [12]

$$\underline{Z}_{\text{us}} = R_{\text{u0}} \cdot \underline{\zeta}_{\text{u}}^2 \cdot \left[\frac{\coth(\underline{\zeta}_{\text{u}})}{\underline{\zeta}_{\text{u}}} + 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} s_{\text{un}}^2 \cdot \frac{\coth(\underline{\zeta}_{\text{un}})}{\underline{\zeta}_{\text{un}}} \right] . \quad (\text{A16})$$

Mit der „reduzierten Leiterhöhe“ $h \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \kappa_{\text{u}}}{2}}$ erhalten wir die Abkürzungen

$$\underline{\zeta}_{\text{u}} = h \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \kappa_{\text{u}}}{2}} \cdot (1 + j) ,$$

$$\underline{\zeta}_{\text{un}} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot h}{b} \right)^2 + \underline{\zeta}_{\text{u}}^2}$$

und verwenden die *Fourier*-Koeffizienten

$$s_{\text{un}} = \frac{\sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_s}{b}\right)}{\frac{n \cdot \pi \cdot b_s}{b}} .$$

Der Gleichstromwiderstand des Rechteck-Unterstabs ist $R_{\text{u0}} = \frac{l_{\text{Fe}}}{\kappa_{\text{u}} \cdot h \cdot b}$. Damit sind \underline{Z}_{k} (A14),

\underline{Z}_{s} (A15) und $\underline{Z}_{\text{us}}$ (A16) bestimmt, und wir erhalten die Impedanz \underline{Z}_{u} (A10).

Die Gegenimpedanz $\underline{Z}_{\text{uo}}$ ($I_{\text{o}} = 0$) wird analog zu [63] wie folgt berechnet. In Gleichung (A5) und (A6) seien nun die Impedanzen so bestimmt, dass diese nur durch die zeitliche Änderung des Flusses im Oberstab herrühren. Es entfallen daher die Impedanzen $\underline{Z}_{\text{us}}$ und \underline{Z}_{s} . Es muss also \underline{Z}_{u} gleich \underline{Z}_{k} gesetzt werden. Multipliziert man die Gleichung (A5) mit $\underline{I}_{\text{o}}^*$ und die entsprechend modifizierte Gleichung (A6) mit $\underline{I}_{\text{u}}^*$ und addiert diese beiden, dann erhält man die komplexe Scheinleistung im Oberstab zu

$$\underline{S}_{\text{o}} = \underline{U}_{\text{o}} \cdot \underline{I}_{\text{o}}^* + (\underline{U}_{\text{u}} - (\underline{Z}_{\text{us}} + \underline{Z}_{\text{s}}) \cdot \underline{I}_{\text{u}}) \cdot \underline{I}_{\text{u}}^*$$

bzw.

$$\underline{S}_{\text{o}} = \underline{Z}_{\text{o}} \cdot \underline{I}_{\text{o}} \cdot \underline{I}_{\text{o}}^* + \underline{Z}_{\text{uo}} \cdot \underline{I}_{\text{u}} \cdot \underline{I}_{\text{o}}^* + \underline{Z}_{\text{ou}} \cdot \underline{I}_{\text{o}} \cdot \underline{I}_{\text{u}}^* + \underline{Z}_{\text{k}} \cdot \underline{I}_{\text{u}} \cdot \underline{I}_{\text{u}}^* . \quad (\text{A17})$$

Dieselbe Leistung kann auch mit Hilfe des *Poynting*'schen Vektors $\vec{S}_{\text{pg}} = \vec{E} \times \vec{H}$, in komplexer Schreibweise $\vec{S}_{\text{pg}} = \vec{E}(R, \varphi) \times \vec{H}^*(R, \varphi)$, an der Oberfläche des Oberstabs

berechnet werden. Die Oberfläche des oberen Leiters wird aus der Berandungskurve C_o und der Leiterlänge l_{Fe} bestimmt.

$$\underline{S}_o = \int_{A_{Lo}} (\vec{E}_z \times \vec{H}_\varphi^*) \cdot \vec{e}_r \cdot dA = l_{Fe} \oint_{C_o} \underline{E}_z \cdot \underline{H}_\varphi^* \cdot ds \quad .$$

Dabei werden die elektrische Feldstärke \underline{E}_z und die magnetische Feldstärke \underline{H}_φ aus der Überlagerung der vom Strom im Unter- und Oberstab hervorgerufenen Anteile $\underline{E}_z(\underline{I}) = \underline{E}_{u,z}(\underline{I}_u) + \underline{E}_{o,z}(\underline{I}_o)$

und

$$\underline{H}_\varphi(\underline{I}) = \underline{H}_{u,\varphi}(\underline{I}_u) + \underline{H}_{o,\varphi}(\underline{I}_o)$$

gewonnen. Dadurch erhält man (A18).

$$\underline{S}_o = l_{Fe} \oint_{C_o} (\underline{E}_{o,z} \cdot \underline{H}_{o,\varphi}^* + \underline{E}_{u,z} \cdot \underline{H}_{o,\varphi}^* + \underline{E}_{o,z} \cdot \underline{H}_{u,\varphi}^* + \underline{E}_{u,z} \cdot \underline{H}_{u,\varphi}^*) \cdot ds \quad . \quad (A18)$$

Aus einem Vergleich zwischen (A17) und (A18) erkennt man, dass jeweils die beiden ersten und letzten Summanden vom Produkt I_o^2 bzw. I_u^2 abhängen, die jeweils beiden mittleren Ausdrücke aber von $\underline{I}_u \cdot \underline{I}_o^*$ bzw. $\underline{I}_o \cdot \underline{I}_u^*$ und daher korrespondieren. Durch diesen Vergleich der einzelnen Terme ergeben sich Ausdrücke sowohl für die Impedanz \underline{Z}_{uo} als auch für \underline{Z}_{ou} . Somit erhält man für \underline{Z}_{uo}

$$\underline{Z}_{uo} = l_{Fe} \oint_{C_o} \frac{\underline{E}_{u,z}(\underline{I}_u) \cdot \underline{H}_{o,\varphi}^*(\underline{I}_o^*)}{\underline{I}_u \cdot \underline{I}_o^*} \cdot ds \quad (A19a)$$

und für \underline{Z}_{ou}

$$\underline{Z}_{ou} = l_{Fe} \oint_{C_o} \frac{\underline{E}_{o,z}(\underline{I}_o) \cdot \underline{H}_{u,\varphi}^*(\underline{I}_u^*)}{\underline{I}_o \cdot \underline{I}_u^*} \cdot ds \quad . \quad (A19b)$$

Für die Berechnung von \underline{Z}_{uo} muss in (A19a) nur über den Bereich des Winkels α integriert werden, da $\underline{H}_{o,\varphi}(\underline{I}_o)$ im Bereich des unteren Winkelbogens β Null ist. Setzt man für

$$\underline{E}_{u,z}(R, \varphi, \underline{I}_u) = -j \cdot \omega \cdot \underline{A}_o(R, \varphi, \underline{I}_u) \quad ,$$

mit $\underline{A}_o(R, \varphi, \underline{I}_u)$ aus (A13) und für

$$\underline{H}_{o,\varphi}^*(R, \varphi, \underline{I}_o^*) = \frac{\underline{I}_o^*}{2 \cdot R \cdot \alpha} \quad \text{für } -\alpha \leq \varphi \leq \alpha \text{ und Null sonst,}$$

so erhält man für die Gegenimpedanz \underline{Z}_{uo}

$$\underline{Z}_{u0} = -j \cdot \omega \cdot l_{Fe} \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} \alpha_n \cdot \left[-\alpha_n + (-1)^n \cdot \beta_n \right] \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta}_0)}{\underline{\zeta}_0 \cdot I'_n(\underline{\zeta}_0)}. \quad (A20)$$

Für die Berechnung von \underline{Z}_{ou} hat man

$$\underline{E}_{o,z}(R, \varphi, \underline{I}_0) = -j \cdot \omega \cdot \underline{A}_0(R, \varphi, \underline{I}_0)$$

und

$$\underline{H}_{u,\varphi}^*(R, \varphi, \underline{I}_u^*) = \frac{\underline{I}_u^*}{2 \cdot R \cdot \alpha}, \quad -\alpha \leq \varphi \leq \alpha$$

sowie

$$\underline{H}_{u,\varphi}^*(R, \varphi, \underline{I}_u^*) = -\frac{\underline{I}_u^*}{2 \cdot R \cdot \beta}, \quad \pi - \beta \leq \varphi \leq \pi + \beta$$

und Null sonst zu verwenden. Die Integration von $\underline{E}_{o,z}(\underline{I}_0) \cdot \underline{H}_{u,\varphi}^*(\underline{I}_u^*)$ in (A19b) über $-\alpha \leq \varphi \leq \alpha$ liefert

$$\underline{Z}_{ou,1} = j \cdot \omega \cdot l_{Fe} \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{I_0(\underline{\zeta}_0)}{\underline{\zeta}_0 \cdot I'_0(\underline{\zeta}_0)} + \sum_{n=1,2,3,\dots} \alpha_n \cdot \alpha_n \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta}_0)}{\underline{\zeta}_0 \cdot I'_n(\underline{\zeta}_0)} \right\}$$

und jene über $\pi - \beta \leq \varphi \leq \pi + \beta$

$$\underline{Z}_{ou,2} = -j \cdot \omega \cdot l_{Fe} \cdot \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{I_0(\underline{\zeta}_0)}{\underline{\zeta}_0 \cdot I'_0(\underline{\zeta}_0)} + \sum_{n=1,2,3,\dots} (-1)^n \cdot \beta_n \cdot \alpha_n \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta}_0)}{\underline{\zeta}_0 \cdot I'_n(\underline{\zeta}_0)} \right\}.$$

Die Summe $\underline{Z}_{ou,1} + \underline{Z}_{ou,2}$ ergibt ebenfalls den Ausdruck (A19), so dass erwartungsgemäß $\underline{Z}_{ou} = \underline{Z}_{u0}$ gilt, wie auch eine mit FEMM durchgeführte Finite-Elemente-Analyse für ein numerisches Beispiel bestätigt.

Aus [12] wird die Berechnung der Impedanz des runden Oberstabs entnommen:

$$\underline{Z}_0 = j \cdot \omega \cdot l_{Fe} \cdot \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\frac{I_0(\underline{\zeta}_0)}{\underline{\zeta}_0 \cdot I'_0(\underline{\zeta}_0)} + 2 \cdot \sum_n \alpha_n^2 \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta}_0)}{\underline{\zeta}_0 \cdot I'_n(\underline{\zeta}_0)} \right]. \quad (A21)$$

Der Gleichstromwiderstand des Rundstabs ist:

$$R_{00} = \frac{l_{Fe}}{\kappa_0 \cdot R^2 \cdot \pi}.$$

Dabei gilt gemäß [12] folgender Zusammenhang:

$$R_{00} \cdot \underline{\zeta}_0^2 = \frac{j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot l_{Fe}}{\pi}.$$

Damit sind alle Größen des Ersatzschaltbilds (Bild A3) bestimmt.

Ergänzend wird noch der Zusammenhang der Impedanz \underline{Z}_{uo} mit den Ergebnissen aus [12] hergestellt. In [12] wird die Gesamtimpedanz \underline{Z} (ohne \underline{Z}_{NS}) aus der Integration von (A4) entlang des gesamten Umfangs von Ober- und Unterstab für $\underline{I}_u \neq 0, \underline{I}_o \neq 0$ berechnet. Es wird \underline{Z} mit $\underline{A}_o(R, \varphi)$ nach (A12) aus Gl. (A4) gewonnen, indem der Integrationsweg entlang des an das Eisen angrenzenden Nutumfangs sowie des oberen Nutschlitzes gewählt wird, wobei nur auf der Strecke $\varphi = -\alpha$ bis $\varphi = \alpha$ die tangentielle Magnetfeldstärke bzw. Normalableitung des Vektorpotentials ungleich Null ist.

$$\underline{Z} = \frac{j \cdot \omega \cdot l_{Fe}}{(\underline{I}_u + \underline{I}_o) \cdot 2 \cdot \alpha} \cdot \int_{-\alpha}^{\alpha} \underline{A}_o(R, \varphi) \cdot d\varphi = \underline{Z}_o - \underline{Z}_4 \cdot \frac{\underline{I}_u}{\underline{I}_u + \underline{I}_o} \quad (A22)$$

Diese Impedanz (A22) wird in [12] formal in zwei Teile aufgeteilt, nämlich in \underline{Z}_o und \underline{Z}_4 .

$$\underline{Z}_4 = \frac{R_{o0} \cdot \underline{\zeta}_o}{2} \cdot \left\{ \frac{I_0(\underline{\zeta}_o)}{I'_0(\underline{\zeta}_o)} + \sum_{n=1,2,3,\dots} 2 \cdot (-1)^n \cdot \beta_n \cdot \alpha_n \cdot \frac{I_n(\underline{\zeta}_o)}{I'_n(\underline{\zeta}_o)} \right\}$$

Mit (A21) folgt für die Differenz $\underline{Z}_o - \underline{Z}_4 = \underline{Z}_{uo} = \underline{Z}_{ou}$. Der Sonderfall $\alpha = \beta$ ist übrigens in [63] dargestellt; dann gilt wie auch in [63]: $\underline{Z}_{uo} = \underline{Z}_{ou} = \frac{\underline{Z}_k}{2}$.

Mit (A9) folgt

$$\underline{Z} = \underline{Z}_o - (\underline{Z}_o - \underline{Z}_{uo}) \cdot \frac{\underline{I}_u}{\underline{I}_u + \underline{I}_o} = \frac{\underline{Z}_{ou} \cdot \underline{Z}_{uo} - \underline{Z}_u \cdot \underline{Z}_o}{\underline{Z}_{uo} + \underline{Z}_{ou} - \underline{Z}_o - \underline{Z}_u}.$$

Die Gleichheit der Ergebnisse aus [12] und der hier vorgestellten Ableitung (A8) ist damit gezeigt. Allerdings ist das daraus abgeleitete Ersatzschaltbild in [12] falsch, denn es wird die Gleichung $\underline{Z} \cdot (\underline{I}_u + \underline{I}_o) = \underline{I}_u \cdot (\underline{Z}_{us} + \underline{Z}_s)$ verwendet, also die Wirkung von \underline{Z}_k vernachlässigt (vgl. Bild A3). Das folgende Zahlenbeispiel A-1 zeigt den Unterschied zwischen den Berechnungsmethoden mit dem Ersatzschaltbild aus [12] und dem hier abgeleiteten und in KLASYS05 implementierten Ersatzschaltbild im Vergleich mit einer mit FEMM durchgeführten zweidimensionalen FE-Berechnung mit der Annahme einer sehr großen räumlich und zeitlich konstanten Eisenpermeabilität.

Zahlenbeispiel A-1: Doppelstab mit Rundstab oben und Rechteckstab unten

Radius des Rundstabs: $R = 8 \text{ mm}$

Nutschlitzbreite oben: $s_Q = 1 \text{ mm}$

Stegbreite zwischen Ober- und Unterstab: $b_s = 2,5 \text{ mm}$

Steghöhe: $h_s = 7 \text{ mm}$

Breite des Rechteckstabs: $b = 6 \text{ mm}$

Höhe des Rechteckstabs: $h = 16 \text{ mm}$

Material des Rundstabs: Aluminium mit der elektrischen Leitfähigkeit $\kappa_o = 20 \text{ S}\cdot\text{m}/\text{mm}^2$

Material des Rechteckstabs: Kupfer mit $\kappa_u = 58 \text{ S}\cdot\text{m}/\text{mm}^2$

Frequenz des eingprägten Wechselstroms $i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t) : f = \omega/(2\pi) = 100 \text{ Hz}$

Die Ergebnisse für die Impedanz $\underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi_Z}$ sind in Tabelle A-1 ersichtlich und zeigen, dass die Abweichungen zwischen b) und c) geringer sind als zwischen a) und c).

Tabelle A-1: Analytisch und numerisch berechnete Gesamtimpedanz \underline{Z} des Doppelstab-Systems

Methode	Impedanz \underline{Z} / Ω	$Z / \text{m}\Omega$	$\varphi_Z / ^\circ$
a) Ersatzschaltbild nach [12]	$2,43 \cdot 10^{-4} + j \cdot 9,264 \cdot 10^{-4}$	0,95774 (103.09%)	75,3 (103,34%)
b) Ersatzschaltbild Bild A3 (Programm KLASYS05)	$2,74 \cdot 10^{-4} + j \cdot 8,877 \cdot 10^{-4}$	0,92902 (100%)	72,8 (100%)
c) FEM-Ergebnis (Programm FEMM)	$2,738 \cdot 10^{-4} + j \cdot 8,65 \cdot 10^{-4}$	0,90730 (97.66%)	72,4 (99,45%)

b) Hochstäbe im Anlauf- und Betriebskäfig

Im Folgenden wird zusätzlich \underline{Z}_k für den Fall eines rechteckförmigen Stabes im oberen Teil der Nut behandelt (Bild A4). Die weiteren Stabimpedanzen findet man in [12].

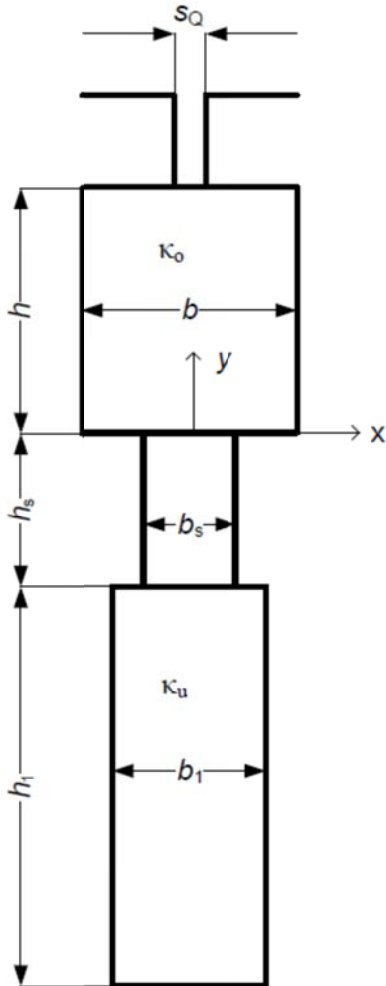


Bild A4: Hochstäbe im Anlauf- und Betriebskäfig.

Die Normalableitung des Vektorpotentials muss wieder dem Durchflutungsgesetz genügen [12]. Die Randbedingungen lauten hier:

$$\frac{\partial}{\partial y} \underline{A}_o(x, h) = \frac{-\mu_0}{s_Q} \cdot (\underline{I}_u + \underline{I}_o) \text{ für } |x| < s_Q/2 \text{ sonst } 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \underline{A}_o(x, 0) = \frac{-\mu_0}{b_s} \cdot \underline{I}_u \text{ für } |x| < b_s/2 \text{ sonst } 0.$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \underline{A}_o\left(\frac{b}{2}, y\right) = 0 \text{ für } y \text{ zwischen } 0 \text{ und } h. \quad (\text{A23})$$

Ein Vektorpotential, das diese Randbedingung erfüllt (siehe [12]), ist nach Entwickeln des Vektorpotentials in eine *Fourier*-Reihe gegeben durch

$$\begin{aligned} \underline{A}_o(r, \varphi) = & -\mu_0 \cdot (\underline{I}_u + \underline{I}_o) \cdot \frac{h}{b} \cdot \left[\frac{\cosh\left(\frac{y}{h} \cdot \underline{\zeta}_o\right)}{\underline{\zeta}_o \cdot \sinh(\underline{\zeta}_o)} + 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} s_{1n} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{y}{h} \cdot \underline{\zeta}_{on}\right)}{\underline{\zeta}_n \cdot \sinh(\underline{\zeta}_{on})} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot x}{b}\right) \right] + \dots \\ & \dots + \mu_0 \cdot \underline{I}_u \cdot \frac{h}{b} \cdot \left[\frac{\cosh\left(\frac{h-y}{h} \cdot \underline{\zeta}_o\right)}{\underline{\zeta}_o \cdot \sinh(\underline{\zeta}_o)} + 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} s_{2n} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{h-y}{h} \cdot \underline{\zeta}_{on}\right)}{\underline{\zeta}_n \cdot \sinh(\underline{\zeta}_{on})} \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot x}{b}\right) \right], \quad (\text{A24}) \end{aligned}$$

mit

$$\underline{\zeta}_o = h \cdot \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot \kappa_o}{2}} \cdot (1 + j) \quad ,$$

$$s_{1n} = \frac{\sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot s_Q}{b}\right)}{\frac{n \cdot \pi \cdot s_Q}{b}} \quad ,$$

$$s_{2n} = \frac{\sin\left(\frac{n \cdot \pi \cdot b_s}{b}\right)}{\frac{n \cdot \pi \cdot b_s}{b}}$$

und

$$\underline{\zeta}_{on} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot n \cdot \pi \cdot h}{b}\right)^2 + \underline{\zeta}_o^2} \quad .$$

Durch Integration von (A24) über die Berandung des oberen Stabes jeweils im Bereich des Nutschlitzes und des Stegs zwischen Ober- und Unterstab ergibt sich für die Impedanz \underline{Z}_k mit (A4):

$$\underline{Z}_k = j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot \frac{d}{b} \cdot \underline{\zeta}_u^2 \cdot \left[2 \cdot \frac{\cosh(\underline{\zeta}_o) - 1}{\underline{\zeta}_o \cdot \sinh(\underline{\zeta}_o)} + 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} \frac{(s_{1n}^2 + s_{2n}^2) \cdot \cosh(\underline{\zeta}_{on}) - 2 \cdot s_{1n} \cdot s_{2n}}{\underline{\zeta}_{on} \cdot \sinh(\underline{\zeta}_{on})} \right]. \quad (\text{A25})$$

In einer ähnlichen Ableitung wie im Falle des runden Oberstabs erhält man für die Gegenimpedanz \underline{Z}_{uo}

$$\underline{Z}_{uo} = j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot l_{Fe} \cdot \frac{d}{b} \cdot \left[\frac{\cosh(\underline{\zeta}_o) - 1}{\underline{\zeta}_o \cdot \sinh(\underline{\zeta}_o)} + 2 \cdot \sum_{n=1,2,3,\dots} s_{1n} \cdot \frac{s_{1n} \cdot \cosh(\underline{\zeta}_{on}) - s_{2n}}{\underline{\zeta}_{on} \cdot \sinh(\underline{\zeta}_{on})} \right], \quad (\text{A26})$$

wobei auch hier wieder gilt

$$\underline{Z}_{uo} = \underline{Z}_o - \underline{Z}_4 \quad ,$$

mit \underline{Z}_o (= \underline{Z}_3) und \underline{Z}_4 nach Definition in [12].

Anhang B: Maschinendaten

Maschinengruppe I

	Masch. A	Masch. B	Masch. C	Masch. D	Masch. E
P_N / kW	11	11	11	11	11
$U_N, U_{dc} / \text{V}$	400	400	400	400	400
f_N / Hz	50	50	50	50	50
$2p$	4	4	4	4	4
l_{Fe} / mm	200	180	194	135	200
δ / mm	0,45	0,55	0,45	0,4	0,325
N_s	96	156	168	192	90
// Zweige	2	1	1	1	2
D_a / mm	200	254	206	235	210
D_i / mm	125	165	128	143,56	130
Q_s	48	36	48	48	36
Q_r	40	28	40	36	28
Blechtyp	M1000-65K	M800-50A	M800-50A	M800-65A	M800-50A
Schrägung	111	30	40	72	20
Käfig	Alu	Alu	Alu	Alu	Alu
Schaltung	Dreieck	Dreieck	Dreieck	Dreieck	Stern
Draht / mm	3 x 0,83	1 x 1,12	3 x 0,85	2 x 0,9	1 x 0,9
D_{Welle} / mm	42,92	53	52	53	50
k_{Fe}	0,975	0,99	0,975	0,97	0,97
Q_{Ring} / mm^2	416	607	416	600	425,8
Ständernut: Kennzahl	2	2	5	2	5
Läuferrut: Kennzahl	15	6	15	15	15

Maschinengruppe II

	Masch. A	Masch. B	Masch. C	Masch. D	Masch. E
P_N / kW	110	110	110	110	110
$U_N, U_{dc} / \text{V}$	400	400	400	400	400
f_N / Hz	50	50	50	50	50
$2p$	4	4	4	4	4
l_{Fe} / mm	330	250	345	260	285
δ / mm	1,4	1,3	1	1,2	0,9
N_s	46	56	47	51	33
// Zweige	4	2	4	4	4
D_a / mm	473,5	490	465	520	410
D_i / mm	310	330	295	330	260
Q_s	48	48	60	72	72
Q_r	40	40	50	52	56
Blechtyp	M800-65K	M800-50A	M800-50A	M800-50A	M530-50A
Schrägung	45,6	48	50	54	67,6
Käfig	Alu	Alu	Alu	Alu	Alu
Schaltung	Dreieck	Dreieck	Dreieck	Dreieck	Stern
Draht / mm	5 x 1,32	4 x 1,25	3 x 1,4	8 x 1,18	6 x 1,06
D_{Welle} / mm	120	110	115	110	86
k_{Fe}	0,95	0,96	0,97	0,97	0,97
Q_{Ring} / mm^2	1560	1586	1275	1586	1120
Ständernut: Kennzahl	5	2	3	5	5
Läuferrut: Kennzahl	5	6	6	6	6

Maschinengruppe III

	Masch. A	Masch. B	Masch. C	Masch. D	Masch. E	Masch. F
P_N / kW	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1	1,1
$U_N, U_{dc} / \text{V}$	400	400	400	400	400	400
f_N / Hz	50	50	50	50	50	50
$2p$	4	4	4	4	4	4
l_{Fe} / mm	70	90	65	55	55	80
δ / mm	0,24	0,3	0,3	0,25	0,275	0,25
N_s	372	348	390	464	408	348
// Zweige	1	1	1	1	1	1
D_a / mm	135	145	145	145	150	126
D_i / mm	82,5	92	92	90,4	90	78
Q_s	36	36	36	48	36	36
Q_r	28	26	26	28	28	28
Blechtyp	M800-65A	M800-50A	M800-50A	M400-50A	M800-50A	M800-50A
Schrägung	25,7	26	26	28	30	28
Käfig	Alu	Alu	Alu	Alu	Alu	Alu
Schaltung	Stern	Stern	Stern	Stern	Stern	Stern
Draht / mm	1 x 0,63	2 x 0,56	1 x 0,67	1 x 0,63	1 x 0,67	1 x 0,65
D_{Welle} / mm	28,5	30	30	28	36	30
k_{Fe}	0,97	0,97	0,97	0,975	0,97	0,98
Q_{Ring} / mm^2	200	126	126	304	190	200
Ständernut: Kennzahl	5	5	5	2	5	3
Läuferrut: Kennzahl	5	5	5	2	6	15

Maschinen IV bis VIII

	Masch. IV	Masch. V	Masch. VI	Masch. VII	Masch. VIII
P_N / kW	15	30	11	5,5	11
$U_N, U_{dc} / \text{V}$	250 V _{dc}	400	658	400	380
f_N / Hz	95	76	50	50	50
$2p$	4	2	4	4	4
l_{Fe} / mm	150	140	175	125	145
δ / mm	0,45	1,1	0,61	0,35	0,35
N_s	20	61	174	240	108
// Zweige	4	2	1	1	2
D_a / mm	176,6	335	240	200	240
D_i / mm	112	170	150,25	125	150,7
Q_s	48	36	36	36	36
Q_r	40	28, geschl.	28	28	46
Blechtyp	M270-50A	M800-50A	M800-50A	M400-50A	M800-50A
Schrägung	0	28	0	0	0
Käfig	Alu	Alu	Kupfer	Alu	Alu
Schaltung	Stern	Dreieck	Stern	Stern	Stern
Draht / mm	5 x 0,8	5 x 1,04	3 x 0,9	2 x 0,8	3 x 0,85
D_{Welle} / mm	44	77	55	60	55
k_{Fe}	0,97	0,92	0,95	0,92	0,94
Q_{Ring} / mm^2	318,8	800	161,8	99,2	386
Ständernut: Kennzahl	3	5	3	3	3
Läuferrut: Kennzahl	5	6	7	8	5

Maschinen IX bis XI

	Masch. IX	Masch. X	Masch. XI	Masch. XII
P_N / kW	1,5	4	30	45
$U_N, U_{dc} / \text{V}$	380	400	400	380
f_N / Hz	50	50	120	50
$2p$	4	4	2	4
l_{Fe} / mm	100	140	140	182,5
δ / mm	0,37	0,3	1,1	0,6
N_s	264	282	35	96
// Zweige	1	1	2	1
D_a / mm	130	170	335	400
D_i / mm	80	103	170	260
Q_s	36	36	36	36
Q_r	28, geschl.	28	28, geschl.	28
Blechtyp	M800-50A	M800-50A	M800-50A	M800-50A
Schrägung	0	1,8 SNT	0	0
Käfig	Alu	Alu	Alu	Cu
Schaltung	Stern	Dreieck	Stern	Stern
Draht / mm	-	2 x 0,71	8 x 1,0825	6 x 1,18+ 3 x 1,25
D_{Welle} / mm	25	38	77	75
k_{Fe}	-	0,97	0,92	0,97
Q_{Ring} / mm^2	-	238	800	300
Ständernut: Kennzahl	-	-	5	1
Läuferhut: Kennzahl	-	-	6	8

Literaturverzeichnis

Bücher

- [1] J. Stepina, Die Einphasenasynchronmotoren, Springer-Verlag Wien, NewYork, 1982
- [2] H. O. Seinsch, Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen, Verlag B.G. Teubner Stuttgart, 1992
- [3] B. Heller, V. Hamata: Harmonic field effects in induction machines, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York 1977
- [4] R. Richter, Elektrische Maschinen Bd. I, Verlag Birkäuser, Basel 1967
- [5] K. Vogt, Berechnung elektrischer Maschinen, VCH Verlag Weinheim, New York, Basel, Cambridge, Tokyo 1996
- [6] R. Richter, Elektrische Maschinen, Band IV, Verlag Birkhäuser, Basel 1954
- [7] W. Schuisky, Berechnung elektrischer Maschinen, Springer-Verlag Wien 1960
- [8] R. Richter, Elektrische Maschinen, Band II, Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart 1963

Dissertationen

- [9] A. Binder, Vorausberechnung der Betriebskennlinien von Drehstrom-Kurzschlussläufer-Asynchron-Maschinen mit besonderer Berücksichtigung der Nutung, Dissertation 1986, TU Wien
- [10] R. Weppler, Die Berechnung der Spaltstreuung bei Kurzschlussläufermotoren mit Berücksichtigung der Eisensättigung, Dissertation TH Hannover 1962
- [11] H. Schetelig, Die Berechnung der magnetischen Flüsse in Drehstrom-Asynchronmaschinen mit Käfigläufer, Dissertation 1969 TU Hannover
- [12] E. Schmidt, Stromverdrängung in Nutenleitern, Diplomarbeit TU Wien, 1985
- [13] F. Loeser, Flussanpassung und On-line-Identifikation der Rotortemperatur bei stromrichter gespeisten Asynchronmaschinen zur Erhöhung von Wirkungsgrad und Leistungsfaktor unter Anwendung neuer Verfahren zur Verlustberechnung, Dissertation RWTH Aachen, 1984
- [14] W. Wagner, Berechnung von Drehstromasynchronmaschinen mit Käfigläufern unter Berücksichtigung von mehrfacher Ankerrückwirkung, Nutöffnungen und Rotorquerströmen, Dissertation Universität Dortmund 1986
- [15] A. P. Schoppa, Einfluss der Be- und Verarbeitung auf die magnetischen Eigenschaften von schlussgeglühtem, nicht kornorientiertem Elektroband, Dissertation 2001 RWTH Aachen

- [16] W. Neuhaus, Über die Entstehung von asynchronen Oberfeldmomenten durch zusätzliche Ummagnetisierungsverluste in Drehstromasynchronmaschinen mit Käfigläufern, Dissertation 1964, TU Hannover
- [17] I. Richter, Durch Pulswechselrichter hoher Taktfrequenz bedingte Verluste in Induktionsmaschinen, Dissertation RWTH Aachen, 1987
- [18] A. Heimbrock, Analyse der Oberschwingungsverluste zweipoliger Induktionsmaschinen am Pulsumrichter, Dissertation Universität Hannover, Fortschrittberichte VDI Reihe 21 Nr. 356, 2004
- [19] M. Aoulkadi: Experimental Determination of Stray Load Losses in Cage Induction Machines, Ph.D. Thesis 2011, TU Darmstadt
- [20] T. Knopik: Norm-Asynchronmotoren mit Kurzschlusskäfig, Ph.D. Thesis 2012, TU Darmstadt

Zeitschriften-Artikel

- [21] R. Weppeler, Ein Beitrag zur Berechnung von Asynchronmotoren mit nichtisoliertem Läuferkäfig, Archiv für Elektrotechnik, Band 50, No. 4 (1966), Seiten 238-252
- [22] R. Weppeler, Der Einfluss der Nutöffnungen auf den Drehmomentverlauf von Drehstrom-Asynchronmotoren mit Käfigläufer, ETZ-A, Band 90 (1969), H. 8, Seiten 186-191
- [23] F. Taegen, E. Hommes, Die Theorie des Käfigläufermotors unter Berücksichtigung der Ständer- und Läuferuntung, Archiv für Elektrotechnik 56 (1974) Seiten 331-339
- [24] F. Taegen, R. Walczak, Eine experimentell überprüfte Vorausberechnung der Oberfelder von Käfigläufermotoren, Archiv für Elektrotechnik 66 (1983), Seiten 233-242
- [25] F. Taegen, R. Walczak, Eine experimentell überprüfte Vorausberechnung Harmonischen des Läuferstromes von Käfigläufermotoren, Archiv für Elektrotechnik 67 (1984), Seiten 265-273
- [26] F. Taegen, E. Hommes, Die Bedeutung der Läuferuntschlitze für die Theorie der Asynchronmaschine, Archiv für Elektrotechnik 1964, Band 48 , Heft 6, Seiten 373-386
- [27] F. Taegen, R. Walczak, Theoretische und experimentelle Untersuchung der Läuferoberfelder von Käfigläufermotoren, Archiv für Elektrotechnik 67 (1984), Seiten 169-178
- [28] B. Piepenbreier, F. Taegen, Surface losses in cage induction motors, Beijing Society of Electrical Engineering 87, August 10-14, 1987, Seiten 1-4
- [29] H. Jordan, F. Taegen, Zur Berechnung der Zahnpulsationsverluste von Asynchronmaschinen, ETZ-A, Band 86, (1965), No. 25, Seiten 805-809

- [30] K. Oberretl, Die Oberfeldtheorie des Käfigmotors unter Berücksichtigung der durch die Ankerrückwirkung verursachten Statoroberströme und der parallelen Zweige, Archiv für Elektrotechnik 1965 (Heft 6), Band 49, Seiten 343-364
- [31] K. Oberretl, Allgemeine Oberfeldtheorie für ein- und dreiphasige Asynchron- und Linearmotoren mit Käfig unter Berücksichtigung der mehrfachen Ankerrückwirkung und der Nutöffnungen, Teil I+II, Archiv für Elektrotechnik 76 (1993), Seiten 111-120
- [32] K. Oberretl, Influence of skin effect on mutual inductance of double-cage induction motors, Electrical Engineering (2005) 87, Seiten 103-111
- [33] J. Stepina, Die resultierende Auswirkung der Nutöffnungen des Ständers und Läufers auf die zusätzlichen Momente und Verluste in Asynchronmaschinen, Acta Technica CSAV, 1969, No.1, Seiten 36-59
- [34] J. Stepina, Einfluss der Differenzfelder auf die synchronen Momente der Nutharmonischen in Asynchronmaschinen, etz Archiv, Band 4, 1982, H. 11, Seiten 359-361
- [35] J. Stepina, Verwertung der Raumzeiger bei den Problemen der Nutungs oberfelder in den Asynchronmaschinen, Acta Technica CSAV, 1967, No. 2, Seiten 171-186
- [36] J. Stepina, Die effektive Gegeninduktivität für die Oberwellen des Luftspaltfeldes beim Käfigläufermotor, Archiv für Elektrotechnik 1969, Band 52, Heft 6, Seiten 381-387
- [37] B. Heller, Der Einfluss der Nutung auf den Drehmomentverlauf des Käfigankermotors, Acta Technica CSAV, 1964, No. 6, Seiten 517-541
- [38] B. Heller, V. Klima, Die sekundäre Ankerrückwirkung im Käfigankermotor, Acta Technica CSAV, 1969, No. 4, Seiten 369-379
- [39] B. Heller, Die hochfrequenten Zusatzverluste bei Leerlauf in Asynchronmaschinen mit offenen Statornuten, Acta Technica CSAV 1969, No. 6, Seiten 631-653
- [40] J. D. Levers, P. Biringer, H. Hollitscher, A Simple Method of Estimating Minor Loop Hysteresis Loss in Thin Laminations, IEEE Trans. on Magnetics 14, 1978, no.5, Seiten 386-388
- [41] F. Nechleba, Eindringen eines magnetischen Wechselfeldes in massives Eisen mit einer von der Feldstärke abhängigen Permeabilität, Archiv für Elektrotechnik 1949, Band 39, Heft 5, Seiten 301-318
- [42] T.S. Birch, O. I. Butler, Permeance of closed-slot bridges and its effect on induction-motor-current computation, Proc. IEE; Vol. 118, No. 1, 1971, Seiten 169-172
- [43] S. Jacobs, D. Hectors, F. Henrotte, M. Hafner, M. H. Gracia, K. Hameyer, P. Goes, D. R. Romera, E. Attrazie, S. Paolinelli, Magnetic material optimization for hybrid vehicle

PMSM drives, EVS24-International Battery, Hybrid and Fuel Cell Electric Vehicle Symposium, Stavanger, 2009, ISSN 2032-6637, Band 3, Seiten 1-9

[44] D. C. Jiles, D. L. Atherton, Theory of Ferromagnetic Hysteresis, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 61 (1986), Seiten 48-60

[45] F. Taegen, Zusatzverluste in Asynchronmaschinen. Acta Technica CSAV, 1968, No. 1, Seiten 1-31

[46] H. Jordan, F. Taegen, Experimentelle Untersuchungen der lastabhängigen Zusatzverluste von Käfigläufermotoren im reverse rotation test, Elektrotechnik und Maschinenbau, Jahrgang 85, 1967, Heft 1, Seiten 11-17

[47] L. Dreyfus, Theorie der zusätzlichen Ummagnetisierungsverluste in Drehstromasynchronmaschinen, Teil I, II, III, Archiv für Elektrotechnik, 1928, Band 20, Teil I: Seiten 37-87, Teil II: Seiten 188-210, Teil II: Seiten 273-298

[48] F. Taegen, R. Walczak, Experimental verification of stray losses in cage induction motors under no-load, full-load and reverse rotation test, Archiv für Elektrotechnik 1987, Band No. 70, Seiten 255-263

[49] A. Boglietti, A. Cavagnino, M. Lazzari, M. Pastorelli, Two Simplified Methods for the Iron Losses Prediction in Soft Magnetic Materials Supplied by PWM Inverter, Proc. of the Int. Conf. of Electric Machines and Drives, IEMDC 2001, IEEE International, Issue Date: 2001, Seiten 391-395

[50] R. Bulovas, H. Jordan, M. Purkermani, G. Röder, Sättigungsfelder und ihre Wirkungen, Archiv für Elektrotechnik 54 (1971), Seiten 220-228

[51] J. Kolbe, Analytische Nachbildung der numerisch ermittelten Feldverteilungen von mehrsträngigen Wicklungen bei Asynchronmaschinen, Archiv für Elektrotechnik 65 (1982), Seiten 107-116

[52] H. W. Boller, H. Jordan, Über die phasenrichtige Addition der nutharmonischen Wicklungsoberfelder bei phasenreinen Mehrphasenwicklungen, ETZ-A 84 (1963), Seiten 235-238

[53] W. Schuisky, Die magnetische Jochspannung längs des Ständer- und Läuferjochs bei Induktionsmaschinen, Archiv für Elektrotechnik 42 (1956), Seiten 199-205

[54] G. Bertotti, General properties of power losses in soft ferromagnetic materials, IEEE Trans. on Magnetics, vol. 24 (Jan. 1988), no.1, Seiten 621-630

[55] S. Ovrebo, R. Nilsen, R. Nilsen, High frequency flux distribution in Permanent Magnet Synchronous Machines, NORPIE 2004

- [56] D. G. Holmes, A General Analytical Method for Determining the Theoretical Harmonic Components of Carrier Based PWM Strategies, IEEE-Proc. of the Int. Conf. of Industry Applications 1998, 1998 IEEE, Thirty-Third IAS Annual meeting, St. Louis USA, Vol. 2, Seiten 1207-1214
- [57] P. Rolicz, Impedances of Rotor-Conductors with Circular Cross-Section of a Double-Cage Motor, Archiv für Elektrotechnik 62 (1980), Seiten 13-18
- [58] Y. Katsumi, K. Satoshi, Additional Losses of Induction Motors by PWM Inverters: Comparison between Result of Finite Element Method and IEC/TS 60034, 2012 IEEE, Seiten 1550-1556
- [59] R. Rüdenberg: Wirbelstromverluste in massiven Polschuhen, Elektrotechn. Zeitschrift Bd. 26, (1905), Seiten 181-184
- [60] J. Greig, Freeman E. M.: Simplified presentation of eddycurrent-loss equation for laminated pole-shoes, Proc. Inst. Electr. Eng., Band 118 (1963), Seiten 1255-1259
- [61] Milind Paradkar, Time-stepping finite element analysis of squirrel cage induction machines and comparison of the results with analytical calculations, Studienarbeit 2009 TU Darmstadt.
- [62] S. R. Bowes, Y-S. Lai: The Relationship Between Space-Vector Modulation and Regular-Sampled PWM, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 44, No. 5, (October 1977), Seiten 670-679
- [63] R. Tuschak: Verdrängung von in kreisförmigen Nuten gebetteten massiven Leitern, Periodica Polytechnica 1957, Vol. 1, Seiten 27-51

Sammlung elektrotechnischer Vorträge

- [64] R. Rüdenberg: Energie der Wirbelströme in elektrischen Bremsen und Dynamomaschinen, Bände 8-10, 102 Seiten, Verlag Ferd. Enke, Stuttgart 1906

Forschungsberichte

- [65] K. Bradley, J. Arellano: Comparison of different measurements for Stray load losses in Induction machines: IEC 60034-2, IEC 61972, Std 112-1991 „E“, EH start method and calorimeter method, School of Electrical & Electronic Engineering. The University of Nottingham, UK (2005).

Publikationen

- (1) R. Hagen, A. Binder, M. Aoukadi, T. Knopik, K. Bradley: Comparison of measured and analytically calculated stray load losses in standard cage induction machines, IEEE Int. conf. ICEM, Villamoura, Portugal, 2008, 6 pages, CD-ROM
- (2) R. Hagen, T. Knopik, A. Binder: Comparison of numerical and analytical simulation of saturated zig-zag flux in induction machines, IEEE Int. Conf. IEMDC, Miami, USA, 2009, pages 1325-1330

Lebenslauf

Ich wurde am 07.01.1953 in Lustenau geboren und bin österreichischer Staatsbürger. Nach Beendigung der Volksschule und Hauptschule in Lustenau absolvierte ich von 1967 – 1972 die Höhere Technische Lehranstalt (HTL) in Bregenz, Höhere Abteilung für Elektrotechnik. Von 1972 - 1978 die Technische Universität Graz, Fachrichtung Elektrotechnik, Wahlplan Regelungstechnik, Diplomarbeit am Institut für Elektrische Maschinen. Ich bin seit dem Jahre 2000 verheiratet und habe 2 Kinder.

Beruflicher Werdegang

- 1978 bis 1985 Fa. Leica AG, Schweiz (Forschung und Entwicklung Elektronik)
- September 1985 bis März 1999 Lehrtätigkeit an der HTL-Elektrotechnik in Bregenz
- Juli 1998 bis Mai 1999 im Rahmen eines Karenzjahres selbständiger Software-Entwickler
- 01.05.1999 bis 30.09.1999 Fa. Schelling Anlagenbau, Software-Entwicklung
- 2000-2003 Fa. Thien E-Motoren, Motorenberechnung, Programmentwicklung
- 2003-2005 Fa. Omicron electronics, Softwareentwicklung
- Seit 2005 Fa. ATB-Technologies bzw. Fa. Thien eDrives, Motorenberechnung, Programmentwicklung